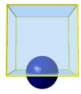
Solución Parcial 3, Física 2, SEMESTRE 2025-II, FQ-UNAM 27 de marzo de 2025

1) Una carga puntual de 4.0 μC se coloca a 2.0 mm de distancia de un alambre vertical muy largo que tiene densidad de carga eléctrica de 0.6 nC/m. ¿Cuál es la magnitud de la fuerza eléctrica que se ejerce sobre la carga puntual?

$$|\vec{F}| = |q||\vec{E}| = |q|\left|\frac{2k\lambda}{D}\right| \quad \Rightarrow \quad |\vec{F}| = \frac{(4.0x10^{-6})(2)(9x10^{9})0.6x10^{-9}}{2.0x10^{-3}} \quad \Rightarrow \quad |\vec{F}| = 0.0216\ N$$

2) Una esfera de radio 0.5 m posee densidad de carga eléctrica de 10.0 nC/m³. Si colocamos un cubo de lado 2.0 m que encierre a la mitad de la esfera, ¿cuánto vale el flujo de campo eléctrico en la superficie del cubo?

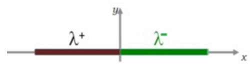


$$\Phi = \frac{q_{enc}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V_{esfera}}{2\varepsilon_0} = \frac{\rho 4\pi r^3}{6\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \Phi = \frac{(10.0x10^{-9})(4\pi)(0.5)^3}{(6)8.85x10^{-12}} \quad \Rightarrow \quad \Phi = 295.82\ Nm^2/C$$

3) Para un plano infinito, que tiene densidad de carga eléctrica positiva, ¿podemos decir que la diferencia de potencial eléctrico cuando nos acercamos al plano es positiva o negativa? Fundamenta tu respuesta para que sea válida.

$$\Delta V = -\int_A^B \vec{E} \bullet d\vec{r} \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\int_A^B |\vec{E}|\,|d\vec{r}|cos\beta \quad \Rightarrow \quad \Delta V = -\int_A^B |\vec{E}|\,|d\vec{r}|cos180 \quad \Rightarrow \quad \Delta V = |\vec{E}||d\vec{r}|$$

4) Considera dos barras finitas, no conductoras, que están alineadas sobre el eje coordenado *x*, que se están tocando en el origen del sistema de referencia. Una de ellas, situada en coordenadas "negativas de *x*" posee densidad de carga eléctrica de 4.0 mC/m mientras que la otra, situada en coordenadas "positivas de *x*", posee densidad de carga eléctrica de –2.0 mC/m. Si la longitud de cada barra es 0.1 m, determina el vector campo eléctrico en el punto de coordenadas situado en (0, 0.1) m.



Barra con carga positiva

$$\vec{E} = k\lambda\left(\left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right]_{-0.1}^{0}\hat{\imath} + \left[\frac{x}{y\sqrt{x^2+y^2}}\right]_{-0.1}^{0}\hat{\jmath}\right)$$

$$\vec{E} = (9x10^{9})(4.0x10^{-3})\left(\left[\frac{1}{\sqrt{(0)^2+(0.1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(-0.1)^2+(0.1)^2}}\right]\hat{\imath} + \left[\frac{0}{0.1\sqrt{(0)^2+(0.1)^2}} - \frac{-0.1}{0.1\sqrt{(-0.1)^2+(0.1)^2}}\right]\hat{\jmath}\right)$$

$$\vec{E} = 1.05x10^{8}N/C\ \hat{\imath} + 2.54x10^{8}N/C\ \hat{\jmath}$$

Barra con carga negativa

$$\vec{E} = k\lambda\left(\left[\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right]_{0}^{0.1}\hat{\imath} + \left[\frac{x}{y\sqrt{x^2+y^2}}\right]_{0}^{0.1}\hat{\jmath}\right)$$

$$\vec{E} = (9x10^{9})(-2.0x10^{-3})\left(\left[\frac{1}{\sqrt{(0.1)^2+(0.1)^2}} - \frac{1}{\sqrt{(0)^2+(0.1)^2}}\right]\hat{\imath} + \left[\frac{0.1}{0.1\sqrt{(0.1)^2+(0.1)^2}} - \frac{0}{0.1\sqrt{(0)^2+(0.1)^2}}\right]\hat{\jmath}\right)$$

$$\vec{E} = 0.53x10^{8}N/C\ \hat{\imath} - 1.27x10^{8}N/C\ \hat{\jmath}$$

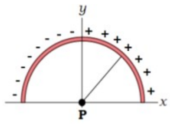
Campo eléctrico en $\vec{r} = 0.1\,\hat{\jmath}$:

$$\vec{E} = 1.58x10^{8}N/C\ \hat{\imath} + 1.27x10^{8}N/C\ \hat{\jmath}$$

5) Un cilindro muy largo pero de radio 0.3 m, tiene una densidad de carga de –2.0 μC/m³. Determina la magnitud del campo eléctrico en una superficie gaussiana, coaxial al cilindro, que tiene un radio de 0.1 m.

$$|\vec{E}| = \frac{|q_{enc}|}{\varepsilon_0 A_{SG}} = \frac{|\rho| V_{SG}}{\varepsilon_0 A_{SG}} = \frac{|\rho| \pi r^2 L}{\varepsilon_0 2\pi r L} = \frac{|\rho| r}{2\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad |\vec{E}| = \frac{(2.0x10^{-6})0.1}{(2)8.85x10^{-1}} \quad \Rightarrow \quad |\vec{E}| = 1.12x10^4\ N/C$$

6) Un semicírculo, de radio 0.8 m, está cargado uniformemente con carga eléctrica de 0.4 nC en la mitad de su longitud y cargado uniformemente con carga eléctrica de –0.8 nC en la otra mitad. Determina la magnitud del campo eléctrico en el punto P.



$$\lambda = \frac{Q}{L} = \frac{Q}{\frac{\pi}{2}R} = \frac{2Q}{\pi R}$$

Barra con carga positiva

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{R}\left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} [-cos\theta\,\hat{\imath} - sen\theta\,\hat{\jmath}]\,d\theta\right] \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{k\lambda}{R}[-sen\theta\,\hat{\imath} + cos\theta\,\hat{\jmath}]\Big|_0^{\pi/2}$$

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{R}\left[\left(-sen\left(\frac{\pi}{2}\right) + sen(0)\right)\hat{\imath} + \left(cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - cos(0)\right)\hat{\jmath}\right] \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{k\lambda}{R}[-\hat{\imath} - \hat{\jmath}]$$

$$\vec{E} = \frac{2kQ}{\pi R^2}[-\hat{\imath} - \hat{\jmath}] \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{2(9x10^9)(0.4x10^{-9})}{\pi(0.8)^2}[-\hat{\imath} - \hat{\jmath}] \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -3.58\ N/C\,\hat{\imath} - 3.58\ N/C\,\hat{\jmath}$$

Barra con carga negativa

$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{R}\left[\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} [-cos\theta\,\hat{\imath} - sen\theta\,\hat{\jmath}]\,d\theta\right] \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{k\lambda}{R}[-sen\theta\,\hat{\imath} + cos\theta\,\hat{\jmath}]\Big|_{\pi/2}^{\pi}$$

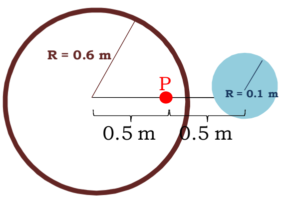
$$\vec{E} = \frac{k\lambda}{R}\left[\left(-sen(\pi) + sen\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)\hat{\imath} + \left(cos(\pi) - cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)\hat{\jmath}\right] \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{k\lambda}{R}[\,\hat{\imath} - \hat{\jmath}]$$

$$\vec{E} = \frac{2kQ}{\pi R^2}[\,\hat{\imath} - \hat{\jmath}] \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = \frac{2(9x10^9)(-0.8x10^{-9})}{\pi(0.8)^2}[\,\hat{\imath} - \hat{\jmath}] \quad \Rightarrow \quad \vec{E} = -7.16\ N/C\,\hat{\imath} + 7.16\ N/C\,\hat{\jmath}$$

Campo eléctrico en $\vec{r}_P$:

$$\vec{E} = -10.74\ N/C\,\hat{\imath} + 3.58\ N/C\,\hat{\jmath} \quad \Rightarrow \quad |\vec{E}| = 11.32\ N/C$$

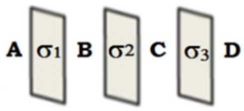
7) Considera dos esferas cuyos centros están separados 1.0 m. Una esfera es de radio 0.6 m y tiene densidad de carga eléctrica de 5.0 nC/m² pero en la segunda, que tiene un radio de 0.1 m, tiene densidad de carga eléctrica de 5.0 nC/m³. Determina la magnitud del campo eléctrico en el punto medio de la distancia de separación entre los centros.



Como el punto P está dentro de la esfera que tiene densidad 5.0 nC/m², entonces el campo eléctrico en el punto P es debido a la esfera que tiene densidad de 5.0 nC/m³

$$|\vec{E}| = \frac{|q_{enc}|}{\varepsilon_0 A_{SG}} = \frac{|\rho| V_{Esfera}}{\varepsilon_0 A_{SG}} = \frac{|\rho| 4\pi R^3}{3\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{|\rho| R^3}{3\varepsilon_0 r^2} \quad \Rightarrow \quad |\vec{E}| = \frac{5.0x10^{-9}(0.1)^3}{3(8.85x10^{-12})(0.5)^2} \quad \Rightarrow \quad |\vec{E}| = 0.75\ N/C$$

8) Considera el arreglo de placas infinitas mostrado en la imagen y determina la magnitud del vector campo eléctrico en las regiones A, B, C y D si las densidades superficiales de carga eléctrica son: σ_1 = 8.0 nC/m², σ_2 = –6.0 nC/m², σ_3 = –4.0 nC/m².



Considerando un sistema de referencia unidimensional creciente a la derecha

$$\left|\vec{E}_A\right| = \left|-\frac{|\sigma_1|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma_3|}{2\varepsilon_0}\right| = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left|-|\sigma_1| + |\sigma_2| + |\sigma_3|\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}_A\right| = \frac{10^{-9}}{2(8.85x10^{-12})}\left|-8.0 + 6.0 + 4.0\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}_A\right| = 113.0\ N/C$$

$$\left|\vec{E}_B\right| = \left|\frac{|\sigma_1|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma_3|}{2\varepsilon_0}\right| = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left||\sigma_1| + |\sigma_2| + |\sigma_3|\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}_B\right| = \frac{10^{-9}}{2(8.85x10^{-12})}\left|8.0 + 6.0 + 4.0\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}_B\right| = 1017.0\ N/C$$

$$\left|\vec{E}_C\right| = \left|\frac{|\sigma_1|}{2\varepsilon_0} - \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0} + \frac{|\sigma_3|}{2\varepsilon_0}\right| = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left||\sigma_1| - |\sigma_2| + |\sigma_3|\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}_C\right| = \frac{10^{-9}}{2(8.85x10^{-12})}\left|8.0 - 6.0 + 4.0\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}_C\right| = 339.0\ N/C$$

$$\left|\vec{E}_D\right| = \left|\frac{|\sigma_1|}{2\varepsilon_0} - \frac{|\sigma_2|}{2\varepsilon_0} - \frac{|\sigma_3|}{2\varepsilon_0}\right| = \frac{1}{2\varepsilon_0}\left||\sigma_1| - |\sigma_2| - |\sigma_3|\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}_D\right| = \frac{10^{-9}}{2(8.85x10^{-12})}\left|8.0 - 6.0 - 4.0\right| \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}_D\right| = 113.0\ N/C$$

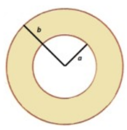
9) Una esfera sólida con radio de 20.0 cm posee una densidad de carga eléctrica de –15.0 mC/m³. Determina la magnitud del vector campo eléctrico a una distancia, medida con respecto al centro de la esfera, equivalente a la mitad del volumen de la esfera.

$$V_{Esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \Rightarrow \quad V_{Esfera} = \frac{4}{3}\pi(0.2)^3 \quad \Rightarrow \quad V_{Esfera} = 0.03351\ m^3$$

$$V_{SG} = \frac{V_{Esfera}}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{0.03351}{2} \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{0.03351(3)}{2(4)\pi}} = 0.15874\ m$$

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{|q_{enc}|}{\varepsilon_0 A_{SG}} = \frac{|\rho| V_{SG}}{\varepsilon_0 A_{SG}} = \frac{|\rho| 4\pi r^3}{3\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{|\rho| r}{3\varepsilon_0} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}\right| = \frac{15.0x10^{-3}(0.15874)}{3(8.85x10^{-12})} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}\right| = 8.97x10^7\ N/C$$

10) Considera una esfera con densidad de carga volumétrica –4.0 nC/m³, radio b = 3.0 cm, que se encuentra esféricamente hueca en su interior, radio a = 0.5 cm. Determina, la magnitud del campo eléctrico a una distancia de 2.0 cm del centro de la esfera.



$$\left|\vec{E}\right| = \frac{|q_{enc}|}{\varepsilon_0 A_{SG}} = \frac{|\rho|\left(V_{SG} - V_{Esfera\ interna}\right)}{\varepsilon_0 A_{SG}} = \frac{|\rho| 4\pi(r^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 4\pi r^2} = \frac{|\rho|(r^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 r^2}$$

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{4.0x10^{-9}[(0.02)^3 - (0.005)^3]}{3(8.85x10^{-12})(0.02)^2} \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{E}\right| = 2.97\ N/C$$