

# Capítulo III

## Hidrostática

## Hidrostática

La hidrostática es una parte de la hidráulica que estudia las leyes de los líquidos en reposo, las fuerzas que en estos casos actúan y la flotación de cuerpos.

Todas las partículas de un cuerpo líquido en reposo experimentan la acción de las partículas que están sobre ellas y además las fuerzas exteriores que actúan sobre la superficie libre del líquido.

La acción de que esas fuerzas provocan dentro del líquido una presión llamada presión hidrostática.

Las fuerzas superficiales son las fuerzas de presión en la superficie libre que pueden deberse a la presión atmosférica o a una presión exterior diferente.

### Presión

Cuando una fuerza obra sobre un área determinada, se dice que ejerce una presión.

$$P = \frac{F}{A}$$

La presión se puede medir en  $\frac{\bar{kg}}{m^2}$ ;  $\frac{\bar{kg}}{cm^2}$ ;  $\frac{\bar{lb}}{ft^2}$ ;  $\frac{N}{m^2}$ ; etc.

Los N /m<sup>2</sup> reciben el nombre de Pascales, abreviados Pa.

La presión puede ser ejercida por sólidos, líquidos o gases.

### Ejemplo 3.1

¿Cuál es la presión que ejerce una fuerza de 100 kg sobre una superficie de 50 m<sup>2</sup>?

$$P = F / A = 100 \text{ kg} / 50 = 2 \text{ kg} / m^2 = 19.62 \text{ N} / m^2 = 19.62 \text{ Pa}$$

### Presión hidrostática

La presión ejercida por un líquido recibe el nombre de *presión hidrostática* y es proporcional a la altura de líquido.



$$P_h = P_e h$$

En donde:

$P_h$  es la presión hidrostática,  $P_e$  el peso específico del líquido y  $h$  la altura de líquido.

Nótese que la presión  $P$  no es una fuerza sino el cociente de una fuerza por una superficie. Fig. 1.- Blaise Pascal es uno de los grandes genios de la humanidad (1623-1662), efectuó numerosos experimentos sobre los efectos de la presión atmosférica y el vacío.

### Ejemplo 3.2.-

¿Cuál será la presión que ejercerá una columna de agua de 150 m de altura?  
 $P_h = \rho \cdot g \cdot h = 1000 \text{ kg/m}^3 \cdot (150 \text{ m}) = 150\,000 \text{ kg/m}^2 = 1,471,500 \text{ Pa} = 14.567 \text{ atm}$

#### Principio de Pascal

El **principio de Pascal** o **ley de Pascal**, es una ley enunciada por el físico y matemático francés Blaise Pascal (1623–1662) que se resume en la frase:”

*La presión ejercida por un fluido incompresible y en equilibrio dentro de un recipiente de paredes indeformables, se transmite con igual intensidad en todas las direcciones y en todos los puntos del fluido”.*

Este es el llamado principio fundamental de la hidrostática que en otras palabras indica que:

*Cuando un fluido que está en reposo se le aplica una presión en alguna parte de su superficie, esta presión se transmite por igual a todas las partes del fluido.*

El principio de Pascal puede comprobarse utilizando una esfera hueca, perforada en diferentes lugares y provista de un émbolo. Al llenar la esfera con agua y ejercer presión sobre ella mediante el émbolo, se observa que el agua sale por todos los agujeros con la misma velocidad y por lo tanto con la misma presión.

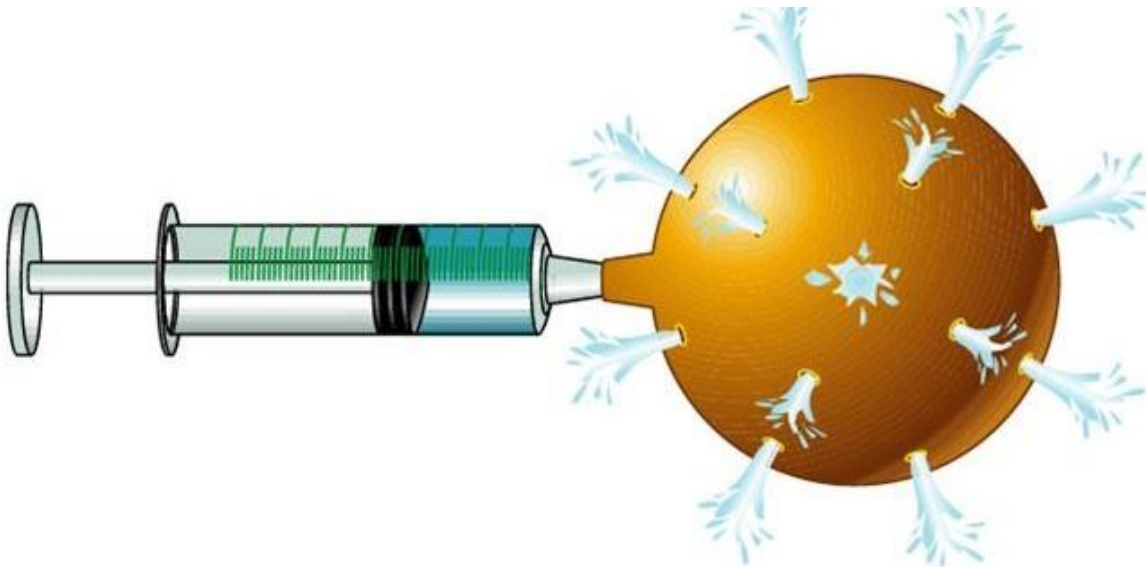


Fig.2.- Demostración del principio de pascal.

Tomando en cuenta el principio de Pascal se pueden identificar las cinco propiedades siguientes de un fluido en reposo.

Primera propiedad

Se enuncia así:

" En cualquier punto en el interior de un líquido en reposo la presión es la misma en todas las direcciones". **Ley de Pascal**

Segunda propiedad

"La presión en todos los puntos situados en un mismo plano horizontal en el seno de un fluido en reposo es la misma."

Tercera propiedad

En un fluido en reposo la fuerza de contacto que ejerce en el interior de un fluido una parte de un fluido sobre la otra contigua al mismo, tiene la dirección normal a la fuerza de contacto. .

Cuarta propiedad

La fuerza de la presión de un fluido en reposo se dirige siempre hacia el interior del fluido, es decir, es una compresión, jamás una tracción. Tomando como positivo el signo de compresión, la presión absoluta no puede ser jamás negativa.

Quinta propiedad

La superficie libre de un líquido en reposo es siempre horizontal.

**Ley de Stevin o presión debida a una columna líquida.**

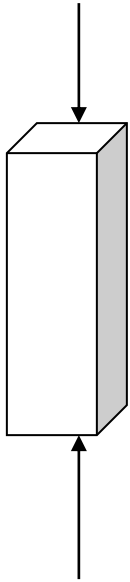
Fig. .3.- Simón Stevín distinguido ingeniero hidráulico, físico matemático e inventor holandés (1548-1620)

Si tomamos, dentro del interior de un fluido en reposo, un prisma ideal y considerando todas las fuerzas que actúan sobre ese prisma, según la vertical, se debe tener que:

$\Sigma F_y = 0$ , Y por lo tanto:

$$P_1A + P_{eh}A - P_2A = 0$$





En donde  $P_e$  es el peso específico. Por lo tanto

$$P_2 - P_1 = P_e h$$

La ley de Stevin se enuncia así:

*“La diferencia de presiones entre dos puntos situados dentro de un líquido en reposo es igual a la diferencia de la profundidad por el peso específico del líquido”.*

Para el agua  $P_e = 1000 \text{ kg fuerza} / \text{m}^3$

Por lo tanto: el número de metros de profundidad equivale al número de kilogramos por metro cuadrado de diferencia de presiones. Cada diez metros de profundidad equivalen aproximadamente a una atmósfera de presión.

### Presión atmosférica

En un gas, las moléculas están muy separadas, moviéndose a gran velocidad, chocando y rebotando caóticamente. Esta agitación frenética hace que los gases se expandan hasta ocupar todo el lugar disponible en un recipiente. Nuestro planeta está envuelto por una capa de gases a la que llamamos atmósfera, compuesta en su mayor parte por nitrógeno (78%) y oxígeno (21%). Las moléculas de aire activadas energicamente por el Sol no escapan al espacio porque el campo gravitatorio de la Tierra restringe su expansión. Estamos sumergidos en un “océano de aire”, una capa gaseosa que, como una cáscara de manzana (tan fina es), recubre el planeta. En forma similar a como lo hace un líquido, el peso del aire sobre la superficie terrestre ejerce una presión, la presión atmosférica. A diferencia de los líquidos, los gases son compresibles: como su densidad puede variar, las capas superiores de la columna de aire comprimen a las más bajas.

En los lugares más profundos de la atmósfera, es decir a nivel del mar, el aire es más denso, y a medida que subimos se va enrareciendo, hasta que se desvanece a unos 40 Km. de altura. La capa baja, la troposfera, presenta las condiciones necesarias para la vida y es donde se producen los fenómenos meteorológicos. Mide 11 Km. y contiene el 80 % del aire total de la atmósfera.

La presión atmosférica ha sido determinada en más de un kilo por centímetro cuadrado de superficie pero, sin embargo, no lo notamos (motivo por el cual, por miles de años, los hombres consideraron al aire sin peso). ¿Cómo es que los animales y las personas que están en la Tierra pueden soportar tanta presión?

El aire ejerce su presión en todas direcciones (como todos los fluidos y los gases), pero los líquidos internos de todos esos seres ejercen una presión que equilibra la presión exterior. En este hecho se basa el mecanismo de esterilización por vacío: para eliminar los microorganismos de una muestra (alimento, instrumental, etc.),

se la coloca en un recipiente del cual se extrae el aire. La presión exterior es reducida y los fluidos internos de las bacterias, que estaban sometidas a la presión atmosférica, se expanden, haciendo que éstas “revienten”.

Si se extrae el aire de un recipiente, la presión atmosférica lo aplastará, a menos que el recipiente sea suficientemente rígido.

Al apretar un destapacaños (el aparato empleado para destapar cañerías) contra una superficie pulida se aplasta y queda sin aire. Cuando, por acción de las fuerzas elásticas, el destapacaños recupera su forma inicial, queda un vacío parcial en el interior y la presión atmosférica exterior la mantiene adherida a la pared. Del mismo modo, las patas de las moscas tienen pequeñas ventosas que les permiten caminar por paredes y techos sin caer al piso.

El funcionamiento del gotero obedece al mismo fenómeno. Al apretar la perilla de goma creamos un vacío parcial. Cuando sumergimos el tubito en el líquido y soltamos la perilla, la presión atmosférica que se ejerce sobre la superficie libre del líquido lo obliga a subir por el tubo hasta la región de menor presión dentro de la perilla.

### Experiencia de Torricelli

En 1643, el físico italiano Evangelista Torricelli (1608-1647) ideó un procedimiento para medir la presión atmosférica.



¿Por qué el mercurio no descendió más?

El tubo no se vació porque el aire exterior presionaba sobre el mercurio de la cubeta (en cambio, en la parte superior del tubo se produjo vacío). La presión ejercida por la atmósfera en el punto Q es igual a la presión en R, ya que ambos puntos están al mismo nivel en el mismo fluido. Es decir que la presión que la columna de aire de casi 40 km de altura (la atmósfera) ejerce sobre la superficie libre del mercurio ( $p_Q$ ) es igual a la que ejerce la columna de 76 cm de mercurio ( $p_a$ ), entonces:

$$P_{atm} = P_{e_{Hg}} \times h_{Hg} = 13.6 \text{ g/cm}^3 \times 0.76 \text{ cm} = 1.033.6 \text{ g/cm}^2 = 101.293 \text{ N/m}^2 = 101,293 \text{ Pa}$$

Este valor, que corresponde a la presión atmosférica normal, se llama atmósfera (atm). También se acostumbra a dar la presión atmosférica en milímetros de mercurio (Torr) o en milibares (1mb = 0,75 Torr).

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 760 \text{ Torr}$$

Esta experiencia logró explicar por qué había un límite de profundidad para extraer el agua de las minas: la atmósfera no ejerce una presión ilimitada, sólo alcanza a sostener una determinada altura de agua.

La presión atmosférica varía según la altitud y también debido a los vientos y tormentas. Suele tomar valores entre 720 y 770 mm Hg. Una presión alta generalmente pronostica buen tiempo; y una baja presión atmosférica promete lo contrario. El aparato que permite medirla se llama barómetro.

Poco después de la experiencia de Torricelli, Blaise Pascal predijo que la presión atmosférica debe disminuir cuando se asciende por una montaña, ya que la columna de aire soportada es cada vez menor. Su cuñado se encargó de hacer la experiencia y comprobar la hipótesis en 1658. A medida que ascendía al monte *Puy-de Dome* observó el descenso de la columna mercurial del barómetro (que desde entonces pudo ser usado también como altímetro).

Pero, ¿cuál es la relación entre la presión atmosférica y la altura? Si la densidad del aire fuera uniforme, la presión disminuiría proporcionalmente con la altura. Podríamos afirmar, por ejemplo, que “la presión disminuye 1 Torr por cada 11 metros que nos elevamos”. Pero tengamos presente que las capas más bajas de la atmósfera están más comprimidas por lo que, conforme subimos, el aire se va enrareciendo (se hace menos denso). Por lo tanto, cuanto más alto estemos, más se necesitará subir para que la presión disminuya 1 Torr.

A nivel del mar la presión atmosférica es de 760 mm de Hg o 1.033 kg / cm<sup>2</sup> o 101 000 Pa. A la altura de la Cd. De México (2500 m sobre el nivel del mar) la presión atmosférica es de sólo 586 mm de Hg.

La presión atmosférica se mide con los aparatos *llamados barómetros*.

### Presión manométrica

Usando la presión atmosférica como referencia, la presión manométrica es la presión que ejerce un fluido por arriba de la presión atmosférica del lugar. Esta presión se mide con aparatos llamados manómetros.

### Presión de vacío

Es una presión menor que la presión atmosférica, se mide con aparatos llamados vacómetros.

### Presión absoluta

Es la fuerza total por unidad de área ejercida por un fluido y es igual a:

$$P_{\text{absoluta}} = P_{\text{manométrica}} + P_{\text{atmosférica}}$$

$$P_{\text{Absoluta}} = P_{\text{atmosférica}} - P_{\text{vacío}}$$

A continuación se muestra una gráfica en la que se expresan los diferentes tipos de presiones medidas en los equipos industriales.

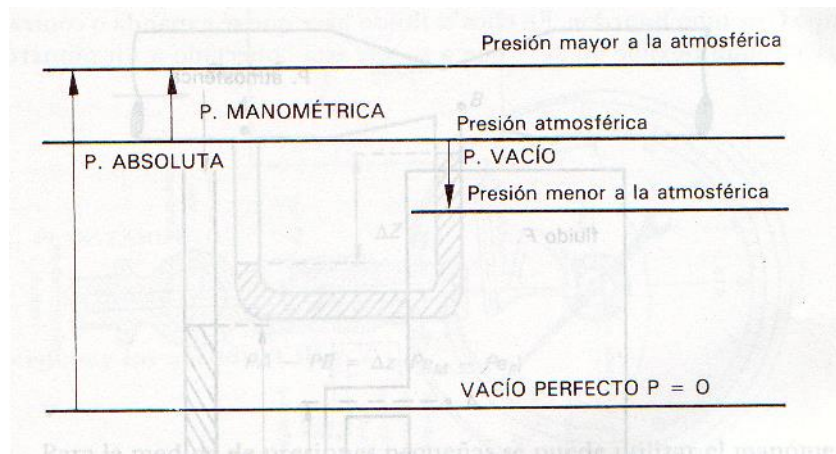


Fig.4. Diferentes tipos de presiones medidas en los equipos industriales.

El dispositivo más simple para medir presiones es el tubo *piezométrico* o simplemente piezómetro. Consiste en la inserción de un tubo transparente en la tubería o recipiente donde se quiere medir la presión. El líquido subirá en el tubo piezométrico hasta una altura  $h$ , correspondiente a la presión interna.

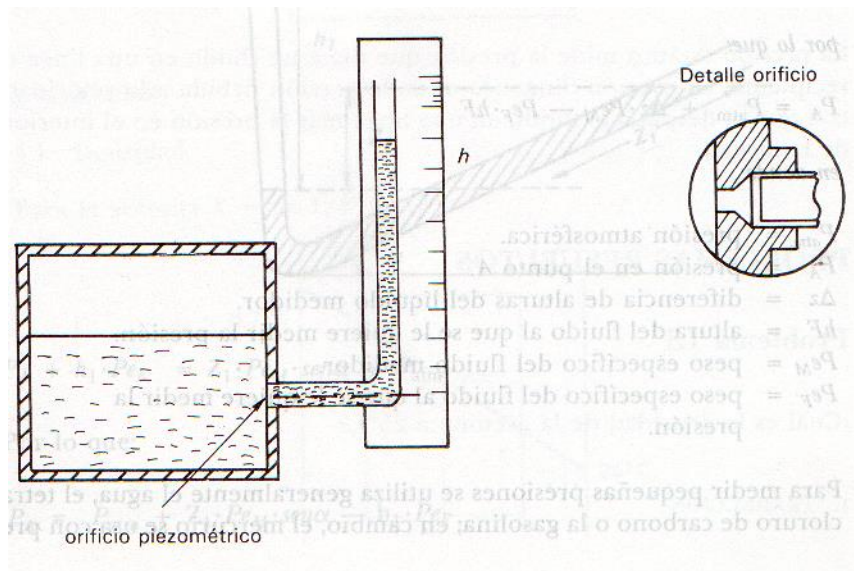


Figura 5. Tubo Piezométrico

Otro dispositivo empleado es *el tubo en U*, que se aplica para medir presiones muy pequeñas o demasiado grandes para los piezómetros.



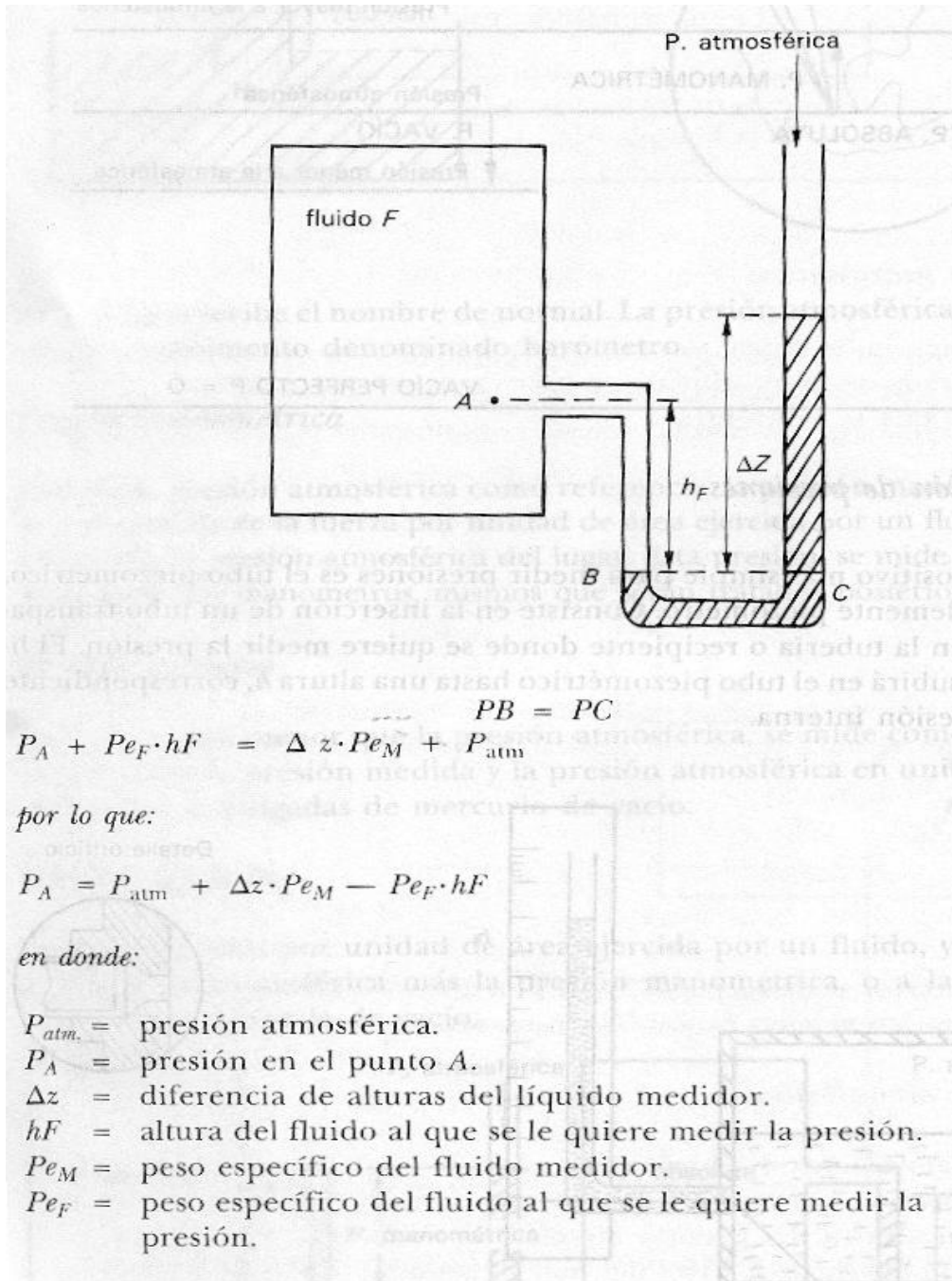


Figura 6. Tubo en U

Para la determinación de la diferencia de presiones se emplean manómetros diferenciales.

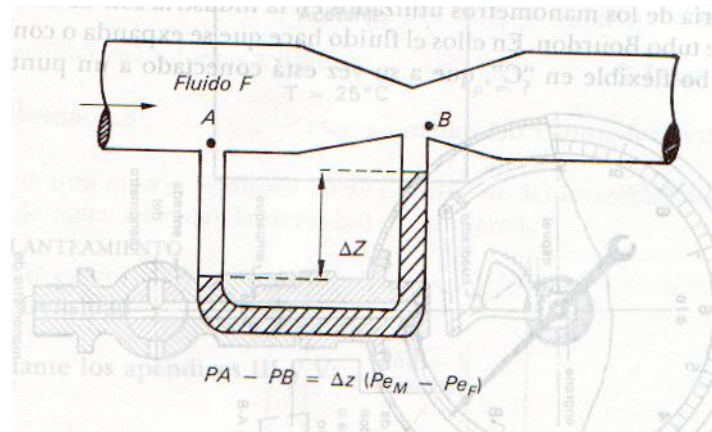


Figura 7. Manómetro diferencial

La mayoría de los manómetros utilizados en la industria son de carátula tipo C de Bourdon. En ellos el fluido hace que se expanda o contraiga un tubo flexible C, que a su vez está conectado a un puntero.

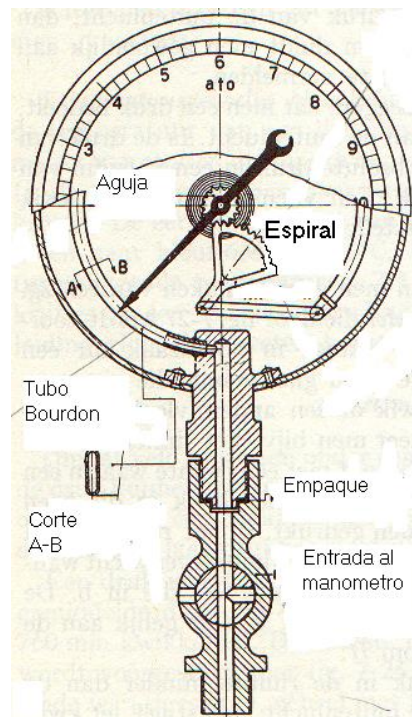


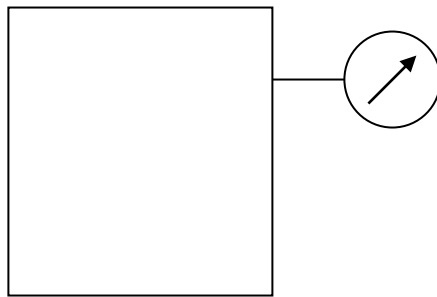
Figura 8. Manómetro de Bourdon

Todos los manómetros deben estar calibrados de tal manera que marquen cero a la presión del lugar. En el caso de los manómetros que miden presión de vacío, llamados vacuómetros, también deben marcar cero a la presión atmosférica del lugar.

### Ejemplo 3- 3

Un manómetro tipo Bourdon se utiliza para medir la presión de un recipiente indicando 5 kg / cm<sup>2</sup>. Si la presión atmosférica es de 710 mm de Hg ¿Cuál será la presión absoluta que reina en el interior del recipiente?

1. Traducción



$$P = 5 \text{ kg / cm}^2$$

$$P_{\text{atm}} = 710 \text{ mm de Hg}$$

$$P_{\text{abs}} = ?$$

2.- Planteamiento.

2.1.- Presión absoluta

$$P_{\text{absoluta}} = P_{\text{manométrica}} + P_{\text{atmosférica}}$$

$$P_{\text{Absoluta}} = P_{\text{atmosférica}} - P_{\text{vacío}}$$

3.- Cálculos

$$P_{\text{atmosférica}} = 710 \text{ mm Hg} \times \frac{1.033 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}}{760 \text{ mm Hg}} = 0.965 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

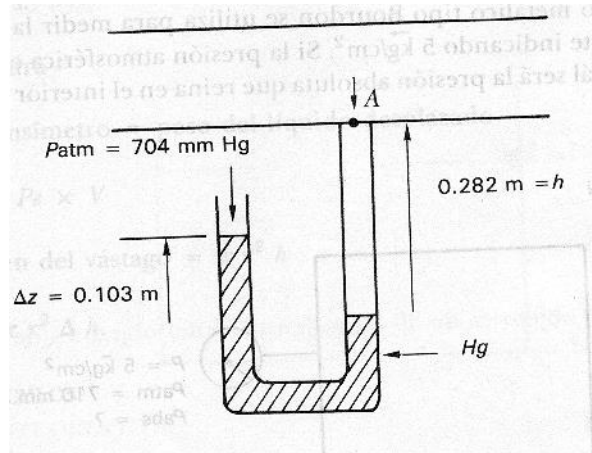
$$P_{\text{absoluta}} = 5 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} + 0.965 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} = 5.965 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

4.-Resultado

La presión absoluta es de 5.965 kg / cm<sup>2</sup>.

### Ejemplo 3-4

La presión estática correspondiente a un fluido que se desplaza por un tubo se mide con un manómetro como el que se muestra. Si la densidad del fluido es de  $860 \text{ kg / m}^3$ , ¿Cuál será la presión estática en el punto A?



1.- Planteamiento.

Para resolver el problema se deberá hacer un balance presiones.

1.2.- Balance de presiones.

$$P_{atmosférica} + \Delta Z P_{e_{Hg}} = h P_{e_{fluido}} + P_A$$

2.- Cálculos.

2.1.- Presión estática.

$$P_{atm} = 704 \text{ mm Hg} \left( \frac{1 \text{ atm}}{760 \text{ mm Hg}} \right) \left( 10333 \frac{\bar{kg}}{m^2 \text{ atm}} \right) = 9571.6 \frac{\bar{kg}}{m^2}$$

$$9571.6 \frac{\bar{kg}}{cm^2} + 0.103 \text{ m} \left( 13600 \frac{kg}{m^3} \right) = 0.282 \left( 860 \frac{kg}{m^3} \right) + P_A$$

$$P_A = 10729.88 \text{ kg / m}^2$$

3.- Resultado

La presión estática es de  $10729.88 \text{ kg / m}^2$  o de  $1.0729 \text{ kg / cm}^2$ .

### Prensa hidráulica

Los principios y propiedades antes citados han servido para la construcción de las llamadas prensas hidráulicas. Una **prensa hidráulica** es un mecanismo conformado por vasos comunicantes impulsados por pistones de diferente área que, mediante pequeñas fuerzas, permite obtener otras mayores. Los pistones son llamados pistones de agua, ya que son hidráulicos. Estos hacen funcionar conjuntamente a las prensas hidráulicas por medio de motores

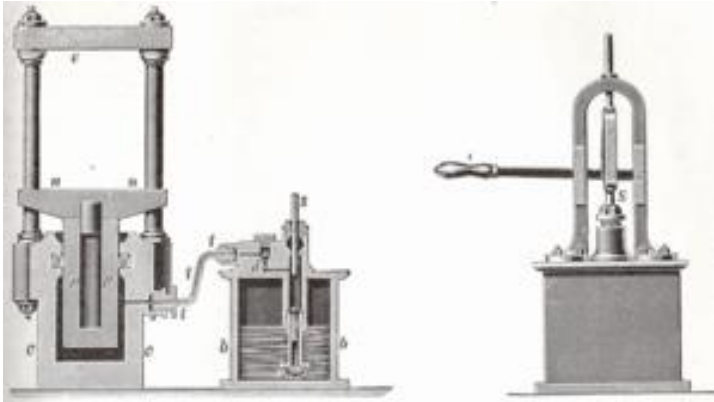
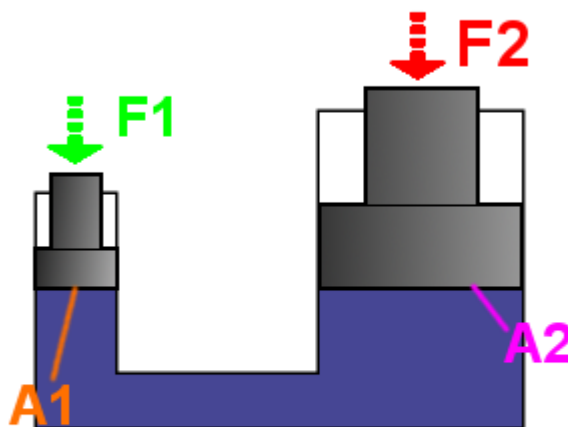


Fig. 9- Antigua prensa hidráulica.

En el siglo XVII, en Francia, el matemático y filósofo Blaise Pascal comenzó una investigación referente al principio mediante el cual la presión aplicada a un líquido contenido en un recipiente se transmite con la misma intensidad en todas direcciones. Gracias a este principio se pueden obtener fuerzas muy grandes utilizando otras relativamente pequeñas. Uno de los aparatos más comunes para alcanzar lo anteriormente mencionado es la prensa hidráulica, la cual está basada en el principio de Pascal.

El rendimiento de la prensa hidráulica guarda similitudes con el de la palanca, pues se obtienen presiones mayores que las ejercidas pero se aminora la velocidad y la longitud de desplazamiento, en similar proporción.

$$F_2 = F_1 \left( \frac{A_2}{A_1} \right)$$



En donde:

En un sistema en equilibrio:

$$P_1 = P_2 \quad \text{o} \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

En donde:

$F_1$  = fuerza aplicada;  $F_2$  = fuerza obtenida;  $A_1$  = sección del émbolo menor;  $A_2$  = sección del émbolo mayor.

Fig.10

## Ley de Arquímedes

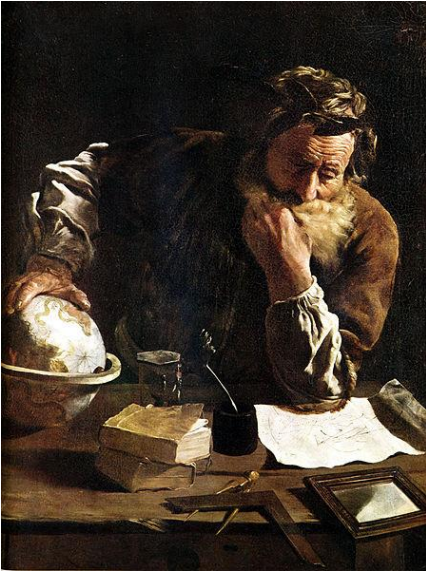


Fig.11.-Arquímedes (287-212 a.C) fue uno de los grandes científicos de la antigüedad en el área de los fluidos se le acredita el principio de la flotación de los cuerpos y la invención del tornillo sin fin con el que se podían bombear los líquidos.

El **principio de Arquímedes** es un principio físico que afirma que:

*«Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo, recibe un empuje de abajo hacia arriba igual al peso del volumen del fluido que desaloja».*

Esta fuerza recibe el nombre de **empuje hidrostático** o de Arquímedes, y se mide en newtons (en el SI). El principio de Arquímedes se

formula así:

$$E = m g = \rho_f g V$$

Donde **E** es el empuje ,  **$\rho_f$**  es la densidad del fluido, **V** el «volumen de fluido desplazado» por algún cuerpo sumergido parcial o totalmente en el mismo, **g** la aceleración de la gravedad y **m** la masa, de este modo, el empuje depende de la densidad del fluido, del volumen del cuerpo y de la gravedad existente en ese lugar. Este principio es la base para la construcción de los densímetros o aerómetros. Otras aplicaciones incluyen la flotación de barcos y la flotación de los globos aerostáticos. En mecánica de fluidos existe ahora un número adimensional que lleva el nombre de Arquímedes. Dicho número relaciona las fuerzas gravitacionales con respecto a las fuerzas friccionantes.

$$Ar = \frac{d^3}{\mu^2} (\rho_s - \rho) \rho g$$

En donde **d** es el diámetro de la partícula,  **$\rho_s$**  es la densidad del sólido;  **$\rho$**  la densidad del líquido,  **$\mu$**  la viscosidad del líquido y **g** la constante gravitacional.

El empuje (*en condiciones normales y descrito de modo simplificado* ) actúa verticalmente hacia arriba y está aplicado en el centro de gravedad del fluido desalojado por el cuerpo; este punto recibe el nombre de centro de carena.

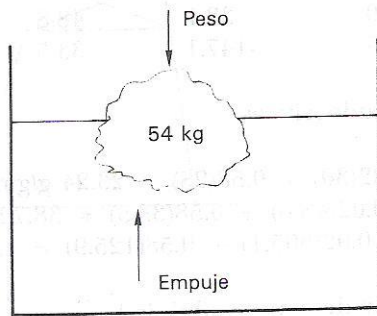
Los cuerpos flotantes son aquellos cuyos pesos son inferiores a los pesos de los volúmenes de líquidos que ellos puedan desalojar. Para que un cuerpo flote, su

densidad aparente media debe ser menor que la del líquido. Se llama carena a la porción sumergida del cuerpo flotante.

### Ejemplo 3.5

Un objeto pesa 54 kg en el aire y 24 kg cuando está sumergido en agua. Calcule el volumen y la densidad relativa de dicho objeto.

#### 1.- Traducción.



#### 2.- Planteamiento

##### 2.1.- Discusión

Para la resolución de este problema se debe emplear el principio de Arquímedes.

Peso del objeto en el aire = Peso del objeto en el agua + empuje

Por lo tanto:

Empuje = peso del volumen del agua desalojada.

##### 2.2 Densidad

Densidad  $\rho = \text{Masa} / \text{volumen}$ ; Empuje =  $P_{\text{H}_2\text{O}}$  (volumen)

#### 3.- Cálculos

##### 3.1.- Empuje

$54 \text{ kg} - 24 \text{ kg} = \text{empuje}$ ; empuje = 30 kg

$30 \text{ kg} = 1 \text{ kg/L} \times \text{volumen}$ ; volumen = 30 L

##### 3.2.- Densidad

Densidad  $\rho = 54 \text{ kg} / 30 \text{ L} = 1.8 \text{ kg / L}$

#### 4.- Resultados

El volumen del objeto es de 30 L. La densidad del objeto es de 1.8 kg / L o de 1800 kg / m<sup>3</sup>

## Presión de un fluido sobre una superficie plana

La presión en el interior de un líquido siempre está dirigida por la normal al plano en que actúa y se calcula por

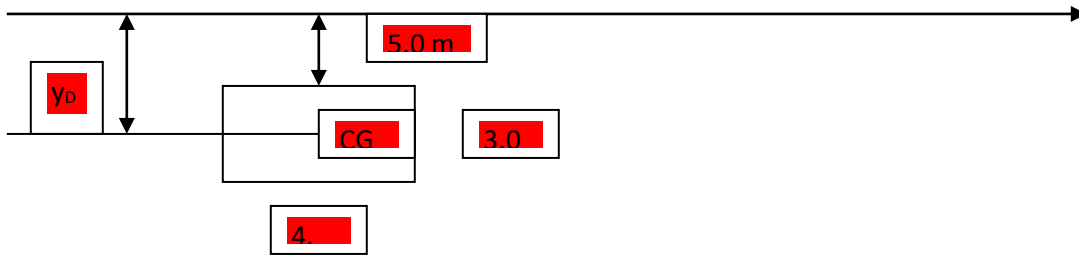
$$P = P_{\text{ext}} + \rho gh$$

En donde h es la profundidad.

La fuerza o empuje ejercida por un fluido sobre una superficie es igual al producto del área por la presión que se ejerce en el centro de gravedad del sistema.

### Ejemplo 3.6

¿Cuál es el empuje ejercido por el agua en una compuerta vertical de 3 x 4 m se cuyo tope encuentra a 5 m de profundidad?

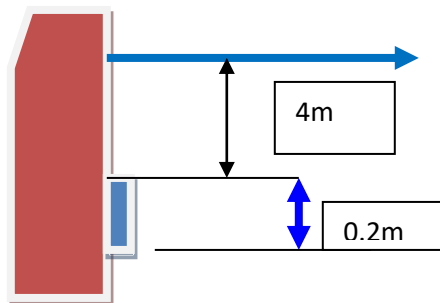


La densidad del agua  $\rho$  es igual a  $1000 \text{ kg/m}^3$   $y_D$  es  $5 + 3/2 = 6.5 \text{ m}$

La fuerza es  $F = 1000 \times 6.5 \times 12 = 78\,000 \text{ kg fuerza}$ .

### Ejemplo 3.7

En un dique de concreto está instalada una compuerta circular de hierro fundido con 0.2 m de radio y a la profundidad de 4 m. Determine el empuje que actúa sobre la compuerta.





Resultado

La fuerza es:  $F = \rho y_D A$

$\rho = 1000 \text{ kg / m}^3$  ,  $y_D = 4.2$

$A = \pi \times 0.2^2 = 0.1256 \text{ m}^2$

$F = 1000 \times 4.2 \times 0.1256 = 527 \text{ kg fuerza.}$

### Presión hidrostática sobre una superficie plana sumergida

Sobre una superficie plana que se encuentra sumergida en un fluido se ejerce una fuerza causada por el peso del fluido que está sobre esa superficie.

En general

$$F = P A = \rho g h A$$

Por fuerza de presión hidrostática  $F$  de un líquido sobre una superficie, se entiende la fuerza que ejerce el líquido exclusivamente, es decir, sin tomar en cuenta la presión  $P_0$  o presión exterior.

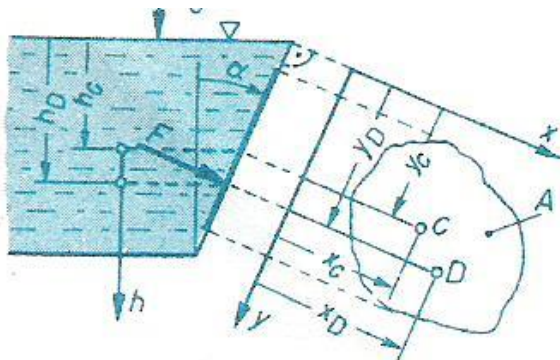


Fig.- 12

En donde:

$$F = g \rho y_c A \cos \alpha = g \rho h_c A$$

$$y_D = \frac{I_x}{A y_c} = y_c + \frac{I_c}{A y_c}$$

$$x_D = \frac{I_{xy}}{A y_c}$$

En donde C es el centroide de superficie A; D Centro de presión (punto de aplicación de F);  $I_x$  Momento de inercia de A con respecto al eje x;  $I_c$  Momento de inercia de A con respecto a un eje que pasa por C y es paralelo al eje x;  $I_{xy}$  Producto de inercia de A con respecto a los ejes x, y.

### Presión de un líquido sobre una superficie curva

La fuerza de presión que ejerce un líquido sobre la superficie curva se descompone en una componente horizontal  $F_H$  y otra vertical  $F_V$ . La componente  $F_V$  es igual al peso del líquido contenido en el volumen V en (a) o en (b). La línea de acción pasa por el centroide del volumen.

$$|F_V| = g \rho V$$

La componente  $F_H$  es la fuerza debida a la presión del líquido sobre la proyección de la superficie 1-2 sobre el plano perpendicular a  $F_H$ .

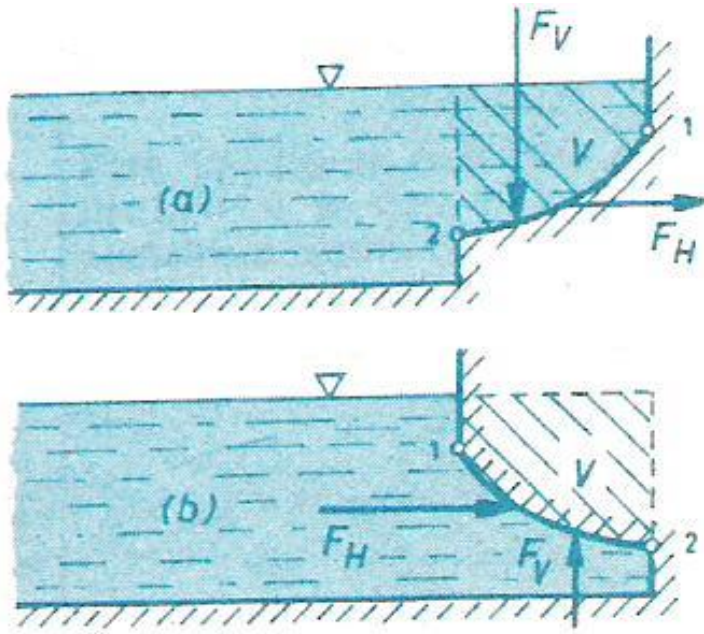


Fig. 12

Con frecuencia el ingeniero se encuentra problemas en los que un equipo o una estructura deben resistir las presiones ejercidas por los fluidos, tal como sucede con válvulas, diques, tanques, tuberías, compuertas, columnas empacadas, etc.

Consideremos la fuerza que se ejerce sobre un área de forma irregular situada bajo un fluido en reposo tal como el que se presenta en la figura siguiente y que está sobre un plano inclinado que forma un ángulo  $\theta$  con la horizontal (la superficie del fluido):

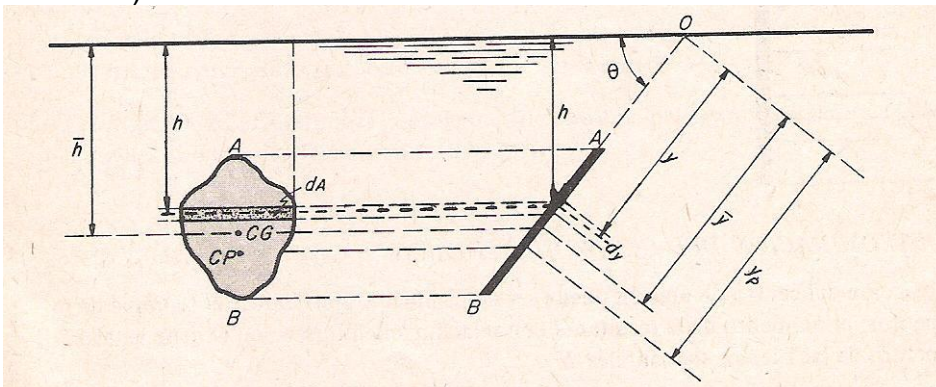


Fig.- 13

Para determinar la fuerza que actúa sobre esa área se la subdivide en elemento diferenciales  $dA$ , localizado a la profundidad  $h$  y a una distancia  $y$  de la línea inclinada  $O O'$  que intersecta al plano de la superficie del fluido. La fuerza que actúa en  $dA$  será:

$$dF = P dA = \rho_e h dA = \rho_e y \sin\theta dA$$

cada una de las fuerzas  $dF$  será normal al área correspondiente. La resultante de la fuerza ejercida sobre todo el área, también normal será:

$$F = \int dF = \int_A Pe \sin \theta dA = Pe \sin \theta \int_A y dA$$

La integral

$$\int_A y dA$$

Se conoce como el momento del área con respecto a la intersección O; por lo tanto:

$$\int_A y dA = A \bar{y}$$

Donde

$\bar{y}$  es la distancia desde el centro de gravedad<sup>1</sup> del área hasta O O', y A es el área total.

$$F = Pe \bar{y} \sin \theta A \quad \text{entonces}$$

$$y \sin \theta = \bar{h}$$

Y resulta:

$$F = Pe \bar{h} A$$

Se ha demostrado experimentalmente que la resultante de las presiones no está aplicada en el centro de gravedad del área, si no en un punto denominado centro de presión. La posición del centro de presión puede determinarse aplicando el teorema de los momentos, es decir, el momento de la resultante con respecto a la intersección O debe igualar a los momentos de las fuerzas diferenciales dF.

Si

$$F y_p = dF y$$

$$dF = Pe y \sin \theta dA$$

y

$$F = Pe \bar{y} \sin \theta A$$

---

<sup>1</sup> El **centro de gravedad** es el punto de aplicación de la [resultante](#) de todas las [fuerzas](#) de [gravedad](#) que actúan sobre las distintas porciones materiales de un cuerpo, de tal forma que el momento respecto a cualquier punto de esta resultante aplicada en el centro de gravedad es el mismo que el producido por los pesos de todas las masas materiales que constituyen dicho cuerpo. En otras palabras, el centro de gravedad de un cuerpo es el punto respecto al cual las fuerzas que la gravedad ejerce sobre los diferentes puntos materiales que constituyen el cuerpo producen un momento resultante nulo.

Sustituyendo

$$P_e \bar{y} \sin \theta A y_p = \int P_e y \sin \theta dA y = P_e \sin \theta \int y^2 dA$$

Entonces:

$$y_p = \frac{\int y^2}{A \bar{y}} dA = \frac{I}{A \bar{y}}$$

En la ecuación anterior  $I$  es el momento de inercia<sup>2</sup> con relación al eje de intersección, aunque también se le conoce como momento de inercia relativo al eje que pasa por el centro de gravedad.

$\bar{y}$  = coordenada  $y$  del centro de gravedad

$y_p$  = coordenada  $y$  del centro de presión.

El teorema de Steiner (denominado en honor de [Jakob Steiner](#)) establece que el momento de inercia con respecto a cualquier eje paralelo a un eje que pasa por el centro de masa, es igual al momento de inercia con respecto al eje que pasa por el centro de masa más el producto de la masa por el cuadrado de la distancia entre los dos ejes:

$$I = I_0 + A \bar{y}^2$$

donde:  $I$  es el momento de inercia respecto al eje que no pasa por el centro de masa;  $I_0$  es el momento de inercia para un eje paralelo al anterior que pasa por el centro de masa;  $A$  (Masa Total),  $\bar{y}$  (Distancia entre los dos ejes paralelos considerados).

En donde:

$$y_p = \frac{I_0 + A \bar{y}^2}{A \bar{y}^2}$$

Por lo tanto:

---

<sup>2</sup> El **momento de inercia** (símbolo **I**) es una medida de la [inerencia](#) rotacional de un cuerpo. Cuando un cuerpo gira en torno a uno de los [ejes principales](#) de inercia, la inercia rotacional puede ser representada como una [magnitud escalar](#) llamada momento de inercia. El momento de inercia de un cuerpo indica su resistencia a adquirir una aceleración angular. Dado un sistema de partículas y un eje arbitrario, el momento de inercia del mismo se define como la suma de los productos de las masas de las partículas por el cuadrado de la distancia  $r$  de cada partícula a dicho eje.

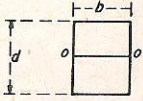
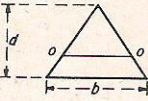
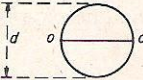
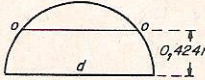
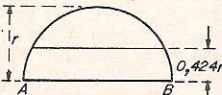
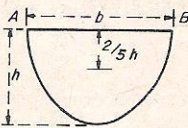
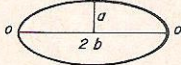
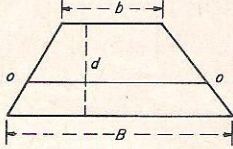
$$y = \bar{y} + \frac{I_0}{A\bar{y}}$$

Si hacemos  $:\frac{I_0}{A} = K^2$ , cuadrado del área de giro, se tiene que:  $y_p = \bar{y} + \frac{K^2}{\bar{y}}$

El centro de presión se encuentra siempre abajo del centro de gravedad a una distancia igual a  $\frac{K^2}{\bar{y}}$

En la tabla siguiente se presentan los momentos de inercia de las principales figuras geométricas

Tabla 2-1 Momento de inercia de las principales figuras geométricas\*

Figura	$e$	$I_0$	$A$
Rectángulo		$\frac{1}{12}bd^3$	$bd$
Triángulo		$\frac{1}{36}bd^3$	$\frac{1}{2}bd$
Círculo		$\frac{\pi d^4}{64}$	$\frac{\pi d^2}{4}$
Semicírculo		$0,00686d^4$	$\frac{\pi d^2}{8}$
Semicírculo		$\frac{\pi r^4}{8}$	$\frac{\pi d^2}{8}$
Parábola		$\frac{b}{2}h^3$	$\frac{2}{3}bh$
Elipse		$\frac{\pi a^3 b}{4}$	$\pi ab$
Trapezio		$\frac{d^3}{36} \cdot \frac{B^2 + 4Bb + b^2}{B + b}$	$\frac{B + b}{2}$

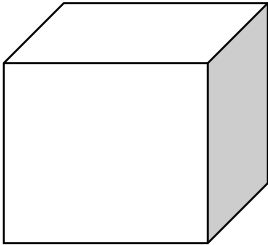
\* Relativos a los ejes O-O o A-B indicados.

Fig. 13

### Ejemplo 3.-8

Si se tiene un tanque lleno de agua de 1 m x 1 m x 0.8 m, ¿Cuál será la fuerza ejercida sobre una de las paredes laterales y en qué punto se aplica la presión?

1.- Traducción



2.- Planteamiento y cálculos.

Fuerza ejercida

$$F = \rho g \bar{y} A = 1000 \times 0.4 \times 1.00 \times 0.80 = 320 \text{ kg}$$

Sitio donde se ejerce la presión

$$y = \bar{y} + \frac{I_0}{A\bar{y}}$$

$$\bar{y} = 0.4 \text{ m}, \quad b = 1 \text{ m} \quad \text{y} \quad d = 0.80 \text{ m}$$

Por lo tanto:

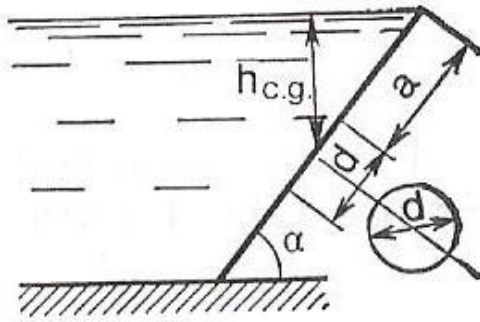
$$y_p = 0.4 + \frac{\frac{1}{12} b d^3}{b d \cdot 0.4} = 0.4 + \frac{1 \times 1.00 \times 0.8^3}{12 \times 0.8 \times 0.4 \times 1.0} = 0.534 \text{ m}$$

4.- Resultado.- El empuje es de 320 kg y el centro de presión está situado a 0.534 por debajo de la superficie.

### Ejemplo 3.- 9

Determine la fuerza de presión del agua sobre una compuerta circular inclinada con un diámetro de 0.5 m y el punto de aplicación de la resultante si  $a = 1\text{m}$ ,  $\alpha = 60^\circ$ .

1.- Traducción.



## 2.- Planteamiento y cálculos

### 2.1 –Fuerza

$$F = \rho g \bar{y} A$$

$$A = 0.785 \pi d^2 = 0.785 \times 0.5^2 = 0.196 \text{ m}^2$$

$$h_c = \bar{y} = (a + d/2) \sin \alpha = (1 + 0.5/2) \sin 60^\circ = 1.08 \text{ m}$$

$$F = 1000 \times 1.08 \times 0.196 = 211.68 \text{ kg fuerza.}$$

### 2.2.- Coordenada del centro de presión.

$$y_p = \bar{y} + \frac{K^2}{\bar{y}} ; \frac{I_o}{A} = K^2$$

A partir de los datos de la tabla

$$I_o = \pi d^4 / 64 ; A = \pi d^2 / 4$$

$$\bar{Y} = a + r = 1 + 0.25 = 1.25$$

$$I_o = \pi(0.5)^4 / 64 = 0.00306 ; A = 0.196 \text{ m}^2$$

$$Y_p = 1.25 + (0.00306 / 0.196 \times 1.25) = 1.25 + 0.024 = 1.262 \text{ m}$$

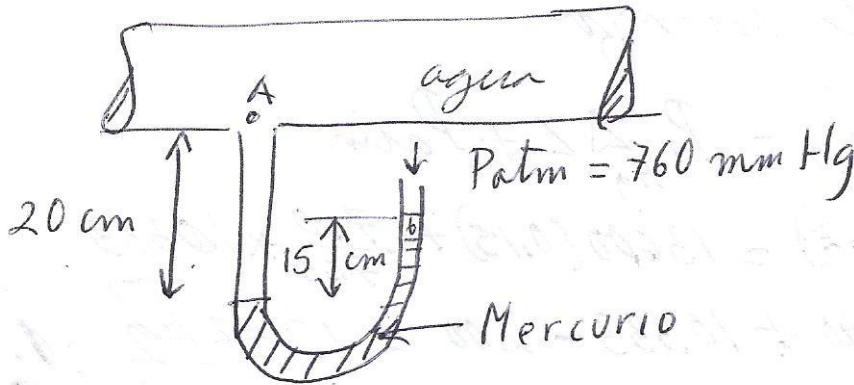
### 4.- Resultado.

La presión es de 211.68 kg, el punto de presión está a 1.262 m por debajo de la superficie del líquido.



### Ejemplo 3-10

¿Cuál será la presión dentro de la tubería, si se mide la presión con un manómetro como el que se muestra en la figura?



Balace de fuerzas

$$P_A + \rho_{H_2O} h_{H_2O} = \rho_{Hg} \Delta Z + P_{atm}$$

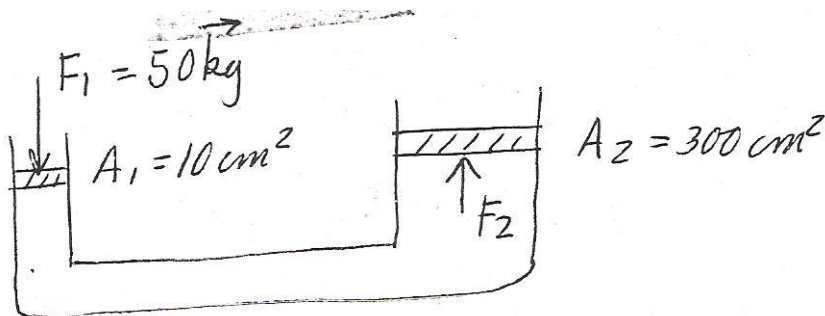
$$P_A + 1000(0.2) = 13600(0.15) + 10333$$

$$P_A = 12173 \text{ kg/m}^2 = 1.178 \text{ atm}$$

### Ejemplo 3-11

El émbolo menor de una prensa hidráulica tiene  $10 \text{ cm}^2$  y el émbolo mayor  $300 \text{ cm}^2$ . Si sobre el primero se aplica una fuerza de  $50 \text{ kg}$ , ¿Qué fuerza se produce sobre el émbolo mayor?

1.- Traducción.



Planteamiento.

2.1- Fuerzas

Por el principio de Pascal.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

3.- Cálculos

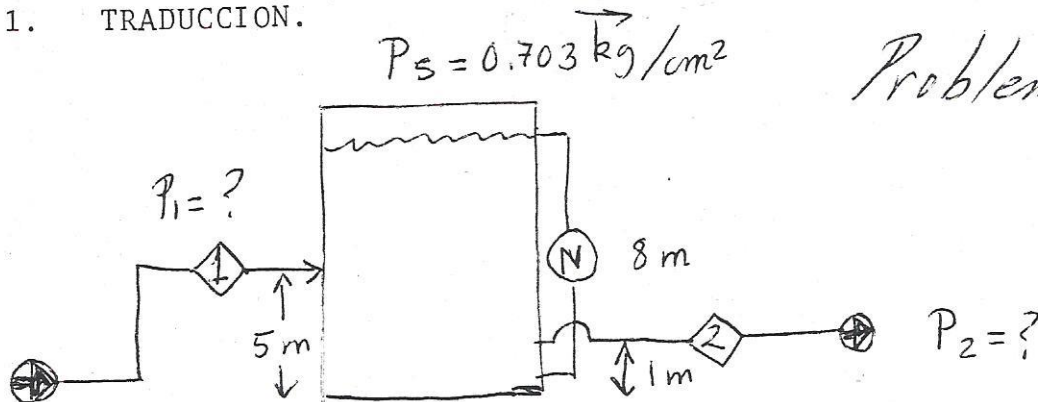
3.1.- Fuerza

$$F_2 = \frac{A_2}{A_1} \times F_1 = \frac{300}{10} \times 50 = 1500 \text{ kg}$$

### Problema 3.12

Un tanque cerrado está parcialmente ocupado por tetracloruro de carbono. La presión sobre la superficie del líquido es de  $0.703 \text{ kg/cm}^2$  y el peso específico del líquido es de  $1558 \text{ kg/m}^3$ . El tanque es cilíndrico y tiene una altura total de  $10 \text{ m}$ . A la mitad de la altura tiene una boquilla donde se alimenta el tetracloruro y a  $1 \text{ m}$  de la base se encuentra la descarga. El medidor de nivel del tanque marca un contenido equivalente a  $8 \text{ m}$  de altura del líquido. Calcule la presión a que se debe inyectar el tetracloruro de carbono y la presión a que se descarga.

1. TRADUCCION.



2.- Planteamiento

2.1- Presiones

$$P_1 = P_s + \rho_{\text{CCl}_4} (h_s - h_1)$$

$$P_2 = P_s + \rho_{\text{CCl}_4} (h_s - h_2)$$

### 3.- Cálculos.

#### 3.1.- Presiones

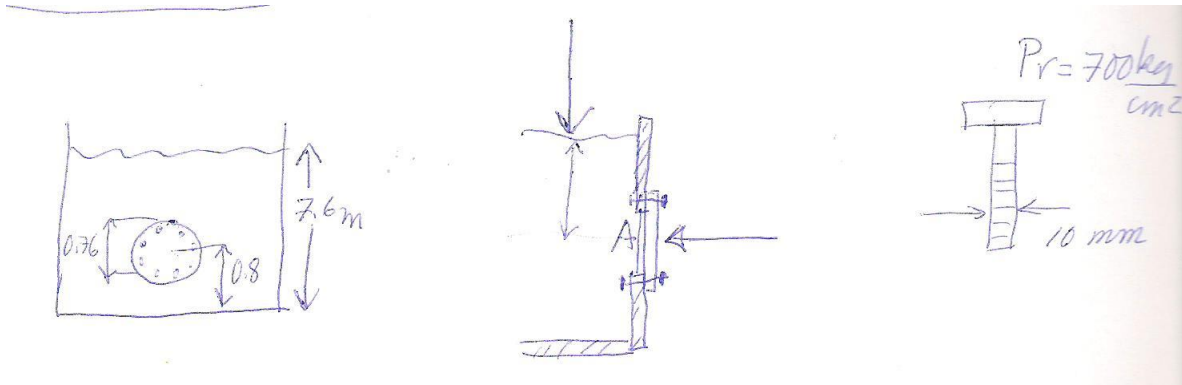
$$P_1 = 7030 \text{ kg / m}^2 + 1558 \text{ kg / m}^3 (8-5) = 11 704 \text{ kg / m}^2$$

$$P_2 = 7030 \text{ kg / m}^2 + 1558 \text{ kg / m}^3 (8-1) = 17936 \text{ kg / m}^2$$

#### Ejemplo 3.13

La altura del nivel del ácido sulfúrico en un recipiente es de 7.6 m. A la altura de 0.8 m sobre el fondo el recipiente tienen una escotilla redonda de 760 mm de diámetro cuya tapa se fija por pernos de 10 mm de diámetro. Si la presión de ruptura de los pernos es de 700 kg / cm<sup>2</sup> determine el número de pernos necesarios.

#### 1.- traducción



#### 2.- Planteamiento

##### 2.1- Fuerzas

$$P_{\text{atm}} + P_e h = P_{\text{atm}} + P_{\text{sobre los pernos}}$$

$$P_{\text{sobre los pernos}} = P_e h$$

##### 2.2.- Fuerza sobre la placa

$$P_{\text{sobre los pernos}} = \text{Fuerza} / \text{Área}$$

##### 2.3.- Número de pernos

$$\text{Número} = \text{Fuerza} / \text{Fuerza} / \text{perno}$$

$$\text{Fuerza} / \text{perno} = P_{\text{ruptura}} (\text{Área del perno})$$

### 3.- Cálculos

#### 3.1.- Presión sobre la escotilla

La densidad del ácido es de  $1831 \text{ kg / m}^3$

$$P = 1831 \text{ kg / m}^3(7.6-0.8) = 12450.8 \text{ kg / m}^2$$

#### 3.2.- Fuerza sobre la escotilla

$$\text{Fuerza} = 12450.6 (0.76)^2(0.785) = 5645.39 \text{ kg.}$$

#### 3.3.- Número de pernos

$$\text{Fuerza / perno} = 700 \text{ kg / cm}^2 (1)^2(0.785) = 549.5 \text{ kg / perno}$$

$$\text{Número} = 5645.39/549.5 = 10.274$$

4.- Resultado se requieren al menos 12 pernos.

### **Volúmenes de tanques parcialmente llenos**

Es fácil calcular los volúmenes de tanques totalmente llenos. Sin embargo no lo es tanto cuando estos están parcialmente llenos.

Consideremos por ejemplo un tanque cilíndrico de longitud  $L$  y radio  $R$ , relleno hasta una altura  $H$ . Si se desea obtener el volumen del líquido que llena parcialmente el tanque se deberá indicar si el tanque está en posición horizontal o vertical.

Si el tanque estuviera colocado en posición vertical.

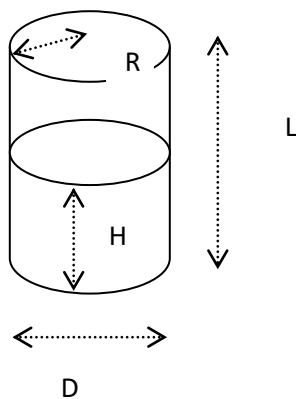


Fig. 13.- Cilindro vertical

El volumen del líquido en ese tanque sería:

$$V = \pi R^2 H = \frac{\pi}{4} D^2 H \quad (1)$$

Si es tanque estuviera en posición horizontal entonces se encuentra que no hay una variación lineal del volumen con respecto a la altura.

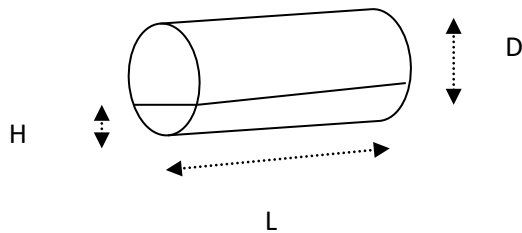


Fig. 14.- Un cilindro acostado.

Por ello debe calcularse el área del segmento relleno de líquido y multiplicarlo por la longitud del tanque.

A partir de la geometría analítica:

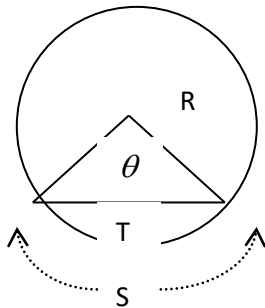


Fig.-15 Esferas y segmentos

Área del segmento = Área del sector- área del triángulo

$$\text{Área del sector} = \frac{1}{2} SR = \frac{1}{2} R^2 \theta \quad (2)$$

$$\text{En donde } \theta = \frac{S}{R} = 2 \cos^{-1} \frac{R-H}{R} \quad (3)$$

$$\text{Área del segmento} = \frac{1}{2} R^2 (\theta - \text{sen} \theta) = R^2 \cos^{-1} \frac{R-H}{R} - (R-H) \sqrt{2RH - H^2} \quad (4)$$

Por lo tanto el volumen de líquido será:

$$V = L \left( R^2 \cos^{-1} \frac{R-H}{R} - (R-H) \sqrt{2RH - H^2} \right) \quad (5)$$

En donde el coseno se da en radianes.

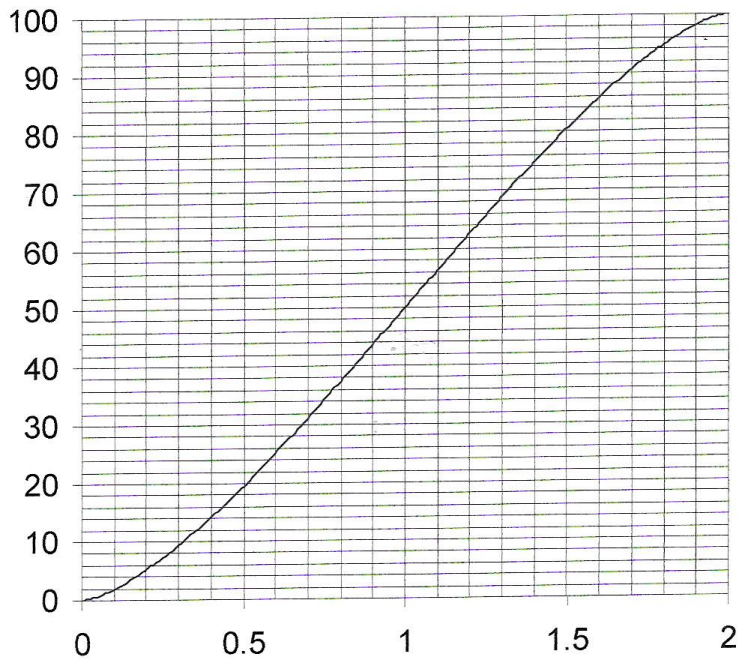
También el volumen se puede obtener mediante la fórmula

$$V = LR^2 \left( \frac{\alpha}{57.3} - \text{sen} \alpha \cos \alpha \right) \quad (6) \text{ en donde } \alpha = \frac{\theta}{2} \quad (7) \text{ y } \cos \alpha = 1 - \frac{H}{R} \quad (8)$$

Es costumbre, también, obtener también el volumen mediante tablas o gráficas en las que se presenta H/D en función del % de volumen.

H/D	Fracción de volumen	H/D	Fracción de volumen	H/D	Fracción de volumen	H/D	Fracción de volumen
0.01	0.00169	0.26	0.20660	0.51	0.51273	0.76	0.81545
.02	.00477	.27	.21784	.52	.52546	.77	.82625
.03	.00874	.28	.22921	.53	.53818	.78	.83688
.04	.01342	.29	.24070	.54	.55088	.79	.84734
.05	.01869	.30	.25231	.55	.56356	.80	.85762
.06	.02450	.31	.26348	.56	.57621	.81	.86771
.07	.03077	.32	.27587	.57	.58884	.82	.87760
.08	.03748	.33	.28779	.58	.60142	.83	.88727
.09	.04458	.34	.29981	.59	.61397	.84	.89673
.10	.05204	.35	.31192	.60	.62647	.85	.90594
.11	.05985	.36	.32410	.61	.63892	.86	.91491
.12	.06797	.37	.33636	.62	.65131	.87	.92361
.13	.07639	.38	.34869	.63	.66364	.88	.93203
.14	.08509	.39	.36108	.64	.67590	.89	.94015
.15	.09406	.40	.37353	.65	.68808	.90	.94796
.16	.10327	.41	.38603	.66	.70019	.91	.95542
.17	.11273	.42	.39858	.67	.71221	.92	.96252
.18	.12240	.43	.41116	.68	.72413	.93	.96923
.19	.13229	.44	.42379	.69	.73652	.94	.97550
.20	.14238	.45	.43644	.70	.74769	.95	.98131
.21	.15266	.46	.44912	.71	.75930	.96	.98658
.22	.16312	.47	.46182	.72	.77079	.97	.99126
.23	.17375	.48	.47454	.73	.78216	.98	.99523
.24	.18455	.49	.48727	.74	.79340	.99	.99831
.25	.19550	.50	.50000	.75	.80450	1.00	1.00000

Tabla 1.- Volúmenes de cilindros horizontales parcialmente llenos. Fuente Perry –Manual del Ingeniero Químico. Sexta edición.-México-2001



**Relación de H /R contra % de volumen lleno**

**% del recipiente que está lleno**

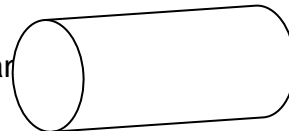
**H/R**

### Ejemplo 3.14

Sea un tanque cilíndrico horizontal con tapas planas que tiene las siguientes dimensiones:

$$L=7.62\text{m} \quad D= 2.54 \text{ m} \quad H=0.762 \text{ m}$$

¿Cuál es el volumen de líquido contenido en el tanque?



$$\frac{R-H}{R} = \frac{1.27-0.762}{1.27} = 0.4$$

$$\cos^{-1}(0.4) = 66.42 = 1.159$$

$$V= 7.62 \left( 1.27^2 \times 1.159 - (1.27 - 0.762) \sqrt{2.54 \times 0.762 - (0.762)^2} \right) = 9.74 \text{m}^3$$

También

$$\cos \alpha = 1 - \frac{H}{R} = 0.4$$

$$\alpha = 66.42; \quad \text{sen} \alpha = 0.9165$$

$$V = 7.62(1.27)^2 \left( \frac{66.42}{57.3} - 0.9165 \times 0.4 \right) = 9.74 \text{m}^3$$

También:

Volumen total del tanque

$$V_T = 0.785(2.54)^2(7.62) = 38.59 \text{m}^3$$

Porcentaje del tanque lleno de líquido  $H/D = 0.762/2.54 = 0.3$  de las tablas o de las gráficas % = 25

$$\text{Vol.} = 0.25 (38.59) = 9.64 \text{ m}^3$$

Volumen contenido en un tanque parcialmente lleno y con tapas toriesféricas con radio de curvatura  $R = D$

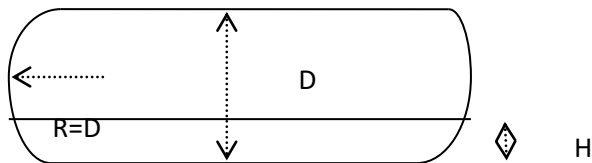


Fig. 16.- Tanque cilíndrico acostado y con tapas toriesféricas.

$$\text{Volumen de las dos tapas llenas} = 0.0513HD^2 = \frac{\pi}{6} D^2 H$$

(9)

$$\text{Volumen de una tapa parcialmente llena} = 0.215 H^2(3R-H) \text{ m}^3 \quad (10)$$

También se puede obtener esto mediante tablas en que se representa  $H/D$  contra % de volumen.



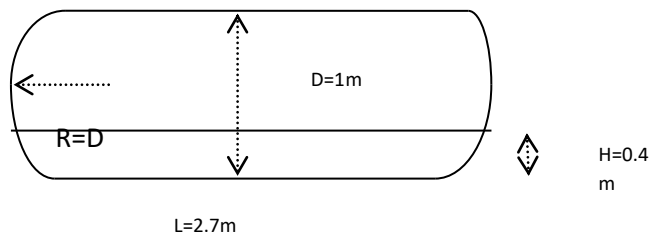
$H/D_i$	Fracción de volumen	$H/D_i$	Fracción de volumen	$H/D_i$	Fracción de volumen	$H/D_i$	Fracción de volumen
0.02	0.0012	0.28	0.1913	0.52	0.530	0.78	0.8761
.04	.0047	.30	.216	.54	.560	.80	.8960
.06	.0104	.32	.242	.56	.590	.82	.9145
.08	.0182	.34	.268	.58	.619	.84	.9314
.10	.0280	.36	.295	.60	.648	.86	.9467
.12	.0397	.38	.323	.62	.677	.88	.9603
.14	.0533	.40	.352	.64	.705	.90	.9720
.16	.0686	.42	.381	.66	.732	.92	.9818
.18	.0855	.44	.410	.68	.758	.94	.9896
.20	.1040	.46	.440	.70	.784	.96	.9953
.22	.1239	.48	.470	.72	.8087	.98	.9988
.24	.1451	.50	.500	.74	.8324	1.00	1.0000
.26	.1676			.76	.8549		

\*Recada en la ecuación (6-54)

Tabla 2.- Volumen de cabezas parcialmente llenas sobre tanques horizontales. Basados en la ecuación (10). Fuente Perry –Manual del Ingeniero Químico.-Sexta edición.-México-2001

### Ejemplo 3.15

Calcular el volumen contenido en el siguiente tanque:



Volumen del cilindro por medio de la fórmula (5)

$$V = L \left( R^2 \cos^{-1} \frac{R-H}{R} - (R-H) \sqrt{2RH - H^2} \right) =$$

$$2.7 \left[ 0.5^2 \cos^{-1} \left( \frac{0.5-.4}{0.5} \right) - (0.5-0.4) \sqrt{2(0.5)(.4) - (0.4)^2} \right] = 0.792 m^3$$

Volumen del líquido en las tapas por medio de la fórmula (10)

$$V \text{ de una tapa} = 0.215 H^2(3R-H) \text{ m}^3 = 0.215(0.4)^2(3(0.5) - 0.4) = 0.03784 \text{ m}^3$$

$$\text{Volumen total} = 0.792 + 2(0.03784) = 0.86768 \text{ m}^3$$

También podía haberse calculado mediante las tablas

Volumen total del tanque cilíndrico

$$V = \frac{\pi}{4} (1)^2 (2.7) = 2.1195 \text{ m}^3$$


---

$$\frac{H}{D} = \frac{40}{100} = 0.4$$

Por ciento de llenado según la tabla 1 = 37.353%

Volumen parcialmente ocupado por el líquido en el cilindro sin las tapas = 0.7916 m<sup>3</sup>

De la fórmula (9) Volumen de las dos tapas llenas = 0.513(0.4)(1)<sup>2</sup> = 0.2052 m<sup>3</sup>

H/D = 0.4 de la tabla 2 la fracción de volumen lleno es de 0.352

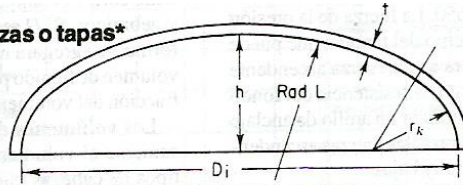
Volumen de líquido que llena las tapas = 0.2072 (0.352) = 0.0722 m<sup>3</sup>

Por lo tanto, el volumen final será = 0.7916 + 0.0722 = 0.8638 m<sup>3</sup>

---

Como se ve los volúmenes de las cabezas se deben calcular por separado y sumarse al volumen de la porción cilíndrica del tanque. Los cuatro tipos de cabezas que se utilizan con más frecuencia son la cabeza cóncava estándar, la cabeza ASME o toriesférica, la elipsoidal y la hemiesférica. Se pueden calcular los volúmenes mediante las fórmulas que aparecen en la tabla 3. En esas fórmulas se deben utilizar unidades congruentes.

**TABLA 6-51 Volúmenes de cabezas o tapas\***



Tipo de cabeza	Radio de articulación $r_k$	$h$	$L$	Volumen	% Error	Observaciones
De platos estándar	Aprox. $3t$	.....	Aprox. $D_i$	Aprox. $0.050D_i^3 + 1.65tD_i^2$	$\pm 10$	$h$ varía con $t$
Toriférica o A.S.M.E.	$0.06L$	.....	$D_i$	$0.0809D_i^3$	$\pm 0.1$	} $r_k$ debe ser el valor mayor de $0.06L$ y $3t$
Toriférica o A.S.M.E.	$3t$	.....	$D_i$	Aprox. $0.513hD_i^2$	$\pm 8$	
Elipsoidal	.....	.....	.....	$\pi D_i^2 h / 6$	0	Proporciones estándar
Elipsoidal	.....	$D_i/4$	.....	$\pi D_i^3 / 24$	0	
Hemisférica	.....	$D_i/2$	$D_i/2$	$\pi D_i^3 / 12$	0	Cono truncado $h$ = altura $d$ = diámetro en el extremo pequeño
Cónica	.....	.....	.....	$\pi h(D_i^2 + D_i d + d^2) / 12$	0	

\*Utilícense unidades congruentes.

Tabla 3.- Volúmenes de cabezas o tapas. Fuente Perry –Manual del Ingeniero Químico.-Sexta edición.-México-2001

Volúmenes de un recipiente cónico a medio llenar.

Los tanques cónicos son menos comunes en la industria química, aunque se utilizan bastante para el almacenamiento de granos.

Es posible encontrarlos en forma de que el radio superior sea el más pequeño o al contrario tal y como se muestra en la figura siguiente:

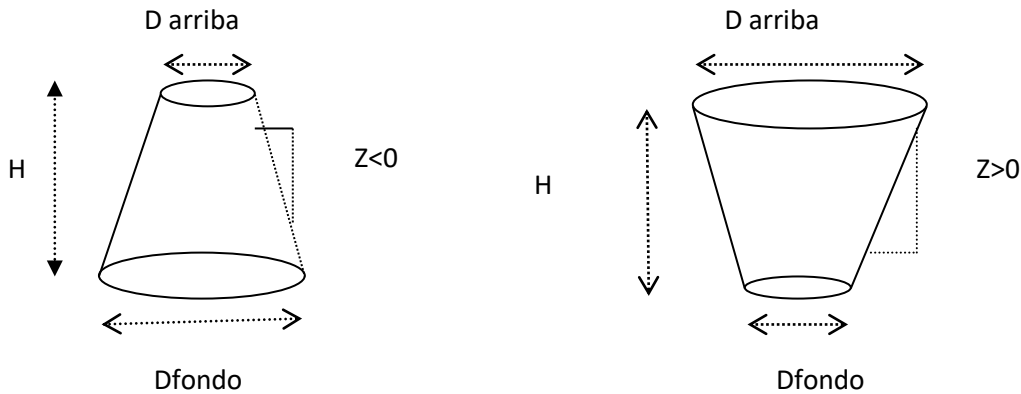


Fig.- 16.-Tanques cónicos.

Volumen de líquido en el cono

$$V = \frac{\pi H}{12} (D_{fondo}^2 + D_{fondo} \times D_{arriba} + D_{arriba}^2)$$

$$Z = \frac{1}{2H} (D_{arriba} - D_{fondo})$$

$$Z < 0 \quad \text{si} \quad D_{arriba} < D_{fondo}$$

$$Z > 0 \quad \text{si} \quad D_{arriba} > D_{fondo}$$

### Volumen en una esfera parcialmente llena de líquido

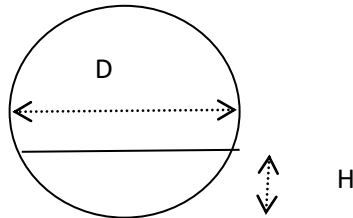


Fig. 17.- Esfera

$$\text{Volumen total de la esfera} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{1}{6} \pi D^3$$

$$\text{Volumen parcialmente lleno} = \frac{\pi}{3} H^2 (1.5D - H)$$

#### **Ejemplo 3.16**

Sea una esfera de 2.5 m de diámetro llena hasta una altura de 0.5 m con líquido.  
¿Cuál será el volumen de líquido contenido en la esfera?

$$\text{Volumen total de la esfera} = \frac{1}{6} \pi (2.5)^3 = 3.725 m^3$$

$$\text{Volumen del líquido contenido en la esfera} = \frac{\pi}{3} (0.5)^2 (1.5 \times 2.5 - 0.5) = 0.8508 m^3$$

El tanque está lleno en un 22.8%

### Masa contenida en un tanque

Si se tiene el volumen es, relativamente, fácil obtener la masa contenida en el recipiente; bastará conocer la densidad del líquido contenido en tanque. Sin embargo la densidad de un líquido es función de la temperatura, por lo que deberá saberse la temperatura a la cual se encuentra el líquido para poder calcular la densidad.

Es muy usual el empleo de la densidad relativa que en el líquido es igual a:

$$\rho_R = \frac{\rho_{\text{líquido}}}{\rho_{\text{agua}}}$$

Como la densidad de los líquidos es función de la temperatura es necesario que la densidad relativa contenga las temperaturas a las que se toma la densidad del líquido y del agua. Por regla general la densidad base para el agua es la que tiene esta a 4 °C o sea la densidad de 1 kg / litro.

La densidad de los líquidos se obtiene, generalmente, mediante densímetros que pueden emplear diferentes escalas tales como la Baumé, la API , Brix, etc.

### Algunos dato sobre tanques

Las temperaturas de diseño están entre -30°C a 345°C. Las presiones de diseño son de 10% sobre la máxima presión de operación. Para operaciones al vacío las presiones de diseño son de 15 psi.

Los espesores mínimos para mantener la estructura de los tanques son:

6.4 mm para 1 m o menos de diámetro.

8.1 mm para tanques que van de 1m a 1.5 de diámetro o menos.

9.7 mm para diámetros mayores de 1.5 m.

Para los tanques de depósito que tienen 4m<sup>3</sup> se usan tanques verticales sobre piernas.

Los tanques de depósito deben diseñarse para contener 1.5 veces la capacidad de los tanques de operación.

## Ejercicios de autoevaluación

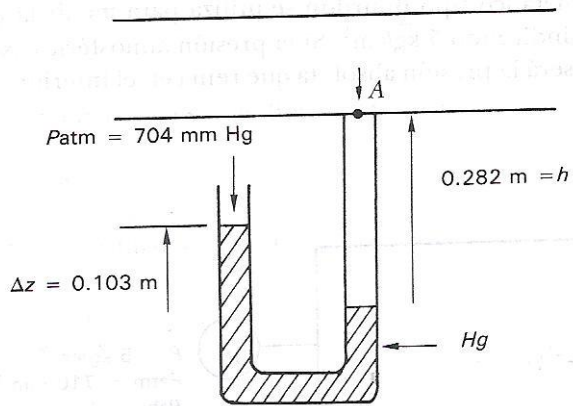
**1.**-Un densímetro pesa 11 g y el área de la sección recta de su vástago es de  $0.16 \text{ cm}^2$  ¿Cuál es la diferencia de alturas sumergidas en dos líquidos de densidades relativas 1.25 y 0.9 respectivamente?

R.- La diferencia de alturas es de 0.2138 m, o sea de casi 22 cm.

**2.**-Un manómetro tipo Bourdon se utiliza para medir la presión de un recipiente indicando  $5 \text{ kg/cm}^2$ . Si la presión atmosférica es de 710 mm de Hg. ¿Cuál será la presión absoluta que reina en el interior del recipiente?

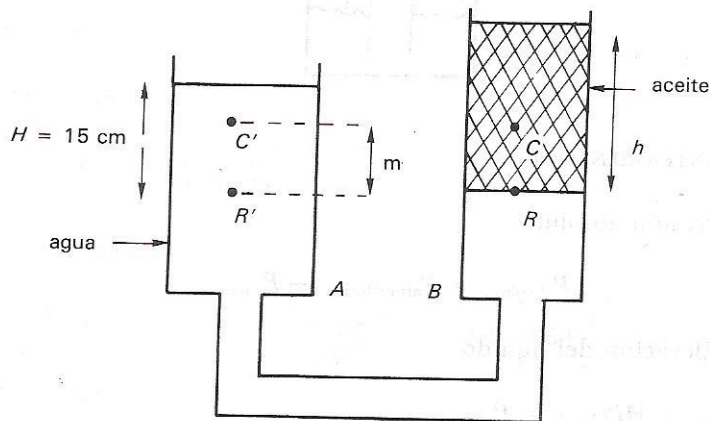
R.- La presión absoluta es de  $5.965 \text{ kg/cm}^2$

3.- La presión estática correspondiente a un fluido que se desplaza por un tubo se mide con un manómetro como el que se muestra. Si la densidad del aceite es de  $860 \text{ kg/m}^3$ , ¿Cuál será la presión estática en el punto A?



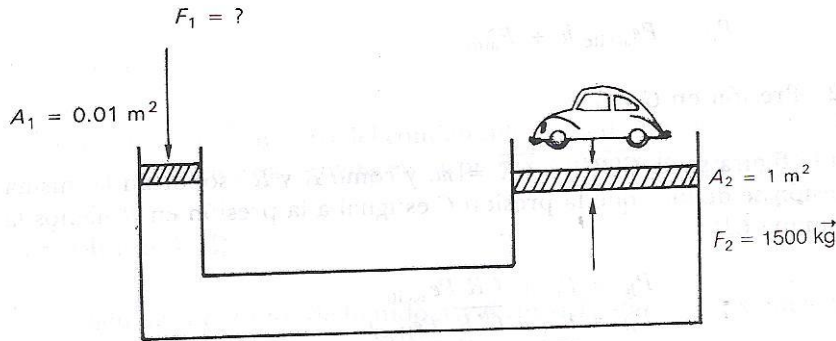
R.- La presión estática es de  $10729.8 \text{ kg/m}^2$  o de  $1.0729 \text{ kg/cm}^2$ .

4.- Se tienen dos depósitos de líquidos A y B comunicados entre sí mediante un tubo, como se aprecia en la figura. La base de A es de  $75 \text{ cm}^2$  y la de B de  $30 \text{ cm}^2$ . La densidad relativa del aceite es de 0.8. ¿Cuántos kilogramos de aceite hay que poner en el depósito B para que las diferencias de nivel entre el agua de las dos ramas sean de  $15 \text{ cm}$ ? ¿Qué punto soporta más presión, C o C'?



R.- Se requieren  $0.45 \text{ kg}$  de aceite. La presión en C es mayor que en C'.

5.- Con una prensa hidráulica se desea elevar un automóvil que pesa 1500 kg. Determine la fuerza que se necesita aplicar en la sección de  $0.01\text{m}^2$  para que en la sección de  $1\text{m}^2$  se eleve el automóvil.

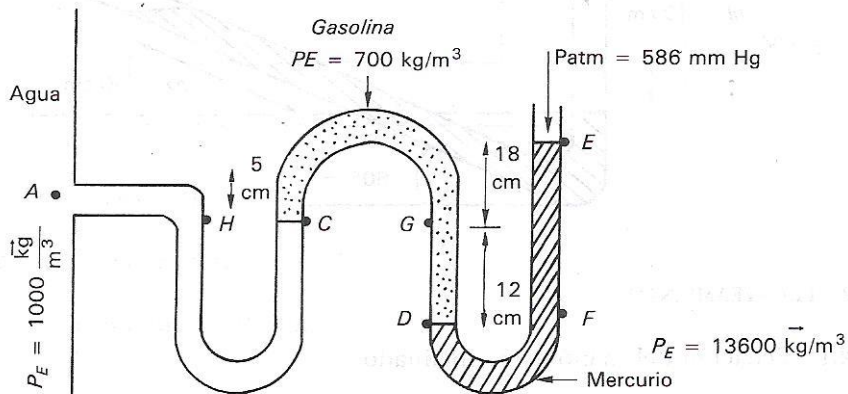


R.- Se requiere aplicar una fuerza de 15 kg.

6.-Una esfera de cobre de  $60\text{ cm}^3$  de volumen se introduce en el agua. ¿Cuál es el empuje ascendente que recibe? Si la esfera es hueca y pesa 60 g, ¿flotará o se irá al fondo?

R.-El empuje ascendente es de 60 g. La esfera quedará en cualquier lugar que se la ponga.

7.-Encontrar la presión en A.



R.- La presión en A es de  $1.913\text{ kg / cm}^2$ .

8.-Determine la presión relativa y absoluta en el fondo de un recipiente abierto a la atmósfera: a) si está lleno de agua, b) si está lleno de gasolina de densidad 700.0



kg / m<sup>3</sup>. La profundidad del líquido en el recipiente es de 4 m. La presión atmosférica es de 1 atm.

R.-En el recipiente lleno de agua, la presión relativa es de 0.4 atm y la absoluta de 1.4 atm. En el recipiente lleno de gasolina la presión relativa es de 0.275 atm y la absoluta de 1.275 atm.

9.- ¿Cuál es el volumen de octano que contiene un tanque cilíndrico horizontal de tapas planas y de 5 metros de largo y 2 m de diámetro el cual está lleno de líquido hasta una altura de 1.5 m.? ¿Qué masa de octano contiene si la temperatura es de 35 ° C?

R.-El volumen de octano es de 12.63 m<sup>3</sup>, la masa de octano de 8879 kg.

10.- Un tanque cilíndrico horizontal está lleno de líquido hasta una altura de 1.0668 m. Si el tanque es de tapas planas y tiene una longitud de 10.668 m y un diámetro de 3.048 m. ¿Qué porcentaje del tanque está lleno de líquido?

R.- El tanque está lleno de líquido en un

31.2 %

11.-Un densímetro pesa 11 g y el área de la sección recta de su vástago es de 0.16 cm<sup>2</sup> ¿Cuál es la diferencia de alturas sumergidas en dos líquidos de densidades relativas 1.25 y 0.9 respectivamente?

R.-la diferencia de alturas es de 22 cm.