

Modelos y resolución de problemas

Dr. Antonio Valiente Barderas
Facultad de Química
UNAM, C.U.
2012

El universo es muy vasto

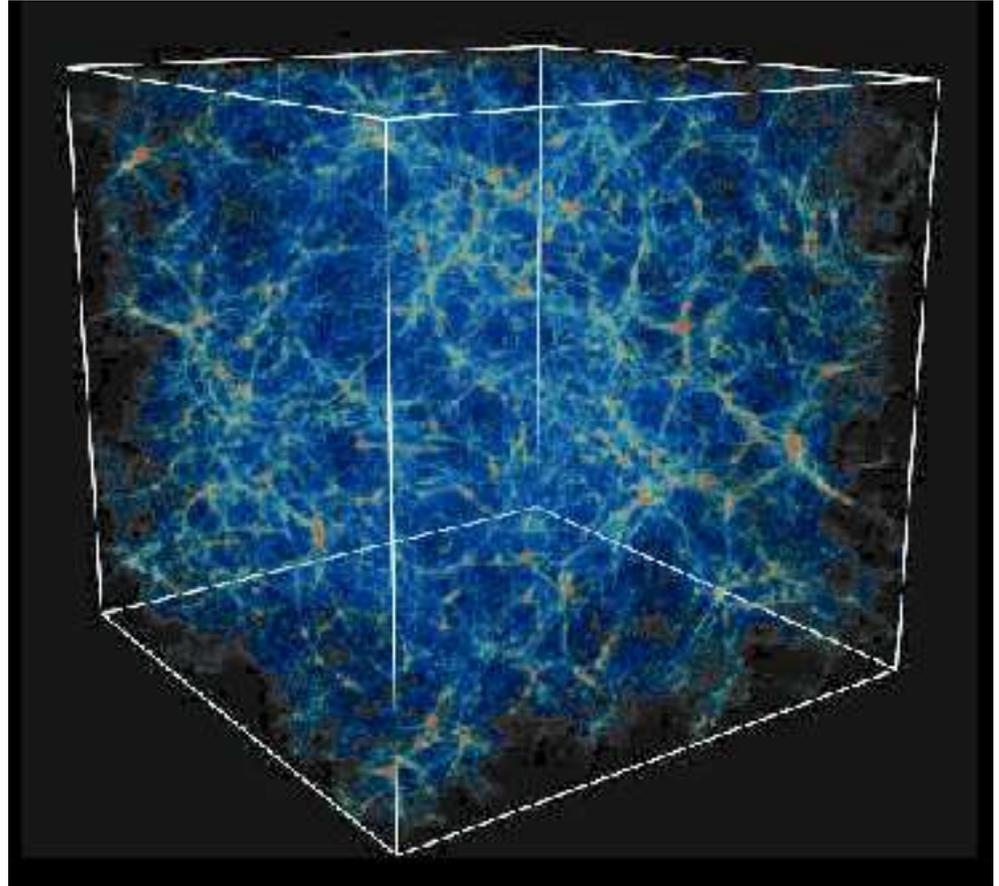


El mundo real es complicado



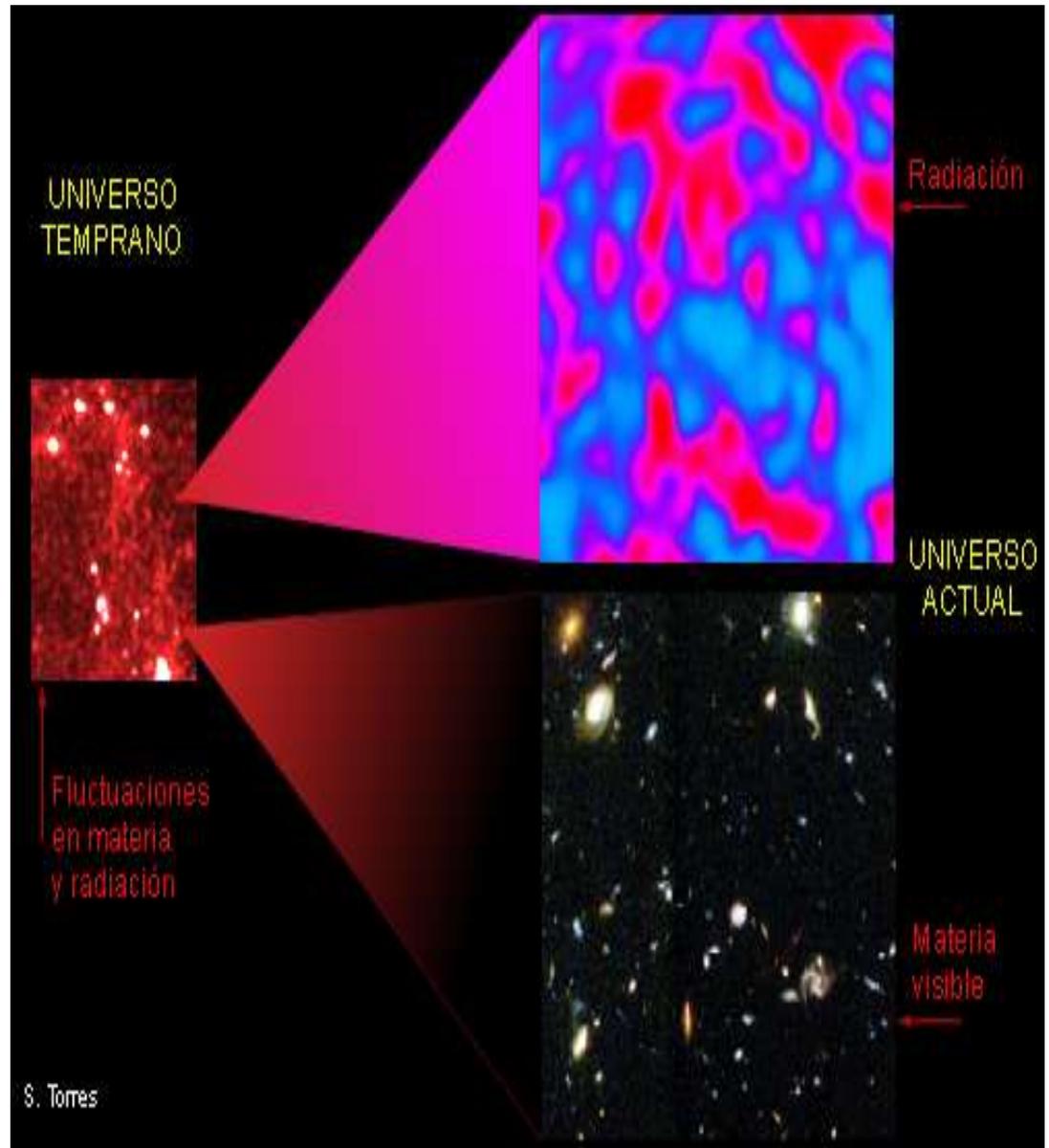
Hay que delimitar nuestro objeto de estudio

Cuando el científico, el ingeniero, el químico, el biólogo o cualquier otro profesional quiere estudiar algo debe poner límites, acotar el problema, es decir estudiar parte del universo. Esa parte puede ser tan grande como una galaxia o tan pequeña como un átomo



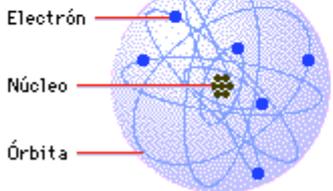
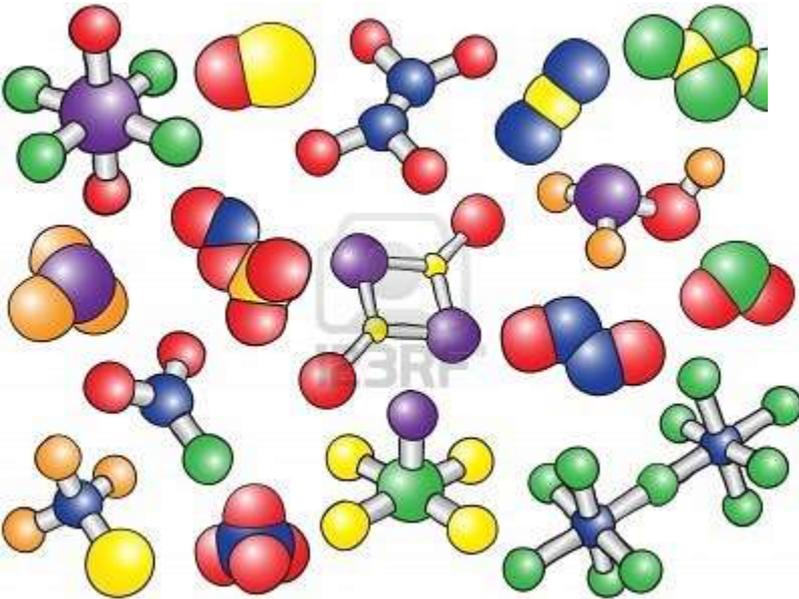
Simplificar

Aún esa parte del universo que se desea estudiar se debe simplificar. ¿Cómo se puede estudiar y entender algo tan formidablemente complejo como es la biosfera o una selva tropical o el clima?. Necesariamente tenemos que usar simplificaciones que tengan en cuenta sólo las propiedades más importantes y básicas. Estas versiones simplificadas de la realidad se llaman modelos.

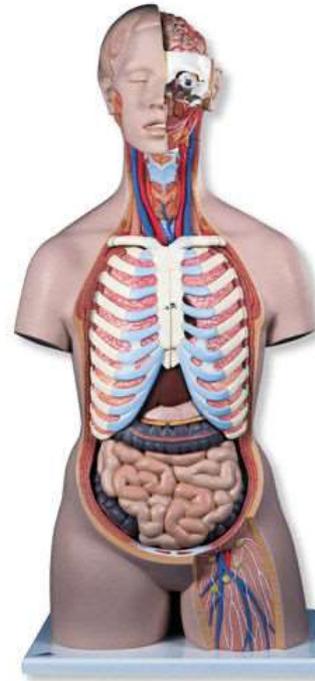


Un modelo

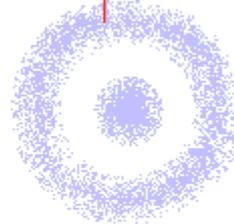
Un modelo es una **simplicación** que imita los fenómenos del mundo real, de modo que se puedan comprender las situaciones complejas y podamos hacer predicciones.



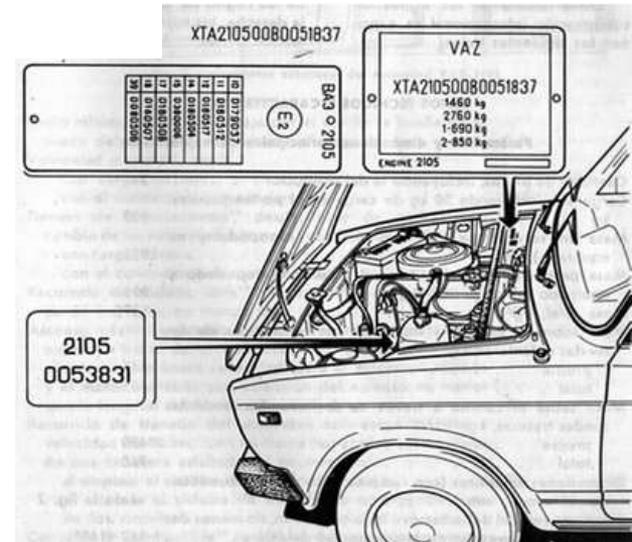
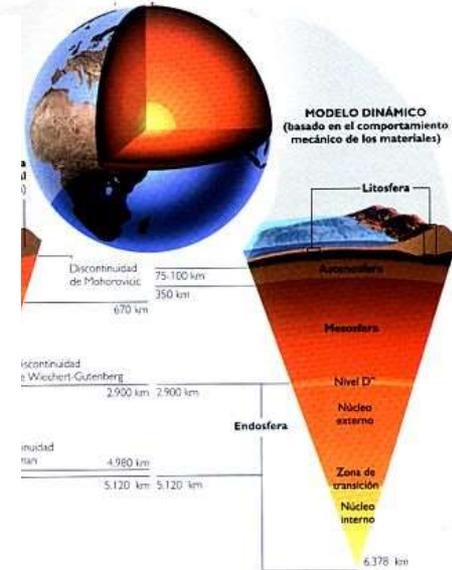
El modelo de Bohr
'cuantizaba' las órbitas para explicar la estabilidad del átomo.



Orbitales: los electrones con diversos valores de momento angular ocupan regiones del espacio como éstas. La intensidad del sombreado indica la probabilidad de encontrar un electrón a esa distancia.



El modelo de Schrödinger
abandonó la idea de órbitas precisas y las sustituyó por descripciones de las regiones del espacio (llamadas orbitales) donde es más probable que se encuentren los electrones.



Tipos de modelos

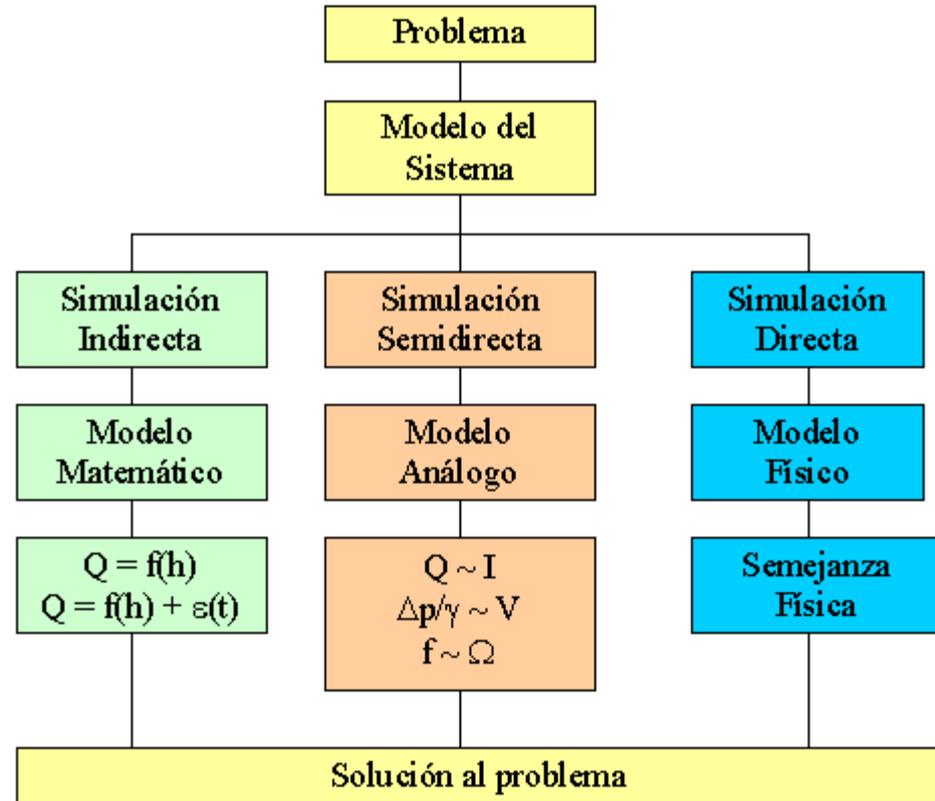
Tipos de modelos

Un modelo puede ser tan sencillo como una simple explicación con palabras de lo fundamental de una realidad. A este tipo se le suele llamar **modelo verbal**.

En otros modelos usamos diagramas en los que se dibujan de una forma simplificada los componentes del sistema señalando con flechas las acciones de unos sobre otros. Son **modelos gráficos**. Algunos pueden ser muy esquemáticos, pero cuando en cada flecha se indica el tipo de acción que tiene lugar y se señalan diferentes compartimentos y tipos de interacción, pueden llegar a ser muy complicados.

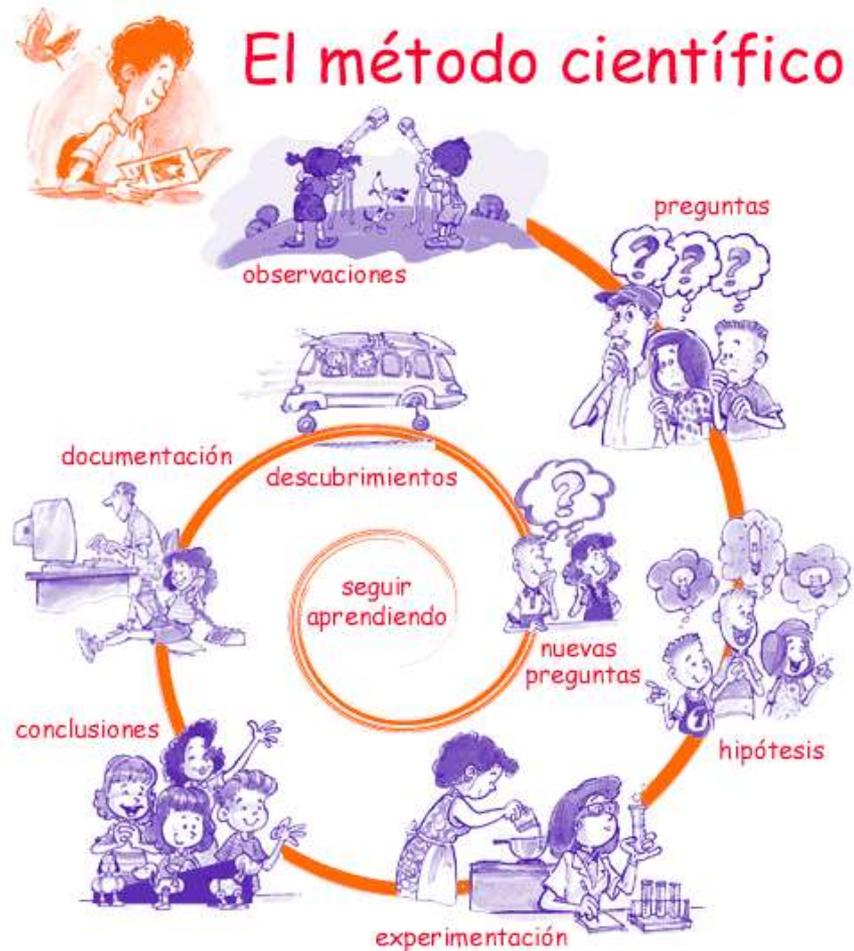
En los **modelos numéricos** se usan magnitudes y ecuaciones matemáticas para describir con exactitud los distintos componentes del sistema y las relaciones entre ellos.

El desarrollo de los ordenadores ha hecho posible manejar una gran cantidad de datos y por eso ahora se usan, cada vez más, **modelos computacionales**, en los que con programas de ordenador se imita el funcionamiento de sistemas complejos. Este tipo de modelos son los más perfeccionados y han permitido simular relativamente bien, procesos muy complicados como el funcionamiento de la atmósfera o las fluctuaciones de las poblaciones de peces, entre otros muchos. Gracias a ellos se han logrado grandes avances como, por ejemplo, predicciones fiables del clima



Método científico

Los modelos actuales se construyen mediante el llamado método científico



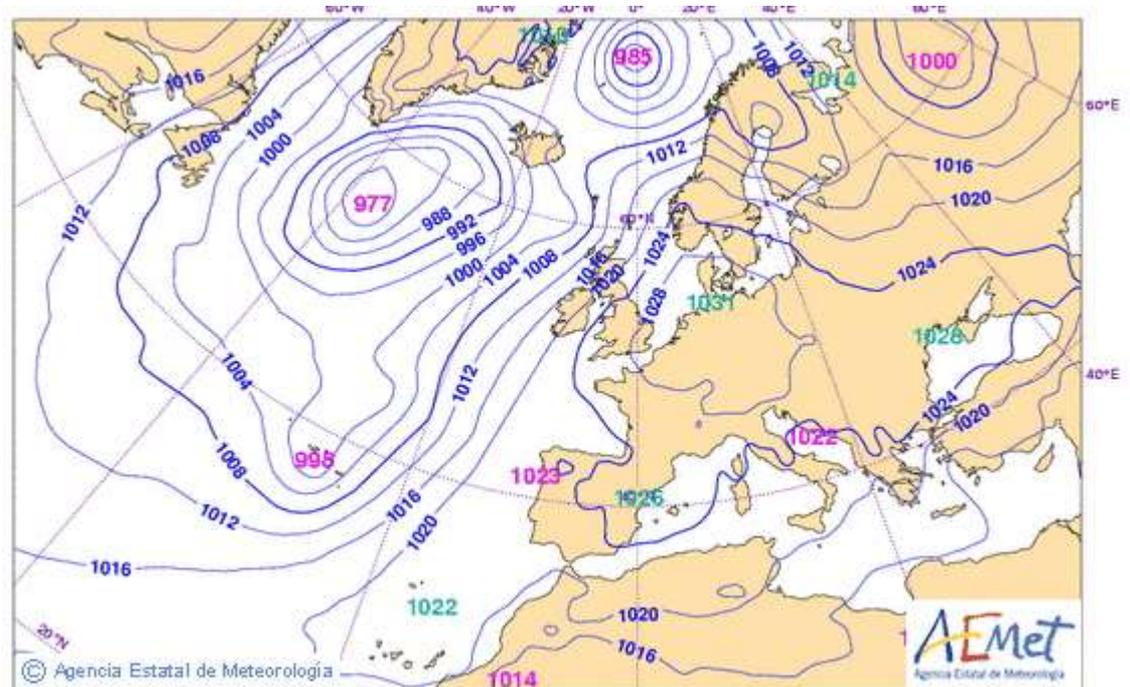
El método científico permite modelar



¿Qué es un modelo científico?

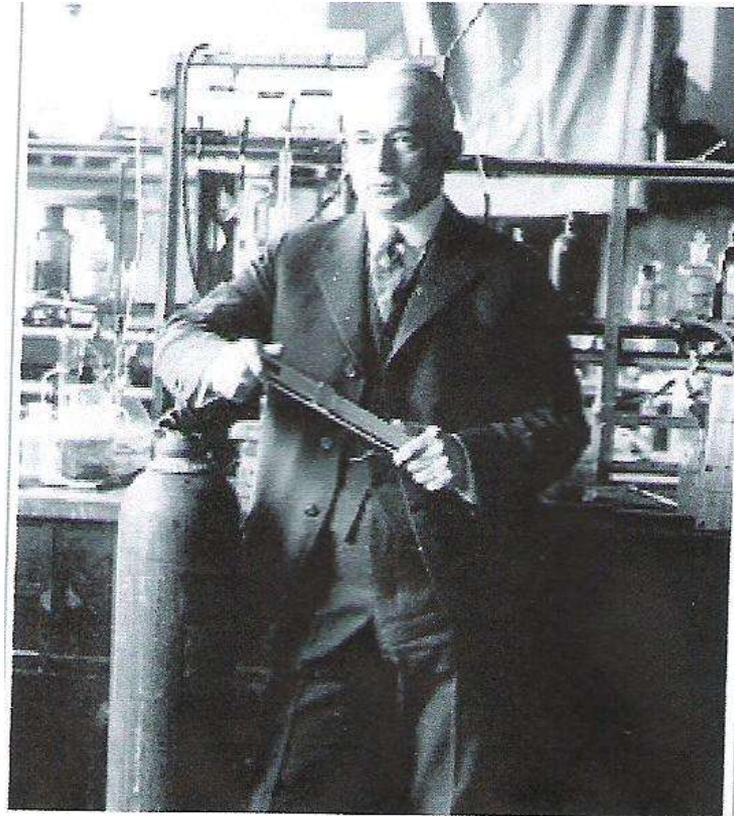
En todas las ramas de la ciencia, incluida por supuesto la física, la química y la biología empleamos modelos para representar nuestras ideas de cómo funciona una parte determinada del universo.

La representación puede ser conceptual (por ejemplo, una ecuación) o puede ser material (por ejemplo, una maqueta o un mapa).



Las operaciones unitarias son un modelo

- Históricamente, las diferentes industrias químicas eran consideradas como diferentes procesos industriales que se regían por principios diferentes. [Arthur Dehon Little](#) propuso el concepto de operaciones unitarias en 1916 para explicar los procesos industriales químicos. En 1923, [William H. Walker](#), [Warren K. Lewis](#) y [William H. McAdams](#) escribieron el libro *The Principles of Chemical Engineering*^[2] y explicaron en él que a pesar de la variedad de la industria química hay procesos que siguen las mismas leyes físicas. Ellos estudiaron esos procesos bajo el nombre de operaciones unitarias. Cada operación unitaria sigue los mismos principios físicos y puede emplearse en todas las industrias químicas. Las operaciones unitarias se convirtieron en la columna vertebral de la enseñanza de la ingeniería química.
- Las operaciones unitarias químicas se clasifican en:
- Procesos con flujo de fluidos que incluyen: transporte de fluidos, [filtración](#), fluidización de sólidos .
- [Transferencia de calor](#) , que incluye [evaporación](#), [condensación](#), etc.
- [Transferencia de masa](#) incluye [absorption](#) de gases, [distilacion](#), [extraccion](#), [adsorcion](#), [secado](#), etc.
- Procesos termodinámicos, incluyen [liquefaccion](#) de gases, [refrigeracion](#)
- Procesos mecánicos, [transporte de sólidos](#), molienda y [pulverizacion](#), tamizado y separación de sólidos



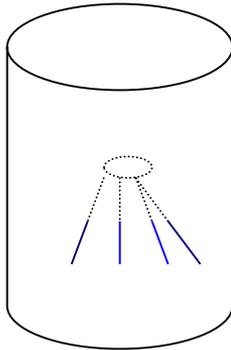
William H. Walker with slide rule at the ready.
Courtesy MIT Museum.

Fenómenos de transporte

- Con el tiempo se hizo evidente que en las operaciones unitarias existían principios comunes que sentaban las bases científicas de la ingeniería química. El concepto de los *fenómenos de transporte* lleva al conocimiento de que hay ciertos fenómenos comunes a muchas *operaciones unitarias*, como son *la transferencia de momentum, calor y masa*. Los *fenómenos de transporte* son *también un modelo*, en este caso *de enseñanza de las ingenierías*.

Ejemplo de un modelo en ingeniería

- Descarga de un tanque a través de un orificio



- Balance de materia
- Entrada = Salidas + Acumulación (1)

$$0 = u_o \rho A_o + \frac{\rho A_T dH}{d\theta}$$

$$u_o = -\frac{A_T}{A_o} \frac{dH}{d\theta}$$

- Balance de energía

$$\Delta Hg + \frac{\Delta u^2}{2} + \frac{\Delta P}{\rho} = 0 \quad -Hg + \frac{u_o^2}{2} = 0 \quad u_o = \sqrt{2gH}$$

- Igualando

$$u_o = Cv\sqrt{2gH} = -\frac{A_T}{A_o} \frac{dH}{d\theta}$$

$$d\theta = -\frac{A_T}{A_o Cv} \frac{dH}{\sqrt{2gH}}$$

$$\theta = -\frac{2A_T}{A_o Cv\sqrt{2g}} \left(H_f^{\frac{1}{2}} - H_i^{\frac{1}{2}} \right)$$

Descarga de tanques

- La ecuación anterior también se puede poner como :

$$\theta = K(\sqrt{H_i} - \sqrt{H_f})$$

- en donde :

$$K = \frac{2A_T}{A_o C_v \sqrt{2g}}$$

En nuestro caso $D_T = 0.2$ m ; $D_o = 0.01$ m y $H_i = 122$ cm.

Por lo tanto $A_T = 0.0314$ m², $A_o = 0.0000785$ y

$$K = \frac{180.6}{C_v}$$

Si tomamos $C_v = 0.9$ (Valor del coeficientes de descarga en venturis y toberas) entonces:

$K = 200.66$ y $C = 221.63$

Con esos valores para el caso particular del experimento la ecuación se convierte en :

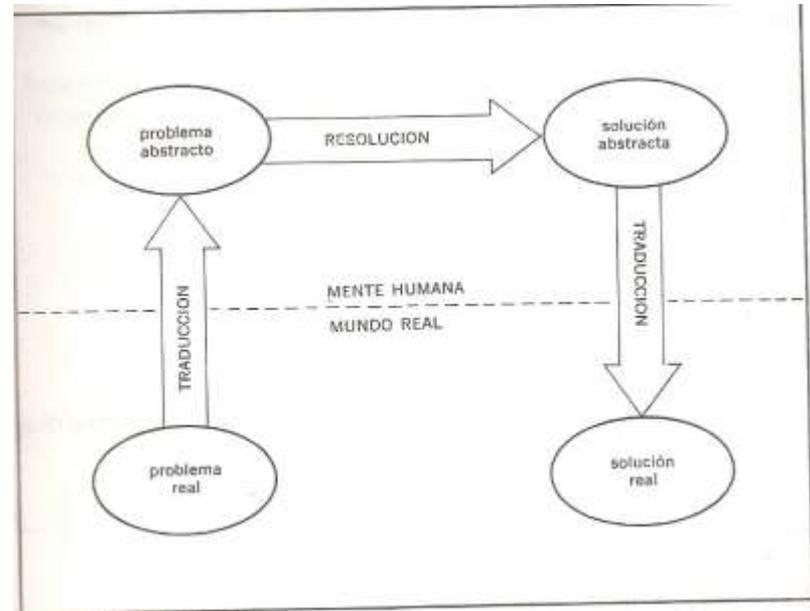
$$\theta = 221.63 - 200.66 H_f^{\frac{1}{2}}$$

Altura en el tanque en m	Tiempo real en segundos	Tiempo calculado	Error %
1.22	0	0	
1.12	10	9.27	7.3
1.02	20	19.97	5.15
0.92	30	29.16	2.8
0.82	42	39.92	4.95
0.72	54	51.36	4.88
0.62	67	63.67	5
0.52	81	79.93	5.02
0.42	96	91.58	4.6
0.32	113	108.12	4.3
0.22	133	127.51	4.12
0.12	158	152.12	3.72
0.02	199	193.25	2.89

- Esquema de la resolución de problemas.

Resolución de problemas

En la resolución de problemas se puede seguir la secuencia planteada. En primer término se parten de los requerimientos del mundo real. Después el problema se pasa al mundo de las ideas, allí se resuelve el problema, el cual deberá plantear soluciones en el mundo real.



La resolución de problemas

Los problemas con los que trabajan científicos , ingenieros y demás profesionistas se presentan en el mundo real y se refieren casi siempre a las necesidades de producir más y mejores servicios o productos

- El modelo para la resolución de problemas empleado por el autor en sus libros consta de los siguientes pasos:
- 1.- Enunciado
- 2.- Traducción.
- 3.- Planteamiento
- 4.-Cálculos
- 5.- Resultados

Un ejemplo sencillo

Se presenta la secuencia de resolución de un problema sencillo relacionado con la visto anteriormente en los modelos.

1.- Enunciado

Problema 2.11

Calcule el tiempo requerido para vaciar un tanque desde una altura de 9 m hasta una altura de 4 m sobre el nivel de la tubería de descarga, a partir de los datos siguientes:

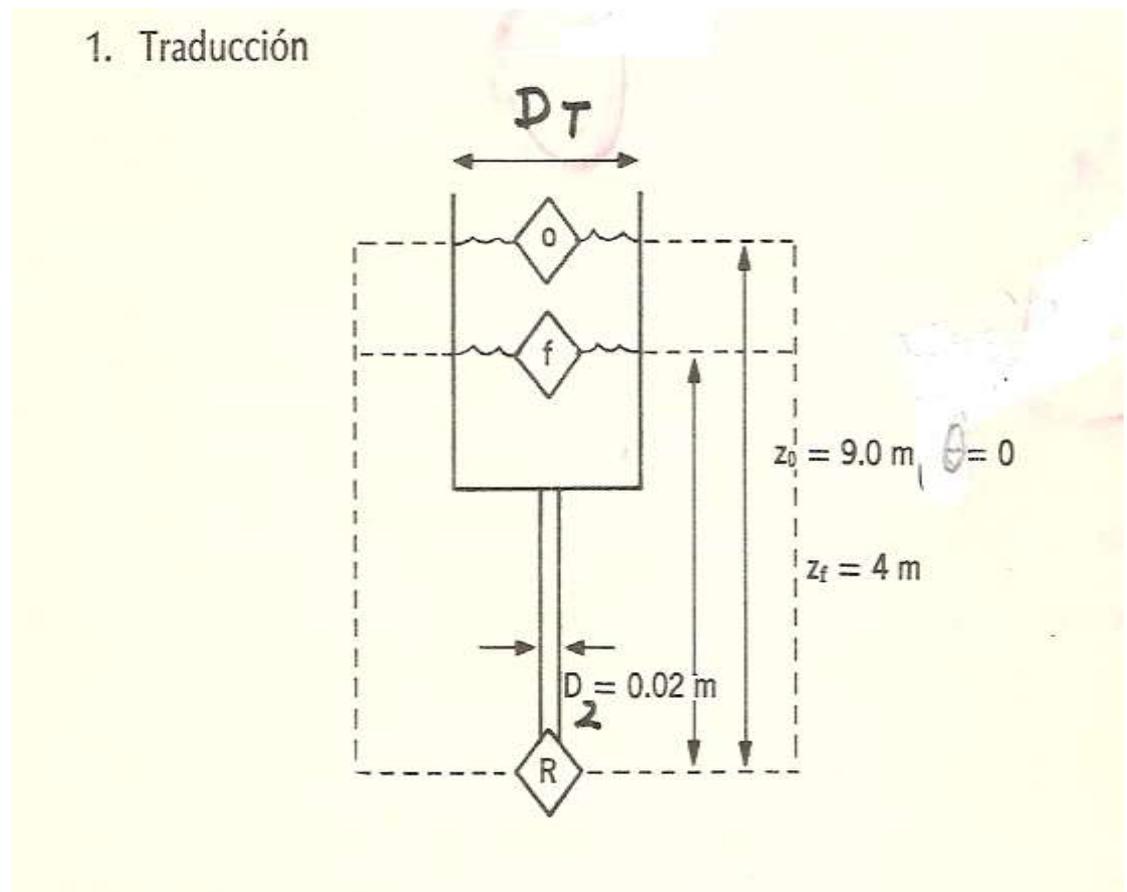
Diámetro del tanque, 2 m.

Diámetro interno de la tubería de descarga, 0.02 m.

Considere que las pérdidas por fricción son despreciables.

2.- La traducción

Después de tenerse los requerimientos del mundo real o el planteamiento de un problema, la primera fase para la resolución de es la de traducir el enunciado al lenguaje usado en ingeniería, es decir, construir un diagrama de flujo, colocar en el los datos conocidos en las diferentes líneas de flujo y tratar de presentar en forma matemática la pregunta o preguntas que se espera resolver.



3.-Planteamiento del problema

Después de hacer la traducción, se procederá a la resolución usando los conocimientos de matemáticas, física, química a nuestro alcance y planteando ecuaciones matemáticas que nos lleven a la resolución. En esta fase debe evitarse el uso de números y se trabaja únicamente con ecuaciones algebraicas o diferenciales.

• Planteamiento

2.1 La ecuación de balance sería:

$$\Delta z g/gc + \Delta u^2/2 gc = 0$$

$$(z_2 - z_1) \frac{g}{gc} + \frac{u_2^2}{2 gc} = 0$$

$$u_2 = \sqrt{2(z_1 - z_2)g} = \sqrt{2z_1g}, \text{ si, } z_2 = 0$$

Si el volumen en el tanque decrece por dV y la altura por Δz en $d\theta$, entonces

$$dV = \frac{\pi}{4} D_T^2 dz = \frac{\pi}{4} D_2^2 u_2 d\theta$$

$$d\theta = (D_T^2/D_2^2) (dz/u_2)$$

Sustituyendo en ambas ecuaciones

$$d\theta = \frac{D_T^2}{D_2^2} \left(\frac{dz}{\sqrt{2z_1g}} \right)$$

Integrando

$$D_2^2/D_T^2 \int_0^\theta d\theta = \int_{z=9}^{z=4} dz_1/(2z_1g)^{1/2}$$

$$\therefore D_2^2/D_T^2 \theta = (2/2g) \sqrt{2z_1g} \Big|_{z=4}^{z=9}$$

4.- Cálculos

Cuando ha sido posible plantear el resultado del problema mediante ecuaciones es fácil sustituir las variables por los datos numéricos y así obtener el resultado o los resultados.

3. Cálculos

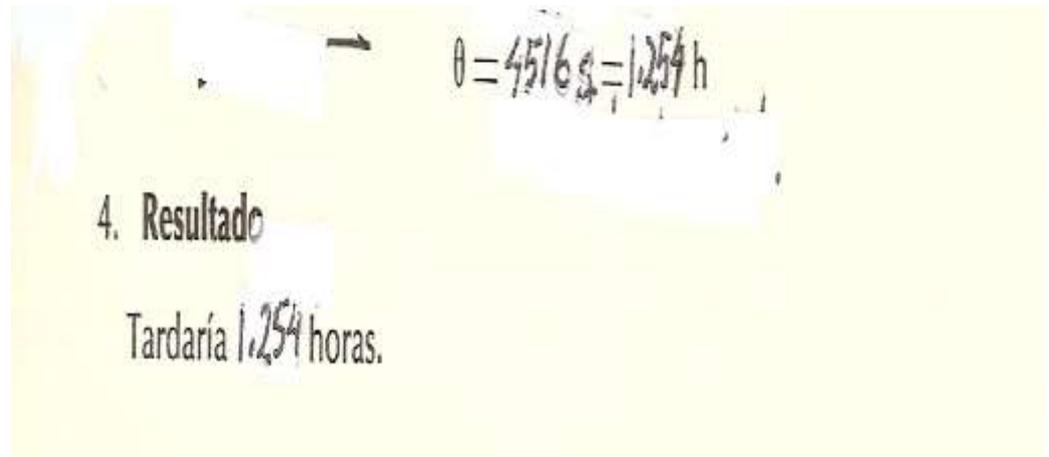
3.1 Tiempo

$$(D_2^2/D_T^2) \theta = 1/g [\sqrt{2(9)(9.81)} - \sqrt{2(4)9.81}]$$
$$\theta = \frac{1}{9.81} \left(\frac{4}{0.0004} \right) (\sqrt{176.58} - \sqrt{78.48})$$
$$\theta = 4516 \text{ s} = 1.254 \text{ h}$$

4. Resultado

5.- Respuesta o respuestas

Cuando se han obtenido los resultados se deberán traducir al mundo real o sea , presentar en forma escrita los resultados y requerimientos con palabras y números.



Gracias por sus atenciones

Fig. 1.
Corte transversal
de un calentador a fuego directo tipo caja o cabina



Calentador a niveles elevados de los tubos

