UNIDAD 1. ELEMENTOS BÁSICOS

Ejercicio 1. Expresar en horas, minutos y segundos el intervalo de tiempo de 4210 s.

$$(4210\ s)\left(\frac{1\ h}{3600\ s}\right) = 1.169\ h \approx 1.17\ h$$

$$1\ h + \ (0.17\ h)\left(\frac{60\ min}{1\ h}\right) = 1\ h + 10.20\ min$$

$$1\ h + 10\ min + (0.20\ min)\left(\frac{60\ s}{1\ min}\right) = 1\ h + 10\ min + 12\ s$$

$$\therefore 4210\ s = 1\ h\ 10\ \ min\ 12\ s$$

Ejercicio 2. Un terreno tiene un área de 1500 yardas², expresar esta área en m²

$$1500\ yd^2 = (1500\ yd^2)\left[\frac{(0.914\ m)^2}{(1\ yd)^2}\right] = 1253.09\ m^2$$

$$\therefore 1500\ yd^2 = 1253.09\ m^2$$

Ejercicio 3. Determine las dimensiones de $A = 3\pi\ \frac{\alpha^2}{\beta^3}$, siendo α una aceleración, β una longitud y $\pi = 3.1416$.

Sabemos que:$[\alpha] = LT^{-2}$y$[\beta] = L$

Sustituyendo: $[A] = \frac{(LT^{-2})^2}{(L)^3}$

$$[A] = \frac{L^2T^{-4}}{L^3} = L^2\ T^{-4}\ L^{-3} = L^{-1}T^{-4}$$

$$\therefore [A] = L^{-1}T^{-4}$$

Nota: 3 y π son constantes adimensionales.

Ejercicio 4. Exprese la distancia de la Tierra al Sol en pársec (pc) y en años luz. Exprese un año luz y un pársec en kilómetros

$$Distancia\ de\ la\ Tierra\ al\ Sol = D_{TS} = 1.49 \times 10^8\ km$$

$$1\ \text{pc} = 3.084 \times 10^{13}\ km$$

$$1\ Año\ luz = 9.46 \times 10^{12}\ km$$

Entonces:

$$D_{TS} = (1.49 \times 10^8\ km)\left(\frac{1\ pc}{3.084 \times 10^{13}\ km}\right) = 4.8314 \times 10^{-6}\ pc$$

$$D_{TS} = (1.49 \times 10^8\ km)\left(\frac{1\ Año\ luz}{9.46 \times 10^{12}\ km}\right) = 1.5751 \times 10^{-5} año\ luz$$

Ejercicio 5. ¿Cuál es la incertidumbre porcentual en el volumen de una esfera cuyo diámetro es de (4.96 ± 0.03) cm?

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi\left(\frac{D}{2}\right)^3 = \frac{4}{3}\pi\frac{D^3}{8} = \frac{4\pi}{(3)(8)}D^3 = \frac{\pi}{6}D^3$$

$$\Delta V = \frac{\pi}{6}(3D^2)\Delta D = \frac{\pi}{2}D^2\Delta D$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{\frac{\pi}{2}D^2\Delta D}{\frac{\pi}{6}D^3} = 3\frac{\Delta D}{D} = \frac{3\times 0.03\,cm}{4.96\,cm} = \frac{0.09}{4.96} = 0.02$$

$$\therefore \frac{\Delta V}{V}\times 100 = 2\ \%$$

Ejercicio 6. La rapidez, V, de un cuerpo está dada por la ecuación: $V = 2At^3 + 6Bt^2 + 7Ct$, donde t representa el tiempo, ¿cuáles son las dimensiones de A, B y C?

Sabemos que $[V] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$, entonces cada sumando de la ecuación debe tener las mismas dimensiones $\therefore$ $A\,T^3 = LT^{-1}$; B $T^2 = LT^{-1}$ y $C\,T = LT^{-1}$.

Despejando de cada ecuación se obtiene:

$$[A] = \frac{LT^{-1}}{T^3} = LT^{-4}; \qquad [B] = \frac{LT^{-1}}{T^2} = LT^{-3}; \qquad [C] = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

$$\therefore [A] = LT^{-4};\ [B] = LT^{-3};\ [C] = LT^{-2}.$$

Nota: 2, 6 y 7 son constantes adimensionales.

Ejercicio 7. Las masas atómicas del hidrógeno y el oxígeno son 1.00797 y 15.9984 unidades de masa atómica, respectivamente, una unidad de masa atómica (u) es igual a 1.6604 X 10^{-27} kg. Exprese en kilogramos y gramos la masa atómica de un átomo de hidrógeno y un átomo de oxígeno.

$$M_H = 1.00797\,u\ \times\left(\frac{1.6604\times 10^{-27}\,kg}{1\,u}\right) = 1.6736\times 10^{-27}\,kg$$

$$1.6736\times 10^{-27}\,kg\ \times\left(\frac{1\times 10^{3}\,g}{1\,kg}\right) = 1.6736\times 10^{-24}\,g$$

$$M_O = 15.9984\ u\ \times\left(\frac{1.6604\times 10^{-27}\,kg}{1\,u}\right) = 2.6564\ \times 10^{-26}\,kg$$

$$2.6564\times 10^{-26}\,kg\ \times\left(\frac{1\times 10^{3}\,g}{1\,kg}\right) = 2.6564\ \times 10^{-23}\,g$$

Ejercicio 8. La densidad volumétrica de masa (ρ) del gas estelar en nuestra galaxia se estima en: 10^{-21} kg/m³. Suponga que el gas sea principalmente hidrógeno, estime el número de átomos de hidrógeno por cada centímetro cúbico.

$$\rho = \left(\frac{10^{-21}\,kg}{m^3}\right)\left(\frac{1\,m^3}{10^6 cm^3}\right) = 1\ \times 10^{-27}\frac{kg}{cm^3}$$

La masa de un átomo de hidrógeno en kilogramo es:

$$M_H = (1.00797\,u)\left(\frac{1.6604\times 10^{-27}\,kg}{1\,u}\right) = 1.6736\times 10^{-27} kg$$

$$\rho = \left(\frac{10^{-2}\ \ kg}{cm^3}\right)\left(\frac{M_H}{1.6736\times 10^{-27} kg}\right) = \frac{1}{1.6737}\frac{M_H}{cm^3}$$

$$\therefore \rho = 0.5972\frac{\acute{a}tomos\ H}{cm^3}$$

Ejercicio 9. Un estudiante deriva la ecuación $x = vt^2 + \frac{1}{2}at$. Donde x es la magnitud del desplazamiento, v la rapidez, a la magnitud de la aceleración y t el tiempo. Usando análisis dimensional, diga si la ecuación es probablemente correcta:

Se sabe que: $[x] = L$ $\quad$ $[t] = T$

$[v] = LT^{-1}$ $\quad$ $[a] = LT^{-2}$

Entonces:

$$[x] = [v][t]^2 + [a][t]$$

$$L = LT^{-1}T^2 + LT^{-2}T = LT + LT^{-1}$$

$$\therefore L \neq LT + LT^{-1}\ No\ es\ correcta.$$

Ejercicio 10. Una partícula de masa m gira en un círculo de radio r con aceleración a. Use análisis dimensional y encuentre la rapidez v de dicha partícula.

Se propone: $v \sim m^p r^q a^s$

Se introduce una constante adimensional $[K] = 1$, tal que:

$$v = K\ m^p r^q a^s$$

Cambiando cada variable por los observables:

$$[v] = LT^{-1}; [m] = M;\ [r] = L\ \ y\ \ [a] = LT^{-2}$$

Tenemos:

$$[v] =\ [K][m]^p[r]^q[a]^s\ \Rightarrow LT^{-1} = M^p L^q (LT^{-2})^s$$

Quedando el sistema de ecuaciones:

$$L\colon 1 = q + s$$
$$T\colon\ -1 = -2s$$
$$M\colon 0 = p$$

Al resolver el sistema de ecuaciones, cuya solución es:

$$p = 0$$
$$s = 1/2$$
$$q = 1/2$$

Sustituimos dichos valores en la potencia de cada variable:

$$v = K\, r^{1/2} a^{1/2} \therefore v = K\sqrt{ra}$$

Ejercicio 11. Exprese en unidades fundamentales del Sistema Internacional de Unidades, la cantidad $A = \frac{200(N)^2}{(h)(mg)^2}$.

Para escribir A en unidades fundamentales del Sistema Internacional de Unidades se usa la definición: $1\,N = \frac{1\,kg \cdot m}{s^2}$, y las equivalencias:

$$1\,h = 3.6 \times 10^3\,s$$

$$1\,mg = 1 \times 10^{-6}\,kg$$

para construir factores unitarios y simplificar, como se muestra a continuación

$$A = \frac{200(N)^2}{(h)(mg)^2}\left(\frac{\frac{1\,kg \cdot m}{s^2}}{1\,N}\right)^2 \left(\frac{1\,h}{3.6 \times 10^3\,s}\right)\left(\frac{1\,mg}{1 \times 10^{-6}\,kg}\right)^2$$

$$A = \frac{200(N)^2}{(h)(mg)^2}\frac{(kg)^2(m)^2}{(s^2)^2(N)^2}\frac{h}{3.6 \times 10^3\ \ s}\frac{(mg)^2}{1 \times 10^{-12}(kg)^2}$$

Simplificando unidades y números, se obtiene finalmente:

$$A = \frac{200}{(3.6 \times 10^{-9})}\frac{(m)^2}{(s)^5} = \frac{200}{3.6} \times 10^9 \frac{m^2}{s^5} = 5.6 \times 10^{10} \frac{m^2}{s^5}$$

Entonces:

$$A = \frac{200(N)^2}{(h)(mg)^2} = 5.6 \times 10^{10} \frac{m^2}{s^5}$$