

CIFRAS SIGNIFICATIVAS¹

La experiencia en el laboratorio de Física, nos ha demostrado que el alumno que cursa ésta materia tiene problemas en el manejo de los números, lo que conlleva a errores y falsas interpretaciones en los resultados y por consiguiente en las conclusiones en los experimentos que realiza

Con el fin de dar solución a lo anterior, se pensó en elaborar material de apoyo para los alumnos que cursan la materia de Cinemática y Dinámica sobre cifras significativas

“Si las designaciones no son correctas, las palabras no pueden ser conformes; si las palabras no son conformes, los asuntos del Estado no tienen el menor éxito: si esos asuntos no tienen el menor éxito, ni los ritos ni la música florecen; si no florecen los ritos y la música, ni los suplicios ni los castigos pueden ser justos; si éstos no son justos, el pueblo no sabe cómo actuar. Así un príncipe sabio, cuando atribuye designaciones, obra siempre de manera que las palabras puedan ajustarse a ellas, y cuando las emplea al hablar, obra de forma que se realicen en acción.”

Gh'iu K'ung (K'ung Tse (a): K'ung futsi)

Confucio, siglo IV A. C.

Al leer el aforismo de Confucio (551 A. C. - 479 A. C.), nos consideramos afortunados por haber nacido en este siglo, pues ya casi no hay príncipes ... aunque sean sabios y hace tiempo se abolió el suplicio como acción justiciera (?).

Pero aparte de alegrarnos por nuestra fortuna, no deja de admirarnos la vigencia de su opinión referente a la necesidad de ajuste entre designaciones y palabras para lograr el éxito en las labores cotidianas. Esta opinión fue sostenida por muchos otros pensadores de diferentes épocas pertenecientes a civilizaciones distintas.

Ahora sabemos que su vigencia tan longeva se debe a que el desarrollo de las sociedades no siempre es ascendente y a que gran parte del conocimiento y comportamiento de los integrantes de estas sociedades, les fue transmitido y modelado por las mismas sociedades en que vivieron.

Muchos de los logros de civilizaciones desaparecidas han sido alcanzados nuevamente y muchos superados pero quizá algunos permanezcan ignorados para siempre.

Por eso las metas principales de todo ser humano civilizado son: obtener y conservar la información necesaria para su supervivencia y bienestar

¹ Estas notas, salvo correcciones (por actualización) fueron elaboradas por el Físico Miguel Ángel Herrera Romero, para el laboratorio de la Facultad de Química de la UNAM. Las correcciones fueron realizadas por el Dr. Marcelo Lugo Licona

Hoy en día el deseo de supervivencia adopta la forma de deseo de bienestar, pues este último se considera una medida del éxito en la lucha por la supervivencia. A mayor bienestar mayor posibilidad de supervivencia en cualquier sistema económico político

Como no es suficiente el atesoramiento de la información para comprender los fenómenos naturales: el hombre creó el método científico.

La disponibilidad de la información y el método científico, nos permiten conocer nuestro medio circundante, prever situaciones difíciles y actuar de manera conveniente y oportuna: dejando de ser simples espectadores de los fenómenos naturales.

El deseo y la necesidad de predecir acontecimientos nos lleva a realizar observaciones cualitativas y cuantitativas cada vez más cuidadosas y precisas y a utilizar el método científico.

El método científico es esencialmente cuantitativo. Aquí no discutiremos, el método científico; lo que si trataremos es la manera correcta de denotar la información cuantitativa, cómo interpretarla y cómo manejarla en las operaciones aritméticas.

Para obtener resultados correctos, de aquí en adelante guiaremos nuestro comportamiento mediante las siguientes reglas:

I. No falsear la información

II. No perder la información

No obstante su simplicidad, estas reglas tienen la más alta jerarquía y predominan sobre todas las demás (que estableceremos posteriormente).

Frecuentemente y a pesar de su necesidad evidente, muchas personas las violan sin siquiera sospecharlo.

Los símbolos empleados para denotar la información cuantitativa no siempre han sido los mismos: han cambiado, evolucionado, desaparecido, se han inventado nuevos, etc. Aquí no nos detendremos reseñando esta historia larga y fascinante, sino que supondremos conocido por todos el sistema indoarábigo posicional de base diez y las fracciones decimales. También supondremos conocido el modo en que se realizan las operaciones aritméticas usando este sistema.

Al denotar una cantidad usamos un conjunto de símbolos (dígitos), los cuales contienen la información que deseamos conservar.

Para no violar las reglas anteriores usaremos el número necesario y suficiente de dígitos, ni más ni menos, este conjunto de dígitos se denominan: cifras significativas, para precisar daremos la siguiente definición:

Se denomina cifra significativa a toda cifra que contiene información.

Toda acción que realicemos para obtener información cuantitativa se llevará a cabo mediante uno o más de los siguientes procesos elementales:

- ❖ **Contar**
- ❖ **Medir**
- ❖ **Calcular**

El proceso de contar es tan antiguo que su origen se pierde en la prehistoria. Nos es tan familiar que en ocasiones creemos que es innato, rehusándonos a admitir que es aprendido.

Gracias a nuestras madres aprendemos a contar, al mismo tiempo que aprendemos a hablar y caminar. Algunos investigadores del comportamiento animal y humano opinan que el aprender a contar a edad tan temprana, entre otras cosas, oculta una de nuestras más grandes limitaciones humanas, la incapacidad de percibir más allá del número cuatro. Sí, nuestra percepción numérica es comparable a la de algunas aves y es menor que la de algunos insectos (¿animales inferiores?).

No debemos confundir la percepción numérica (innata) con el proceso de contar (aprendido).

Para percibir el sonido, el calor, un olor o un color, no necesitamos pensar, al menos de manera consciente. De manera análoga, si en nuestro camino nos encontramos una, dos, tres, y ¡hasta cuatro! personas, no necesitamos contarlas para saber cuántas son. Pero si al entrar a un salón de clase sólo lo recorremos con la vista, no sabremos cuántas personas hay si son más de cuatro. Para saberlo ¡tendremos que contarlas!

Nuestra percepción numérica tan limitada también se encuentra reflejada en muchos idiomas. En el nuestro tenemos primera, segunda y tercera personas, tanto para el singular como para el plural. ¿Por qué no tenemos una cuarta, una quinta, una sexta... o más personas? Algunos afirman que no se necesita y a otros la pregunta les parece ociosa y sin sentido. Según las lingüistas, cuando se formó el lenguaje, eran pocas las necesidades del hombre, y la de cuantificar lo que le rodeaba ya estaba satisfecha por la percepción numérica innata, así que nos quedamos sólo con tres personas.

La percepción numérica no iba más allá de cuatro, no se hacía distinción más de uno, dos, tres y muchos y sigue tan limitada como entonces.

Parece que no hay más remedio que aceptar que contar es un proceso aprendido y por lo tanto transmitido de generación en generación. Así que empezamos a contar. Y si lo que queremos contar se deja contar, denotémoslo correctamente.

Si queremos saber cuántos alumnos hay en un salón de clase, los contamos uno, dos, ..., diecisiete, (supongamos que son solo diecisiete). Para denotarlo, empleando el sistema posicional indoarábigo, podríamos escribir cualquiera de las siguientes opciones

- 17 (sin punto decimal)
- 17. (con punto decimal)
- 17.0 (con un cero)
- 17.00 (con dos ceros)
- 17.000 y así sucesivamente.

Soló la primera opción es correcta puesto que las demás opciones como 17. (con punto decimal) sugiere que podía haber una fracción de persona, y 17.0 nos indica que hay decimas de personas, 17.00 que hay centésimas de personas y así sucesivamente, lo cual no es cierto.

Si quisiéramos indicar cuántas personas hay en el salón, estando absolutamente seguros que son diecisiete, usando las fracciones decimales, tendríamos que denotarlo con una infinidad de ceros a la derecha del punto decimal: 17.000 000 000.....

Para no pasar nuestra vida escribiendo ceros, escribimos simplemente 17 (sin punto decimal). ¡Atención! En casos como este, aunque sólo utilizamos dos cifras para denotar el resultado de contar, consideraremos que tiene una infinidad de cifras significativas.

Por razones prácticas no escribimos una infinidad de ceros a la derecha del punto decimal, pero estamos seguros de ellos porque no hay fracciones de persona (además no cometimos ninguna equivocación al contar) y el resultado de contar (en este caso), es un resultado exacto. Aquí usamos el adjetivo exacto, para indicar que no tiene error.

Debe notarse que no transgredimos las reglas principales (ver página 2) al considerar que el resultado tiene una infinidad de cifras significativas, aunque sólo escribimos dos. Pero el considerar que un resultado exacto tiene una infinidad de cifras significativas, nos permitirá establecer reglas generales (más adelante) para la determinación del número de cifras significativas, resultantes de una operación aritmética con cantidades obtenidas mediante los procesos de contar, medir y calcular.

En suma, en el ejemplo anterior no usamos el punto decimal por dos razones, la

primera: porque contamos sólo unidades; la segunda: porque el usarlo podría conducirnos a una mala interpretación.

No está excluido el uso del punto decimal para denotar el resultado de contar. Por ejemplo: si disponemos de nuestros ahorros en dólares para viajar al extranjero, los contamos y obtenemos \$6 768.75 en total. Estamos seguros que tenemos esa cantidad (exacta), usando seis dígitos y el punto decimal para denotarlo, pero igual que en el caso anterior y por la misma razón, consideraremos que tiene una infinidad de cifras significativas.

Como ya se advirtió antes, no todo se puede contar, debido a diversos tipos de limitaciones. Además, en ocasiones aunque se disponga de medios confiables para contar, la exactitud puede ser un estorbo. Esto desde luego depende del uso que queramos o podamos dar a nuestros resultados numéricos. Un ejemplo típico es el resultado del censo poblacional de una ciudad.

Si nos dicen que el número de habitantes (h) de una ciudad fue, cuando se realizó el censo, de dieciocho millones cuatrocientos doce mil seiscientos setenta y siete; es decir 18 412 677 ¿de qué nos sirve saberlo con exactitud?, si en el momento de conocerlo ya es obsoleto. Aunque en algún instante esta cifra (exacta) indicó el número verdadero. También debemos considerar la lentitud con que se realizó el censo y la rapidez con que se llevarán a cabo las acciones basadas en este número. Así que quizá sea suficiente considerar 18 400 000 habitantes; número que es más fácil de manejar.

Buscar la exactitud resulta utópico y aquí la inexactitud es una "virtud" inevitable. Nótese que en este caso no podemos considerar una infinidad de cifras significativas, ni siquiera ocho, nos tenemos que conformar con tres, aunque en principio el número de habitantes en un instante dado sea un número exacto. Los demógrafos reconocen las limitaciones del censo, y de los cálculos que realizan basados en sus cifras y escriben: 18 400 000 habitantes, considerando tres cifras significativas. En estos casos los ceros a la derecha de dígitos diferentes de ceros, no son significativos, a menos que se especifique cuántos sí lo son o bien, para evitar equívocos escriben 18.4 millones de habitantes, si sólo consideran tres cifras significativas o 18.41 millones de habitantes, si consideran cuatro.

La manera de obtener la información y el uso que se hace de ella depende de las limitaciones propias del problema que se intenta resolver.

El químico, en su trabajo, tropieza con dificultades semejantes, como veremos al tratar el problema de medir.

Hasta aquí hemos supuesto que el proceso de contar es conocido por todos. Se han dado ejemplos de cómo denotar correctamente el resultado de contar, pero no se ha dicho en qué consiste este proceso.

Como ya se dijo antes, los humanos tenemos una percepción numérica muy limitada, pero hay algo que tenemos muy desarrollado: la capacidad de asociar un

elemento de un conjunto con un elemento de otro conjunto. Esto lo podemos verificar fácilmente. Si miramos el interior de un salón (cuando se imparte una clase) nos daremos cuenta si hay lugares desocupados o si todos los lugares están ocupados o si hay alumnos de pie.

En cualquiera de los tres casos anteriores podemos concluir que en el primer caso hay más asientos que alumnos, en el segundo caso hay tantos asientos como alumnos y en el tercer caso hay más alumnos que asientos. Todo esto sin siquiera saber cuántos alumnos y asientos hay. Y ¡podríamos hacer lo mismo en una sala de conciertos o en un estadio!

Los investigadores del comportamiento humano también han observado que, cuando se le pide a un niño pequeño que cuente los objetos de una habitación, va de un objeto a otro tocándolos y enumerándolos.

La acción de contar, para el niño, consiste en una serie de eventos (el tocar cada uno de los objetos sólo una vez). Si se le pide que cuente objetos que no están a su alcance, se contentará con señalarlos (los eventos consisten en señalarlos una sola vez). Desde el punto de vista matemático diríamos que está aplicando un isomorfismo, entre los números y los objetos (una asociación uno a uno entre los eventos y los objetos).

El niño no tarda en darse cuenta que el orden en que se enumeren los objetos, no altera el resultado. El número más grande que se necesita para enumerar todos los objetos que se le pidió contar es el número cardinal del conjunto de objetos. Así que al contar un conjunto de objetos, realmente hacemos otra cosa, contamos una serie de eventos, luego hacemos una inferencia basada en un isomorfismo y concluimos que el número cardinal de los eventos es el número de objetos. Luego entonces podemos definir el proceso de contar como sigue:

Contar, es el proceso mediante el cual determinamos el número cardinal de un conjunto

Algunos consideran que definiciones como esta complican más las cosas, pero tiene que pagarse algún precio por la claridad

Ahora pasaremos al proceso elemental siguiente, el proceso de medir. Al revisar la literatura relacionada con el proceso de medir, nos encontramos con que éste ha evolucionado. Las maneras de medir y las unidades de medida, no siempre han sido las mismas.

Los sistemas de medida han cambiado, aún se realizan reuniones de científicos y técnicos de diferentes nacionalidades, para ratificar acuerdos y cambiar o establecer algunos nuevos.

El proceso de medir es esencialmente diferente del proceso de contar. Al contar consideramos cantidades discretas en tanto que al medir consideramos cantidades continuas. Para especificar lo contado, sólo utilizamos los números enteros no

negativos y en ocasiones una cantidad finita de fracciones de la unidad.

Para especificar las mediciones necesitamos al conjunto de los números reales. Al medir también hacemos muchas suposiciones acerca de lo que medimos y de los conceptos que manejamos.

Los científicos y los filósofos (que en esencia son lo mismo) aunque discrepan en muchos temas, al menos están de acuerdo en que el proceso de medir consiste en comparar, directa o indirectamente con un patrón previamente establecido y aceptado. Conjuntamente con este patrón hay una serie de reglas operacionales que permiten realizar la medición correctamente; podemos (provisionalmente) establecer una definición para la acción de medir:

Medir es comparar dos magnitudes de la misma especie, una de ellas recibe el nombre de mesurando y la otra el de patrón.

No trataremos los sistemas de medida, ni la validez y conveniencia de los patrones de medida ni de las reglas operacionales. Sólo nos ocuparemos de las maneras de denotar las medidas correctamente.

Las leyes de la naturaleza se dividen en dos grandes grupos: las deterministas y las estadísticas. Cualesquiera que sean las leyes que rijan el fenómeno natural que estemos estudiando, para obtener resultados, tendremos que medir.

No discutiremos el aspecto estadístico de los conjuntos de datos aunque la ley que gobierne el fenómeno que estudiemos sea del tipo estadístico o que las perturbaciones que actúen sobre nuestros instrumentos de medida ocurran al azar. Sólo consideraremos medidas individuales.

A continuación se enlistan varios ejemplos numéricos, y se dan *las* reglas que indican cuántas cifras significativas tiene cada número. Todos los números de estos ejemplos son resultados de medir. En esta lista no incluimos las unidades de medida y sólo se usa la notación más simple. Posteriormente utilizaremos otro tipo de notación más elaborada y precisa.

Ejemplo	Medida	Número de cifras significativas
I	39.948	5
II	14.0067	6
III	0.01492	4
IV	22.700	5
V	6.02252×10^{23}	6

Ahora pasemos a establecer las reglas para distinguir cifras significativas de la que no son:

1. Dígitos diferentes de cero, si están escritos, son significativos.
2. Ceros entre dígitos diferentes de cero, son significativos.
3. Ceros a la izquierda de dígitos diferentes de cero no son significativos (Suponemos que estos ceros son dígitos diferentes de cero).
4. Ceros a la derecha de dígitos diferentes de cero, si están escritos son significativos.

Estas reglas se complementan entre sí y no se contradicen, además de ser compatibles con las dos reglas de mayor jerarquía que se dieron al principio (ver página 2).

Revisemos el ejemplo (I).

Al emplear esta notación no sabemos si la persona o personas que realizaron esta medida tuvieron que decidir entre 39.349 y 39.948 y por alguna razón o siguiendo algún criterio (que desconocemos) se decidieron por 39.948 o bien tuvieron que decidir entre 39.948 y 39.947 y siguiendo esa razón o criterio se decidieron por 39.948 como aparece en el ejemplo (I). Esto quiere decir que en la notación más simple, la última cifra (la del lado derecho), es una cifra estimada. La cifra estimada se considera parte del conjunto de cifras significativas.

En el ejemplo (II), 14.0067, los dos ceros son significativos porque son parte de la información. El sistema indoarábigo es un sistema posicional con ceros. En este sistema los dígitos (o símbolos) tienen un valor por sí mismos y otro según el lugar que ocupan. Así que los ceros sirven para indicar (en este caso) la ausencia de décimas y centésimas y para fijar la posición del seis y el siete (seis milésimas y siete diezmilésimas).

La regla (2) afirma que los ceros son parte de la información y por tanto deben considerarse cifras significativas.

En el ejemplo (III), 0.01492, tiene cuatro cifras significativas como lo indica la regla (3). Esto requiere una aclaración.

Supongamos que nos piden medir la distancia entre dos puntos fijos: lo hacemos y obtenemos 14.92 m. Pero al entregar nuestro resultado de medir, nos indican que debemos entregarlo en km. en vez de m. Reelaboramos nuestro informe y entregamos ahora 0.014 92 km, ¡sin volver a medir! y por tanto sin agregar más información a la que ya teníamos. Esto quiere decir que 0.014 92 tiene cuatro cifras significativas como lo indica la regla (3)

De manera análoga, si la medida se expresa en cm, se tiene 1 492. cm y tampoco se ha agregado más información de la que ya se tenía y tiene cuatro cifras significativas. Si se nos pide entregarla en mm, tendremos que escribirla empleando la notación científica 1.492×10^4 mm, pero de ninguna manera 14 920. mm, porque escribir el cero de la derecha indicaría que al menos pudimos estimarlo y la última cifra que habíamos estimado era el 2; así que estaríamos violando la primera de las reglas de más alta jerarquía.

Solo nos será permitido escribir un cero a la derecha si se hace otra medida con mayor precisión y si el último dígito es cero.

En el ejemplo (IV) 22.700 tiene 5 cifras significativas, aunque el último cero sea estimado. Debemos notar la diferencia entre 22.7 y 22.700 porque en el primer caso 22.7 se tienen 3 cifras significativas y en el segundo 22.700, se tienen 5.

En el segundo caso se dispone de más información que en el primero. No debemos desechar los dos últimos ceros, porque al hacerlo perdemos información y violamos la segunda de las reglas de más alta jerarquía. Esto último está indicado en la regla (4).

En el ejemplo (V), $6.022 52 \times 10^{23}$, tiene 6 cifras significativas. El número de Avogadro está expresado en notación científica.

Cuando al estudiar nuestro texto de fisicoquímica encontramos que dice que: "...en un mol de cualquier compuesto hay $6.022 52 \times 10^{23}$ moléculas... y que en la actualidad a este lo conocemos como número de Avogadro".

Si no tenemos idea del tamaño de las moléculas ni de lo grande del número, lo primero que se nos ocurre es que para determinarlo, alguien contó el número de moléculas. ¡Esto es imposible!

En algunos textos elementales encontramos equivocaciones tan notables como la siguiente:

$$602\ 252\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 = 6.022\ 52 \times 10^{23}$$

Obsérvese que el número de lado izquierdo no tiene punto decimal.

Aunque se pudieran manejar objetos tan pequeños (como las moléculas) sin cometer equivocaciones al contar, necesitaríamos mucho tiempo para poder hacerlo. Ni contando un millón de moléculas cada segundo podríamos contar las que hay en un mol de sustancia porque no nos alcanzaría ni un tiempo tan largo como el transcurrido desde la información de nuestro planeta (aprox. 4.5×10^9 años).

Desde luego, el número de Avogadro se ha determinado experimentalmente y al hacerlo se han realizado diversos tipos de medidas, las cuales contienen incertidumbres.

Al emplear la notación científica para denotar el número de Avogadro, indicamos la incertidumbre con la que se determinó. El número $N_0 = 6.022\ 52 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, contiene sólo seis cifras significativas, indicándonos que la incertidumbre con que se determinó fue de una parte en cien mil.

Ahora revisemos el proceso elemental de calcular, ayudándonos con dos ejemplos típicos.

Como primer ejemplo tomemos el número π .

En nuestros textos elementales de geometría, la definición del número π es la siguiente:

"La razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro no depende de qué circunferencia se ha tomado. Esta razón se designa con la letra griega π .

El número π es irracional y su valor aproximado es:

$$\pi \cong 3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\dots"$$

Lo primero que se nos ocurre es que π es el resultado de medir. Pero si obtenemos el valor de π copiándolo de una tabla o de nuestra calculadora de mano, observamos que lo podemos conocer con ocho dígitos (o más). Lo que implica que conocemos su valor con una incertidumbre de una parte en diez millones (o menos). Y si nos encontramos con un valor de π como el siguiente:

$$\pi \cong 3.141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 643\ 383\ 279\ 502\ 884\ 197\ 169\ 399\ 375\ 105\ 820\ 974\ 944\ 592\ 307\ 816\ 406\ 286\ 208\ 998\ 628\ 034\ 825\ 342\ 117\ 067\ 9\dots$$

ya no nos quedará duda de que el número π indicado no es el resultado de medir, pues la tecnología actual no está tan avanzada (y quizá nunca lo estará), como para realizar medidas con incertidumbres tan pequeñas.

Si continuamos nuestras pesquisas sobre el número π , encontramos que en la antigüedad sí era el resultado de medir y que la incertidumbre con que se determinó, dependió del avance tecnológico correspondiente

Pero también desde la antigüedad se conoció el número π como resultado de calcularlo y por lo tanto, la precisión con que se obtuvo dependió del método empleado.

En este lugar no analizaremos los métodos de cálculo del número π porque no es nuestra meta hacerlo. Solo nos interesa mostrar que en la actualidad podemos considerar para todo fin práctico, que el número π tiene una infinidad de cifras significativas, aunque no las conozcamos.

El segundo ejemplo típico, es el del cálculo del número e , usando la serie infinita (convergente) que lo define.

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right) = 2.718\ 281\ 828\ 459\dots$$

En este caso también consideramos que el número e tiene una infinidad de cifras significativas, aunque no las conozcamos todas.

De manera análoga, el resultado de operaciones aritméticas con números que tienen una infinidad de cifras significativas, también tendrá una infinidad de cifras significativas.

También existen números que tienen una infinidad de cifras significativas por ser resultado de un acuerdo o de una definición o de una abstracción. Por ejemplo:

1 pulgada = 2.54 cm ¡Exactamente!

En este caso consideramos que ambos números tienen una infinidad de cifras significativas, debido a que son resultado de un acuerdo internacional.

Que el centímetro (o la pulgada) se pueda determinar con mayor o menor precisión, es otro problema. Así que al realizar un cambio de unidades no perdemos información. Respetamos la segunda de las reglas de mayor jerarquía (ver página 2).

Veamos ahora las reglas que deben observarse al realizar operaciones aritméticas con cantidades resultantes de la realización de los procesos elementales de contar, medir y calcular y del uso de números resultantes de acuerdos, definiciones y abstracciones.

Empecemos considerando una operación sencilla, por ejemplo la suma de dos números que suponemos son el resultado de medir 12.3 cm y 7.141 cm. La primera medida tiene 3 cifras significativas y la segunda 4: y además se hicieron con diferente precisión (y quizá con instrumentos diferentes).

12.3 cm

$$\begin{array}{r}
 + 7.141 \text{ cm} \\
 19.4 \text{ cm} \\
 \hline
 \text{el resultado es } 19.4 \text{ cm}
 \end{array}$$

No podemos tomar como resultado 19.441 cm, ya que no sabemos qué cifras hay del lado derecho de 12.3 cm. No podemos suponer que son ceros y considerar 12.300 cm, pues violaríamos la primera regla de mayor jerarquía. Aplicaremos este tipo de consideraciones a otras operaciones aritméticas y al final analizaremos las sumas con mayor detalle.

Pasemos ahora a las reglas prácticas.

Comencemos con el caso más sencillo; el de la multiplicación

Si en una multiplicación cada uno de los factores tiene igual número de cifras significativas, el producto tendrá igual número de cifras significativas. Si son diferentes, el número de cifras significativas del producto será igual al menor número de cifras significativas.

Veamos ahora un ejemplo:

Se nos pide calcular el área de un paralelogramo cuya base mide 24.1 cm y altura mide 12.34 cm. Realizando la operación:

$$\begin{array}{r}
 24.1 \text{ cm} \\
 \times 12.34 \text{ cm} \\
 \hline
 0.964 \\
 7.23 \\
 48.2 \\
 \underline{241} \\
 297.394 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

Observamos que 24.1 cm tiene 3 cifras significativas y 12.34 cm tiene cuatro.

Observamos que sólo podemos considerar, como lo indica la regla anterior, tres cifras significativas.

La razón es que no sabemos qué cifra queda a la derecha del último sumando 241 y no podemos considerar como resultado el número 297.394 por que sería equivalente a considerar la suma:

$$\begin{array}{r}
 0.964 \\
 7.23 \\
 + 48.2 \\
 \hline
 241 \\
 \hline
 297.394
 \end{array}$$

Y estaríamos violando la primera regla de mayor jerarquía (ver página 2).

En conclusión nuestro resultado es 297

Recuerde que al medir y denotar el resultado, suponemos que en la notación sencilla que estamos usando la última cifra del lado derecho, en general es una cifra estimada pero también se considera cifra significativa.

Supongamos que se mide nuevamente la base y esta vez se hace con mayor precisión y obtenemos 24.11 cm.

Al realizar el cálculo nuevamente se tiene:

$$\begin{array}{r}
 24.11 \quad \text{cm} \\
 \times 12.34 \quad \text{cm} \\
 \hline
 0.9644 \\
 7.233 \\
 48.22 \\
 \hline
 241.1 \\
 \hline
 297.5174 \quad \text{cm}^2
 \end{array}$$

Ahora observamos que podemos considerar cuatro cifras significativas 297.5, como lo indica la regla anterior:

Aquí cabría hacer una observación respecto a la raíz cuadrada de una cantidad resultante de medir.

Aplicando las reglas de mayor jerarquía, tendremos que considerar la raíz cuadrada como el proceso inverso al de multiplicar una cantidad resultante de medir consigo misma. Por lo tanto la raíz cuadrada deberá tener tantas cifras como las que tenga la cantidad de la cual extraemos la raíz.

Demos algunos ejemplos:

$$\sqrt{441} = 21.0 \text{ pero no } 21$$

$$\sqrt{441.0} = 21.0$$

$\sqrt{501} = 22.4$ aunque al calcular la raíz de 501 con la calculadora de mano obtengamos 22.383 029.

Pasemos ahora a la regla práctica correspondiente a la división

Regla de la división

Si el número de cifras significativas del dividendo y del divisor son iguales, el cociente tendrá igual número de cifras significativas que el dividendo (o el divisor). Si son diferentes, el número de cifras significativas del cociente será igual al menor de los números de cifras significativas de ellas.

Demos algunos ejemplos

$$\frac{39.02}{17.1} = 2.28$$

Aunque la calculadora de mano nos dé como resultado 2.281 871 3 las últimas cinco cifras son inciertas. Pues si de alguna manera determinásemos el divisor con una mayor precisión y tuviésemos 17.12 por ejemplo, entonces tendríamos:

$$\frac{39.02}{17.12} = 2.279$$

Aunque ahora la calculadora de mano nos dé 2.279 205 6 como resultado, pues podríamos continuar con este análisis y concluir que las últimas cuatro cifras son inciertas.

En el caso de la resta, la regla es la siguiente:

Si el minuendo y el sustraendo son cantidades con diferente orden de magnitud y diferente precisión, la resta tendrá igual precisión a la del menor de ellos y su orden de magnitud dependerá de que tan grande sea la del minuendo respecto a la del sustraendo.

Demos algunos ejemplos:

$$\begin{array}{r} 18.3 \\ - 7.426 \\ \hline 10.9 \end{array}$$

Aquí 18.3, es un orden mayor que el de 7.426, sin embargo esta última cantidad tiene una mayor precisión, pues llega hasta milésimas.

Otro ejemplo

$$\begin{array}{r} 18.3 \\ - 9.426 \\ \hline 8.9 \end{array}$$

Un caso curioso y en el cual no todos los autores están de acuerdo, es lo que ocurre frecuentemente cuando se restan cantidades muy semejantes, por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 27.438 \\ - 27.43 \\ \hline 0.00 \end{array}$$

En este caso algunos aceptan que la resta tiene tres cifras significativas (aunque todas sean cero) puesto que todos los ceros contienen información. El primero nos indica que las cantidades son iguales en cuanto a sus partes enteras y los dos ceros del final nos indican que solo podemos asegurar que son iguales hasta centésimas. Otros autores afirman que con estos datos de diferente precisión no podemos asegurar cuál de las medidas es más grande.

Pasemos ahora al caso más difícil, el de la suma.

Antes de realizar una suma debemos ordenar los sumandos de acuerdo a su orden de magnitud y su precisión.

Regla de la suma.

Agrupamos los sumandos que tengan igual orden de magnitud e igual precisión y los sumamos, obteniendo resultados parciales.

A continuación sumamos los resultados parciales que tengan igual orden de magnitud pero diferente precisión y el resultado también parcial de estas sumas tendrá una precisión igual a la menor precisión de las sumas parciales.

Finalmente, sumamos los resultados parciales que tengan órdenes de magnitud más cercanos y la suma total tendrá igual precisión a la del menor de los sumandos.

Esto requiere de algunos ejemplos, como los que siguen:

Supongamos el caso más sencillo:

$$\begin{array}{r} 15.04 \\ + 123.0 \\ \hline 138.0 \end{array}$$

El resultado tiene 4 cifras significativas, igual que cualquiera de los sumandos pero esto no tiene relevancia. Lo que sí importa es que la suma solo tiene una precisión de una parte en diez (es decir de un décimo).

Consideremos otra suma:

$$\begin{array}{r} 3.182 \\ 4.96 \\ 0.39 \\ + 317.52 \\ 28.413 \\ 1.29 \\ \hline 2.501 \end{array}$$

Primero los agrupamos de manera conveniente

$$\begin{array}{r} 317.52 \\ 28.413 \\ 2.501 \\ + 3.182 \\ 4.96 \\ 1.29 \\ \hline 0.39 \end{array}$$

Ahora efectuemos las sumas parciales como sigue.

$$\begin{array}{r} 2.501 \\ + 3.182 \\ \hline 5.683 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4.96 \\ + 1.29 \\ \hline 6.25 \end{array}$$

Luego sumamos el resultado de una suma parcial con un sumando de orden cercano.

$$\begin{array}{r} 6.25 \\ + 0.39 \\ \hline 6.64 \end{array}$$

Luego sumamos con la otra suma parcial

$$\begin{array}{r} 6.64 \\ + 5.689 \\ \hline 12.32 \end{array}$$

Luego sumamos con los sumando del siguiente orden de magnitud.

$$\begin{array}{r} 28.413 \\ + 12.32 \\ \hline 40.73 \end{array}$$

Y finalmente:

$$\begin{array}{r} 40.73 \\ + 317.52 \\ \hline 358.25 \end{array}$$

El resultado final es 358.25, resultado que tiene cinco cifras significativas y no 358.256, que es lo que nos da de la calculadora de mano.

Esta forma de sumar debe parecer muy rebuscada, pero es la más conveniente, puesto que evita la violación de las reglas de más alta de jerarquía, además que evita errores de interpretación cuando se suma una gran cantidad de números que son resultados de medir y que tienen diferentes órdenes de magnitud y se realizaron con diferente precisión, (quizá se realizaron con instrumentos distintos).

Hasta aquí las reglas para hacer operaciones elementales, ahora veamos otros tipos de notaciones.

Si encontramos en una tabla de constantes físicas que

$$N_A = 6.022\ 52 \times 10^{23} \pm 0.000\ 28 \times 10^{23}$$

o

$$N_A = (6.022\ 52 \pm 0.000\ 28) \times 10^{23}$$

Ambas notaciones indican lo mismo, que el valor del número de Avogadro se conoce con 6 cifras significativas.

En este caso se considera que el valor verdadero del número de Avogadro está entre $6.022\ 24 \times 10^{23}$ y $6.022\ 80 \times 10^{23}$, es decir, las dos últimas cifras son estimadas, pero se consideran parte del conjunto de cifras significativas.

Esperamos que estas notas debido a la simplicidad del tema pronto se consideren obsoletas. Si éste fuera el caso se habrá logrado el objetivo.

Bibliografía

Wilhelm, R. "Confucio".

Alianza Editorial, S. A. (El libro de bolsillo #13), (1986).

Fung Yu-Lan "Breve historia de la filosofía china".

Fondo de Cultura Económica. (Breviario #446), (1987).

Rosenblueth, A. "El método científico".

Centro de investigación y de estudios del Instituto Politécnico Nacional, S.E.P. (1971).

Feynman, R. "El carácter de la ley Física".
Antoni Bosch editor, (1980).

Barrow, G. M. "Physical chemistry".
Mc Graw-Hill Book Co. (1966).

Pogorélov, A. V. "Geometría elemental".
Editorial MIR, (1974).

Peterson, J. A. y Hashisaki, J. "Teoría de la aritmética".
Editorial LIMUSA, (1985).

Scarborough, J. B. "Numerical mathematical analysis".
The Johns Hopkins Press, (1966).

Demidovich, B. P. And Maron, I. A. "Computational mathematics".
Mir Publishers. Moscow. (1976).

Wagemann, E, "El número detective".
Fondo de Cultura Económica. (Breviario #136), (1958).

Barry, B. A. "Errors in practical measurement in science, engineering and
technology".
John Wiley & Sons, INC. (1978).

Beers, Y. "Introduction to the theory of errors":
Addison-Wesley Publishing Company, Inc. (1957).

Topping, J. "Errors of observation and their treatment".
Chapman and Hall (Science paperbacks). (1979).