

Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Química
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
Introducción de la Ingeniería de Procesos Metalúrgicos y de Materiales
Profesor: Luis Enrique Jardón Pérez

Ejemplo de balance macroscópico de materia
Balance de carga en una planta siderúrgica

Una planta siderúrgica realiza un ajuste de composición química final en una olla para producir un acero inoxidable 304 con la siguiente composición química:

$$W_{Cr}: 16.3\% - 18.2\%$$
$$W_{Ni}: 7.8\% - 8.7\%$$
$$W_{Mn}: 0.4\% - 0.9\%$$

La planta tiene el material que se muestra en la Tabla 1 disponible para realizar el ajuste de composición química.

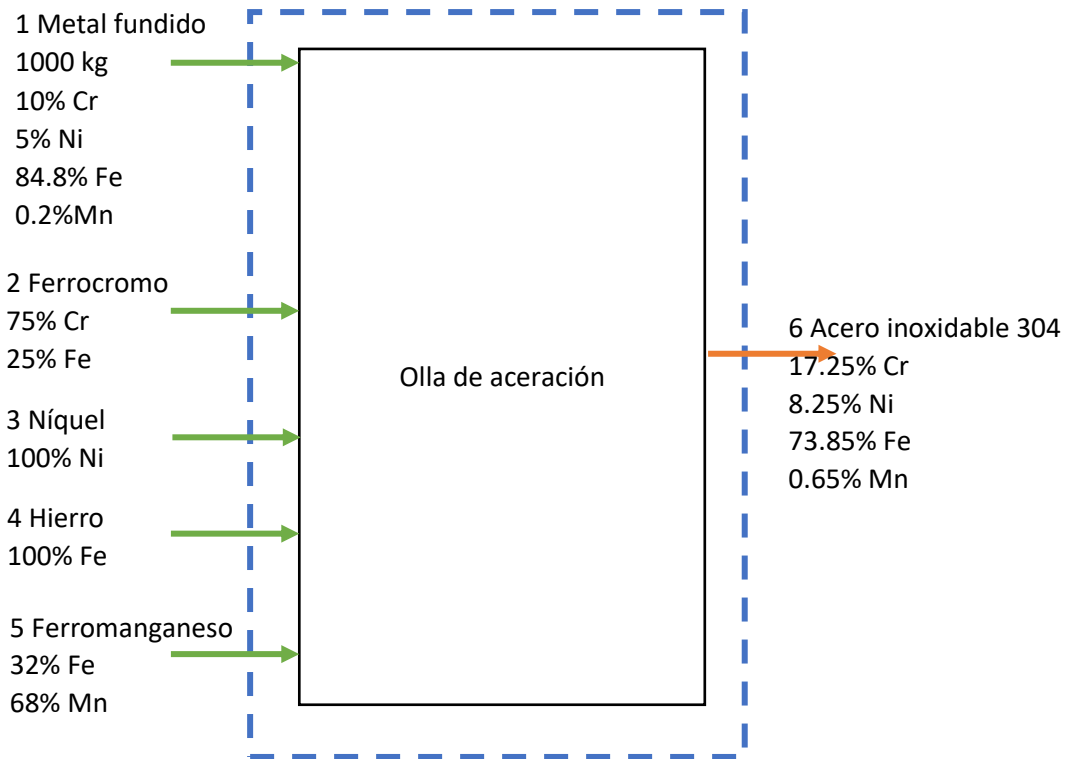
Tabla 1.- Fracción masa de los elementos para cargar en la olla.

Materia prima/Elemento	Cr	Ni	Fe	Mn
Metal en la olla	0.10	0.05	0.848	0.002
Ferrocromo	0.75	----	0.25	----
Níquel electrolítico	----	1.00	----	----
Hierro electrolítico	----	----	1.00	----
Ferromanganeso	----	----	0.32	0.68

Realice el balance de carga para el horno, si se parte de una tonelada métrica de metal en la olla y se desea obtener la composición media del acero inoxidable 304. Considere que no hay pérdidas de material debido a reacciones químicas en el proceso.

Dada la naturaleza del problema, se realizará el balance considerando la masa de los elementos en lugar de la cantidad de sustancia. Ya que al ser elementos sólidos y líquidos las composiciones químicas se nos dan en porcentaje y fracción másica, además de que no se considerará ninguna reacción química, por lo que realizar un balance molar solo dificultaría el cálculo al realizar conversiones innecesarias.

Para empezar a resolver el balance, comenzamos por realizar un esquema del proceso con todos los datos que conocemos, sabiendo que nuestro objetivo es el balance de carga en la olla.



En este caso se tienen cinco ecuaciones de balance, una para cada elemento (Cr, Ni, Fe, Mn) y el balance general.

General:

$$\begin{aligned}
 E - S + G &= Ac \\
 E - S &= 0 \\
 m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 - m_6 &= 0 \\
 1000kg + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 - m_6 &= 0 \\
 m_6 - m_2 - m_3 - m_4 - m_5 &= 1000kg
 \end{aligned}$$

Cr:

$$\begin{aligned}
 m_{Cr,1} + m_{Cr,2} - m_{Cr,6} &= 0 \\
 W_{Cr,1}m_1 + W_{Cr,2}m_2 - W_{Cr,6}m_6 &= 0 \\
 (0.10)1000kg + (0.75)m_2 - (0.1725)m_6 &= 0 \\
 (0.1725)m_6 - (0.75)m_2 &= 100kg
 \end{aligned}$$

Ni:

$$\begin{aligned}
 m_{Ni,1} + m_{Ni,3} - m_{Ni,6} &= 0 \\
 W_{Ni,1}m_1 + W_{Ni,3}m_3 - W_{Ni,6}m_6 &= 0 \\
 (0.05)1000kg + (1.0)m_3 - (0.0825)m_6 &= 0 \\
 (0.0825)m_6 - m_3 &= 50kg
 \end{aligned}$$

Fe:

$$\begin{aligned}
 m_{Fe,1} + m_{Fe,2} + m_{Fe,4} + m_{Fe,5} - m_{Fe,6} &= 0 \\
 W_{Fe,1}m_1 + W_{Fe,2}m_2 + W_{Fe,4}m_4 + W_{Fe,5}m_5 - W_{Fe,6}m_6 &= 0 \\
 (0.848)1000kg + (0.25)m_2 + (1.0)m_4 + (0.32)m_5 - (0.7385)m_6 &= 0 \\
 (0.7385)m_6 - (0.25)m_2 - m_4 - (0.32)m_5 &= 848kg
 \end{aligned}$$

Mn:

$$\begin{aligned}
 m_{Mn,1} + m_{Mn,5} - m_{Mn,6} &= 0 \\
 W_{Mn,1}m_1 + W_{Mn,5}m_5 - W_{Mn,6}m_6 &= 0 \\
 (0.002)1000kg + (0.68)m_5 - (0.0065)m_6 &= 0 \\
 (0.0065)m_6 - (0.68)m_5 &= 2kg
 \end{aligned}$$

Con lo que terminamos con cinco ecuaciones y cinco incógnitas:

$$\begin{aligned}
 m_6 - m_2 - m_3 - m_4 - m_5 &= 1000kg \\
 (0.1725)m_6 - (0.75)m_2 &= 100kg \\
 (0.0825)m_6 - m_3 &= 50kg \\
 (0.7385)m_6 - (0.25)m_2 - m_4 - (0.32)m_5 &= 848kg \\
 (0.0065)m_6 - (0.68)m_5 &= 2kg
 \end{aligned}$$

Tenemos cinco ecuaciones con cinco incógnitas, pero solo cuatro son independientes, lo cual podemos verificar con el cálculo de los grados de libertad:

$$\begin{aligned}
 DOF &= SV - IB - IC - F - SR \\
 DOF &= 14 - 4 - 8 - 1 - 0 = 1
 \end{aligned}$$

Dada la naturaleza del problema podemos suponer que no se adicionará hierro electrolítico, es decir, que m_4 es cero:

$$\begin{aligned}
 m_6 - m_2 - m_3 - m_5 &= 1000kg \\
 (0.1725)m_6 - (0.75)m_2 &= 100kg \\
 (0.0825)m_6 - m_3 &= 50kg \\
 (0.7385)m_6 - (0.25)m_2 - (0.32)m_5 &= 848kg \\
 (0.0065)m_6 - (0.68)m_5 &= 2kg
 \end{aligned}$$

En este caso se debe emplear un método como Gauss-Jordan para resolver el sistema de ecuaciones:

Ecuación	m_2	m_3	m_5	m_6	Indepen.
Ec1	-0.75	0	0	0.1725	100
Ec2	0	-1	0	0.0825	50
Ec3	-0.25	0	-0.32	0.7385	848
Ec4	0	0	-0.68	0.0065	2

Ecuación	m_2	m_3	m_5	m_6	Indepen.
Ec1/-0.75	1	0	0	-0.23	-133.3333
Ec2	0	-1	0	0.0825	50
Ec1*0.25+Ec3	0	0	-0.32	0.681	814.6675
Ec4	0	0	-0.68	0.0065	2

Ecuación	m_2	m_3	m_5	m_6	Indepen.
Ec1	1	0	0	-0.23	-133.3333
Ec2/-1	0	1	0	-0.0825	-50
Ec3	0	0	-0.32	0.681	814.6675
Ec4	0	0	-0.68	0.0065	2

Ecuación	m_2	m_3	m_5	m_6	Indepen.
Ec1	1	0	0	-0.23	-133.3333
Ec2	0	1	0	-0.0825	-50
Ec3/-0.32	0	0	1	-2.1281	-2545.83
Ec3*0.68+Ec4	0	0	0	-1.4406	-1729.16

Ecuación	m_2	m_3	m_5	m_6	Indepen.
Ec4*0.23+Ec1	1	0	0	0	142.737
Ec4*0.0825+Ec2	0	1	0	0	49.0252
Ec4*2.1281+Ec3	0	0	1	0	8.54
Ec4/-1.4406	0	0	0	1	1200.3054

Con lo que, los resultados son:

$$m_2 = 142.737 \text{ kg}$$

$$m_3 = 49.0252 \text{ kg}$$

$$m_5 = 8.54 \text{ kg}$$

$$m_6 = 1200.3054 \text{ kg}$$

Para verificar el balance podemos usar las ecuaciones planteadas anteriormente:

$$(1200.3054 \text{ kg}) - (142.737 \text{ kg}) - (49.0252 \text{ kg}) - (8.54 \text{ kg}) = 1000.0032 \text{ kg} = 1000 \text{ kg}$$

$$(0.1725)(1200.3054 \text{ kg}) - (0.75)(142.737 \text{ kg}) = 99.9999 \text{ kg} = 100 \text{ kg}$$

$$(0.0825)(1200.3054 \text{ kg}) - (49.0252 \text{ kg}) = 49.9999 \text{ kg} = 50 \text{ kg}$$

$$(0.7385)(1200.3054 \text{ kg}) - (0.25)(142.737 \text{ kg}) - (0.32)(8.54 \text{ kg}) = 848.0085 \text{ kg} = 848 \text{ kg}$$

$$(0.0065)(1200.3054 \text{ kg}) - (0.68)(8.54 \text{ kg}) = 1.9947 \text{ kg} = 2 \text{ kg}$$

Otra manera de resolver este problema es empleando una serie de suposiciones para realizar lo que se denomina balance de carga, las cuales incluyen:

- 1.- Dado que la cantidad de Fe es mucho mayor que la del resto de los componentes de la aleación, se puede suponer que no importa la cantidad de elementos de aleación que agreguemos, se cumplirá con el contenido de Fe que buscamos.
- 2.- Como el contenido de Fe no es lo más importante para darle las propiedades adecuadas a nuestro acero inoxidable y el Fe electrolítico es demasiado caro, supondremos que la masa del mismo que agregamos es cero.
- 3.- Se considera una eficiencia, la cual es única para cada horno y elemento de aleación. La cual depende de muchos factores, por lo que se obtiene basándonos en la experiencia y los datos históricos del horno que usamos. En este caso, al no tener dichos datos, supondremos que es de 75%

para todos los elementos de aleación, ya que hay que considerar que es un acero inoxidable cuya composición química requiere de muchos de los mismos.

Con esas dos suposiciones el balance se simplifica al ajuste de composición química con las ferroaleaciones, quedándonos de la siguiente manera:

$$m_{FeCr,agregar} = m_{metal\ fundido} \left(\frac{\%Cr_{deseado} - \%Cr_{actual}}{Ef_{Cr}} \right) \left(\frac{100\%}{\%Cr_{ferroaleacion}} \right)$$

$$m_{Ni,agregar} = m_{metal\ fundido} \left(\frac{\%Ni_{deseado} - \%Ni_{actual}}{Ef_{Ni}} \right) \left(\frac{100\%}{\%Ni_{ferroaleacion}} \right)$$

$$m_{FeMn,agregar} = m_{metal\ fundido} \left(\frac{\%Mn_{deseado} - \%Mn_{actual}}{Ef_{Mn}} \right) \left(\frac{100\%}{\%Mn_{ferroaleacion}} \right)$$

$$m_{FeCr,agregar} = 1000kg \left(\frac{17.25 - 10}{75} \right) \left(\frac{100\%}{75\%} \right)$$

$$m_{Ni,agregar} = 1000kg \left(\frac{8.25 - 5}{75} \right) \left(\frac{100\%}{100\%} \right)$$

$$m_{FeMn,agregar} = 1000kg \left(\frac{0.65 - 0.20}{75} \right) \left(\frac{100\%}{68\%} \right)$$

Quedándonos:

$$m_{Cr,agregar} = 128.8889\ kg$$

$$m_{Ni,agregar} = 43.3333\ kg$$

$$m_{Mn,agregar} = 8.8235\ kg$$

Dadas las suposiciones que se hicieron, es necesario que verifiquemos que el metal final tenga la composición que deseamos, por lo que debemos calcular la cantidad final de todos los elementos de aleación que tengamos.

$$m_6 = 1000\ kg + 128.8889\ kg + 43.3333\ kg + 8.8235\ kg = 1181.0458\ kg$$

$$m_{Cr,6} = 100\ kg + 0.75(128.8889\ kg) = 196.6667\ kg$$

$$m_{Ni,6} = 50\ kg + 1.0(43.3333\ kg) = 93.3333\ kg$$

$$m_{Mn} = 2\ kg + 0.68(8.8235\ kg) = 8.0000\ kg$$

Con lo que la composición actual en el horno es:

16.6519 % Cr

7.9026 % Ni

0.6774 % Mn

Que entra dentro de la composición química requerida por la aleación. Sin embargo, hay que tener en consideración que se supuso una eficiencia mucho menor debido al incremento en masa producto del elevado contenido de elementos de aleación que se requerían en el acero inoxidable.