

## Capítulo 5

### Bernoulli

## Ecuaciones de flujo de masa y de energía

Para clasificar a los materiales que se encuentran en la naturaleza se pueden utilizar diversos criterios. Desde el punto de vista de la ingeniería, uno de los más interesantes lo constituye aquel que considera el comportamiento de los elementos frente a situaciones especiales. De acuerdo a ello se definen los estados básicos de sólido, plástico, fluidos y plasma. De aquí la de definición que nos interesa es la de fluidos, la cual se clasifica en líquidos y gases.

La clasificación de fluidos mencionada depende fundamentalmente del estado y no del material en sí. De esta forma lo que define al fluido es su comportamiento y no su composición. Entre las propiedades que diferencian el estado de la materia, la que permite una mejor clasificación sobre el punto de vista mecánico es la que dice la relación con la forma en que reacciona el material cuando se le aplica una fuerza.

Los fluidos reaccionan de una manera característica a las fuerzas. Si se compara lo que ocurre a un sólido y a un fluido cuando son sometidos a un esfuerzo de corte o tangencial se tienen reacciones características que se pueden verificar experimentalmente y que permiten diferenciarlos.

Con base al comportamiento que desarrollan los fluidos se definen de la siguiente manera: "Fluido es una sustancia que se deforma continuamente, o sea se escurre, cuando está sometido a un esfuerzo de corte o tangencial". De esta definición se desprende que un fluido en reposo no soporta ningún esfuerzo de corte.

Un **fluido** es pues, una sustancia o medio continuo que se deforma continuamente en el tiempo ante la aplicación de una sollicitación o tensión tangencial sin importar la magnitud de ésta.

La parte de la física que se ocupa de la acción de los fluidos en reposo o en movimiento, así como de las aplicaciones y mecanismos de ingeniería que utilizan fluidos se llama **Mecánica de fluidos**. La mecánica de fluidos es fundamental en campos tan diversos como la aeronáutica, la ingeniería química, civil e industrial, la meteorología, las construcciones navales y la oceanografía.

La mecánica de fluidos puede subdividirse en dos campos principales: la estática de fluidos, o hidrostática, que se ocupa de los fluidos en reposo, y la dinámica de fluidos, que trata de los fluidos en movimiento. El término de hidrodinámica se aplica al flujo de líquidos o al flujo de los gases a baja velocidad, en el que puede considerarse que el gas es esencialmente incompresible. La aerodinámica, o dinámica de gases, se ocupa del comportamiento de los gases cuando los cambios de velocidad y presión son lo suficientemente grandes para que sea necesario incluir los efectos de la compresibilidad.

Entre las aplicaciones de la mecánica de fluidos están la propulsión a chorro, las turbinas, los compresores y las bombas. La hidráulica estudia la utilización en ingeniería de la presión del agua o del aceite.

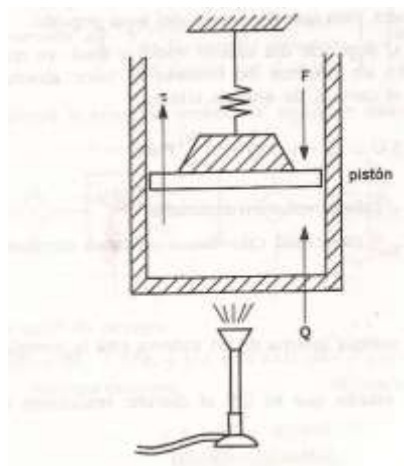
Los principios básicos del movimiento de los fluidos se desarrollaron lentamente a través de los siglos XVI al XIX como resultado del trabajo de muchos científicos como Da Vinci, Galileo, Torricelli, Pascal, Bernoulli, Euler, Navier, Stokes, Kelvin, Reynolds y otros que hicieron interesantes aportes teóricos a lo que se denomina hidrodinámica. También en el campo de hidráulica experimental hicieron importantes contribuciones Chezy, Ventura, Hagen, Manning, Pouseuille, Darcy, Froude y otros, fundamentalmente durante el siglo XIX. Hacia finales del siglo XIX la hidrodinámica y la hidráulica experimental presentaban una cierta rivalidad. Por una parte, la hidrodinámica clásica aplicaba con rigurosidad principios matemáticos para modelar el comportamiento de los fluidos, para lo cual debía recurrir a simplificar las propiedades de estos. Así se hablaba de un fluido real. Esto hizo que los resultados no fueran siempre aplicables a casos reales. Por otra parte, la hidráulica experimental acumulaba antecedentes sobre el comportamiento de fluidos reales sin dar importancia a la formulación de una teoría rigurosa.

La Mecánica de Fluidos moderna aparece a principios del siglo XX como un esfuerzo para unir estas dos tendencias: experimental y científica. Generalmente se reconoce como fundador de la mecánica de fluidos modela al alemán L. Prandtl (1875-1953). Esta es una ciencia relativamente joven a la cual aun hoy se están haciendo importantes contribuciones.

Los fluidos, como todos los materiales, tienen propiedades físicas que permiten caracterizar y cuantificar su comportamiento así como distinguirlos de otros. Algunas de estas propiedades son exclusivas de los fluidos y otras son típicas de todas las sustancias. Características como la viscosidad, tensión superficial y presión de vapor solo se pueden definir en los líquidos y gases. Sin embargo la densidad, el peso específico y la densidad relativa o (gravedad específica) son atributos de cualquier materia.

## Balance de energía

Gran número de procesos se llevan a cabo mediante sistemas en los que la materia fluye, pero hay ejemplos importantes, como en reactores por lotes, autoclaves y otros semejantes, en los que no hay flujo de masa. En esos sistemas:



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{energía} \\ \text{entrante} \\ \text{al sistema} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Aumento o} \\ \text{disminución} \\ \text{de la energía} \\ \text{almacenada} \\ \text{dentro del sistema} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Energía} \\ \text{saliente} \\ \text{del sistema} \end{array} \right\}$$

O también:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Energía} \\ \text{inicial} \\ \text{almacenada} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{Energía} \\ \text{entrante} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{c} \text{Energía} \\ \text{saliente} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Energía} \\ \text{final} \\ \text{almacenada} \end{array} \right\}$$

$$U_1 + Q - \tau = U_2$$

$$\Delta U = Q - \tau$$

La ecuación anterior recibe el nombre de primera Ley de la termodinámica.

En las convenciones primitivas, Q (calor) era positivo si se agregaba al sistema y  $\zeta$  (trabajo) era negativo si se añadía al sistema. El trabajo y el calor no son funciones de estado, sino que dependen del paso seguido. La energía interna U depende del estado inicial y del estado final. En un proceso no interesa el valor absoluto de la energía interna U, sino el cambio de la misma,  $\Delta U$ .

Relacionada con la energía interna de un sistema está la energía llamada entalpía. Es también una función de estado que es muy útil al tratarse proceso a presión constante.

$$H = U + P V$$

Si se trabaja a presión constante

$$\Delta H = Q_p = C_p \Delta T$$

O sea, el cambio de entalpía es igual al calor absorbido sólo cuando el proceso se lleva a cabo a presión constante. En un proceso a presión constante, en el cual se desprende calor, el  $\Delta H$  es negativo; eso significa que el estado final del sistema tiene menor energía que el estado inicial. Si el  $\Delta H$  es negativo, el proceso es exotérmico; si es positivo es endotérmico.

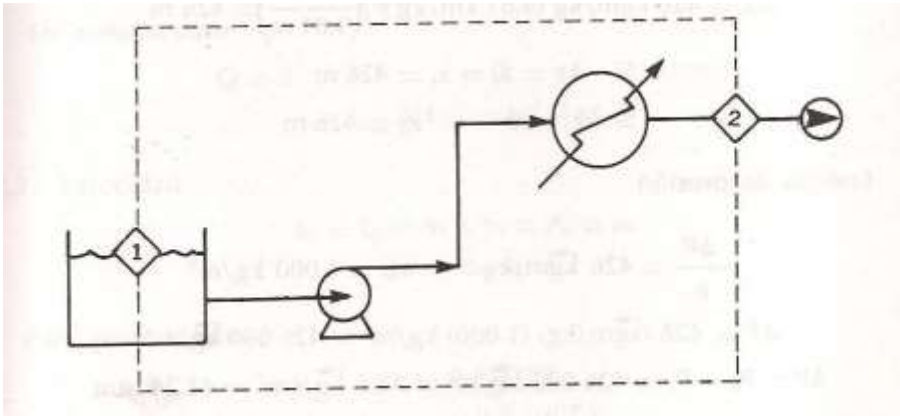
### **Balance de energía en sistemas abiertos**

En estos sistemas debemos tomar en cuenta las transferencias de energía a través de los límites del sistema que no están asociadas con la masa, pero también deben considerarse las energías asociadas con la masa que fluye por el sistema como son las energías cinéticas, potenciales, de presión, etc.

La ecuación general es:

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Energía} \\ \text{entrante} \\ \text{al sistema} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Aumento o disminución} \\ \text{de la energía almacenada} \\ \text{dentro del sistema} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{c} \text{Energía saliente} \\ \text{del} \\ \text{sistema} \end{array} \right\}$$

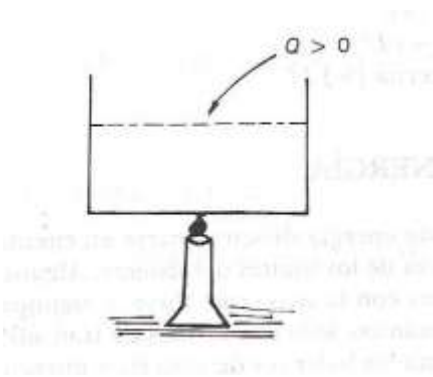
Si aplicamos la ecuación anterior al sistema de flujo siguiente tendremos que:



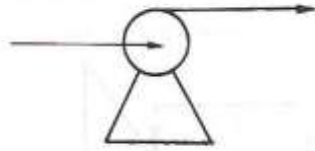
$$M_1\{EP_1 + EC_1 + EPe_1 + U_1\} + Q = M_2\{EP_2 + EC_2 + EPe_2 + U_2\} + \tau + \frac{d(U\rho V)}{d\theta}$$

En donde:

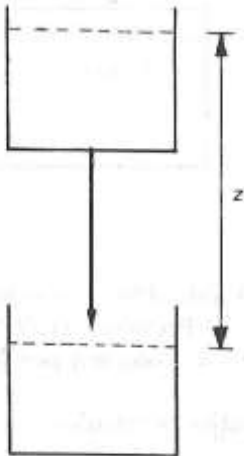
$Q$  = calor neto = calor entrante - calor saliente. Se usa el término de calor para referirse a la energía en tránsito, de un cuerpo a otro, debido a una diferencia de temperatura entre dos cuerpos. Se acostumbra decir que cuando el sistema recibe calor de los alrededores el signo del calor es positivo y en caso contrario negativo.



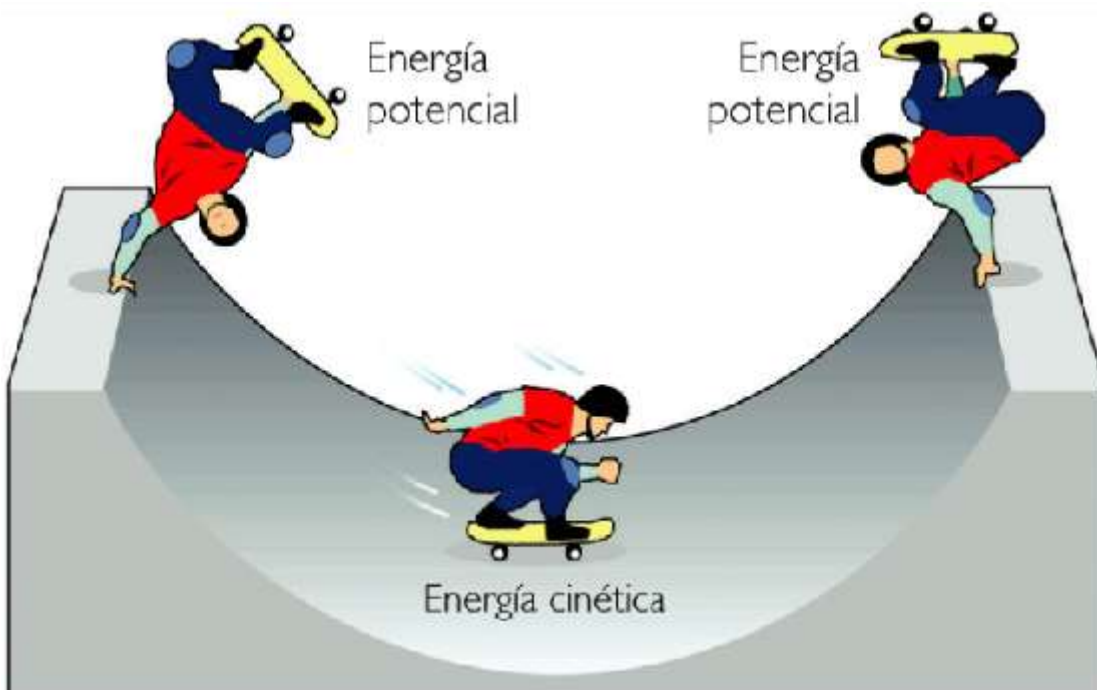
$\tau$  = trabajo neto = trabajo entrante - trabajo saliente. (joules). El trabajo es la energía mecánica que se introduce a un sistema por medio de una bomba, un compresor o un ventilador, o que se elimina de un sistema por medio de una turbina. Cuando el sistema recibe trabajo de los alrededores el signo del trabajo es negativo; en caso contrario, el signo es positivo.



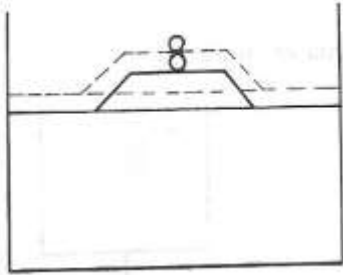
EP, energía potencial; Es la energía que tiene un cuerpo en virtud de la posición que guarda.



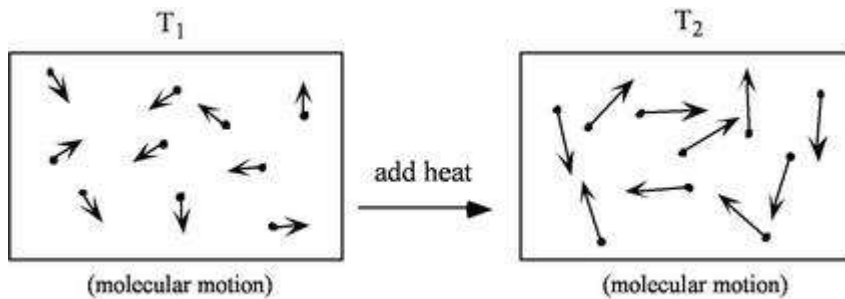
EC, energía cinética. Es la energía debida a la velocidad con la que se desplaza un cuerpo.



EPe, energía de presión, es la parte de la energía interna de un cuerpo que puede hacer trabajo o también aquella energía que tiene un fluido debido a la presión a que se encuentra.



U energía interna. Es la suma de las energías de toda la masa de un sistema; en general es función de la temperatura, la presión y el estado físico del sistema.



M es la masa entrante o saliente del sistema. En general en ingeniería química en vez de emplear masa se emplea el concepto de flujo másico (kg /s), flujo molar (kg mol /s) o caudal (m<sup>3</sup>/s).

El término  $\frac{d(U\rho V)}{d\theta}$  representa la acumulación dentro del sistema en donde:  $\rho$  densidad, V volumen,  $\theta$  tiempo

En el caso en de que  $M_1$  (kilogramos / segundo) sea igual a  $M_2$  tendremos que:

$$\{EP_1 + EC_1 + EPe_1 + U_1\} + Q = \{EP_2 + EC_2 + EPe_2 + U_2\} + \mathcal{P} + \frac{d(U\rho V)}{d\theta}$$

En donde P es la potencia o sea (Joules/seg o Watts)

Si no existe acumulación dentro del sistema (régimen permanente) tendremos que:

$$\{EP_1 + EC_1 + EPe_1 + U_1\} + Q = \{EP_2 + EC_2 + EPe_2 + U_2\} + \mathcal{P}$$

EP, energía potencial; EC, energía cinética; EPe, energía de presión; U energía interna, M masa,  $\rho$  densidad, V volumen,  $\theta$  tiempo

$$(EP_2 - EP_1) + (EC_2 - EC_1) + (EPE_2 - EPE_1) + (U_2 - U_1) = Q - \mathcal{P}$$

Sabiendo que  $H=U +P V$  y que  $PV = EPe$

Entonces

$$(EP_2 - EP_1) + (EC_2 - EC_1) + (H_2 - H_1) = Q - \mathcal{P}$$

$$\text{O} \quad \Delta EP + \Delta EC + \Delta H = Q - \mathcal{P}$$

En donde la variación de la energía potencial está dada por:

$$\Delta EP = (Z_2 - Z_1)gM$$

La variación de la energía cinética es:

$$\Delta EC = \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2)M$$

Y el cambio de entalpia es  $\Delta H = (H_2 - H_1)$

En la ecuación anterior hay términos que son muy grandes comparados con otros. En general el término de calor, y el de entalpia son mucho mayores que los de energía cinética, potencial y de presión.

### Ejemplo.- 1

Se tiene un kg de agua a 15 ° C ¿Cuánta energía se necesita transferir para que ese kilogramo aumente su temperatura 1 ° C?, ¿Qué cantidad de energía cinética se debería dar? , ¿Qué cantidad de energía potencial sería equivalente?, ¿ cuál de energía de presión?, ¿cuál sería la velocidad que debería darse al agua para que alcanzara esa energía cinética?,¿ a qué altura debería elevarse el agua , ¿a qué presión se debería sujetar?

#### 1.- Planteamiento

De acuerdo con la termodinámica, el calor que debería suministrarse al agua es de 1kcal.Esa misma energía podría transmitirse en forma de cinética, potencial o de presión.

#### 2.-Cálculos.

##### 2.1.- Energía cinética.



La energía cinética que deberíamos suministrar al agua para que recibiera una energía igual a la que se le suministra al llevar la temperatura del agua 1 ° c es:

$$E_c = 1 \text{ kcal} = 1 \text{ kcal} \times \frac{1000 \text{ cal}}{1 \text{ kcal}} \times \frac{4.185 \text{ J}}{1 \text{ cal}} = 4185 \text{ J}$$

$$4185 \text{ J} = 1 \text{ kg} \times \frac{\Delta u^2}{2}$$

Por lo tanto  $\Delta u = 91.48 \text{ m/s}$  ; es decir la energía que recibe el agua al calentarse un grado centígrado es equivalente a la que recibiría si se la llevara de cero a 91.48 m/s o 330 km/h.

### 2.2.- Energía potencial

$$E_p = 4185 \text{ J} = 1 \text{ kg} (9.81) \Delta Z$$

$$\Delta Z = 186 \text{ m}$$

Por lo tanto la energía que recibe el agua al calentarse un grado centígrado es equivalente a la que recibiría el agua si se elevara 186 m.

### 2.3.- Energía de presión

$$E_{pe} = 4185 = 1 \text{ kg} \times \frac{\Delta P}{\rho} = 1 \text{ kg} \times \frac{\Delta P}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}$$

$$\Delta P = 4\,185\,000 \text{ Pa} = 41.4 \text{ atm}$$

Por lo tanto la energía que recibe el agua al calentarse un grado centígrado es equivalente a la que recibiría si se la comprimiera 41.4 atm.

### 3.- Resultados

Para suministrar la misma energía que recibiría un quilogramos de agua si se la calentara de 15 a 16 ° C se debería impulsar el agua a 91.48 m/s, elevarla a 186 m o comprimirla a 41.4 atm.

El ejemplo anterior nos indica claramente que si se quiere medir con precisión el efecto de las energías mecánicas, se debe eliminar de la ecuación los términos de calor y de entalpía. Esto se logra si los balances se efectúan a temperatura constante y si transferencia de calor.

En los casos en que el sistema no sea isotérmico, se puede hacer el balance a una temperatura promedio.

Resumiendo, un tipo de balance de energía más útil para flujo de fluidos es el que considera sólo los efectos de las energías mecánicas. Al hacer un balance de energía mecánica la parte que involucra el cambio de entalpía y el del calor se eliminan (esto se puede hacer si se considera que no hay entrada de calor y si el sistema opera en forma isotérmica).

El razonamiento anterior fue el que dio origen a lo que se conoce como ecuación o teorema de Bernoulli.

### **El teorema de Bernoulli**

A la muerte de Newton, en plena Ilustración, tres brillantes científicos comenzaron a dominar, extender y perfeccionar las herramientas analíticas nuevas y al mismo tiempo explorar su utilidad en el campo de los fluidos. Daniel Bernoulli (1700-1782) y Leonard Euler (1707-1783), formados en la matemáticas por Johann Bernoulli (1667-1748), padre de Daniel Bernoulli, elaboraron una serie de trabajos que junto con los desarrollados por Jean Le Rond d'Alembert (1717-1783) culminan la formulación explícita de los principios generales y las ecuaciones básicas de la mecánica de los fluidos. Sin embargo, a pesar de los conocimientos alcanzados durante el siglo XVIII, los estudiosos se dividieron en dos grupos que se desarrollaron de forma separada, unos los que fundaron la hidrodinámica que consistía en el estudio teórico y matemático de los fluidos perfectos y los que se dedicaron a la hidráulica que fue utilizada para describir el comportamiento real de los fluidos. La falta de comunicación entre los dos grupos de científicos retrasó el desenvolvimiento de la mecánica de los fluidos.

Las contribuciones más importantes de Daniel Bernoulli aparecieron en su libro, *Hydrodynamica* publicado en 1738. En dicho trabajo Daniel Bernoulli indicaba el uso de los manómetros, la teoría cinética de los gases. En su ecuación Bernoulli solo consideraba las energías potencial, cinéticas y de presión y las relaciones que se ejercían entre estas. En ese trabajo se aplica el principio de la conservación de la energía. La versión moderna del teorema de Bernoulli se debe a Euler que estableció que la suma de las energías debe ser constante.



**Bernoulli, Daniel** (1700 - 1782).

Científico holandés que descubrió los principios básicos del comportamiento de los fluidos. Era hijo de Jean Bernoulli y sobrino de Jacques Bernoulli, dos investigadores que hicieron aportaciones importantes al primitivo desarrollo del cálculo.

Desde muy pronto manifestó su interés por las matemáticas. Aunque consiguió un título médico en 1721, fue profesor de matemáticas en la Academia Rusa de San Petersburgo en 1725. Posteriormente dio clases de filosofía experimental, anatomía y botánica en las universidades de Groningen y Basilea, en Suiza.

Bernoulli promovió en Europa la aceptación de la nueva física del científico inglés Isaac Newton. Estudió el flujo de los fluidos y formuló el teorema según el cual la presión ejercida por un fluido es inversamente proporcional a su velocidad de flujo. Utilizó conceptos atomísticos para intentar desarrollar la primera teoría cinética de los gases, explicando su comportamiento bajo condiciones de presión y temperatura cambiantes en términos de probabilidad. Sin embargo, este trabajo no tuvo gran repercusión en su época. Bernoulli murió el 17 de marzo de 1782 en Basilea.

En general, el teorema de Bernoulli implica una relación entre los efectos de la presión, la velocidad y la gravedad y es una forma particular de la ecuación general de la conservación de la energía. Los efectos que se derivan a partir de la ecuación de Bernoulli eran conocidos por los experimentales antes de que Daniel Bernoulli formulase su ecuación, de hecho, el reto estaba en encontrar la ley que diese cuenta de todos estos acontecimientos. En su obra *Hydrodynamica* encontró la ley que explicaba los fenómenos a partir de la conservación de la energía (hay que hacer notar la similitud entre la forma de la ley de Bernoulli y la conservación de la energía).

Posteriormente Euler dedujo la ecuación para un líquido sin viscosidad con toda generalidad (con la única suposición de que la viscosidad era despreciable), de la que surge naturalmente la ecuación de Bernoulli cuando se considera el caso estacionario sometido al campo gravitatorio.

El principio de Bernoulli, también denominado ecuación de Bernoulli o Trinomio de Bernoulli, describe el comportamiento de un fluido moviéndose a lo largo de una línea de corriente. Fue expuesto por Daniel Bernoulli en su obra *Hidrodinámica* (1738) y expresa que en un fluido ideal (sin viscosidad ni rozamiento) en régimen de circulación por un conducto cerrado, la energía que posee el fluido permanece constante a lo largo de su recorrido. La energía de un fluido en cualquier momento consta de tres componentes:

1. Cinética: es la energía debida a la velocidad que posea el fluido.
2. Potencial gravitacional: es la energía debido a la altitud que un fluido posea.
3. Energía de flujo: es la energía que un fluido contiene debido a la presión que posee.

Así el principio de Bernoulli puede ser visto como otra forma de la ley de la conservación de la energía, es decir, en una línea de corriente cada tipo de energía puede subir o disminuir en virtud de la disminución o el aumento de las otras dos. Si la ecuación de Bernoulli es un balance de energía mecánica a temperatura constante entonces:

$$(EP_2 - EP_1) + (EC_2 - EC_1) + (EPE_2 - EPE_1) = -\mathcal{P}$$

En forma expandida quedaría como:

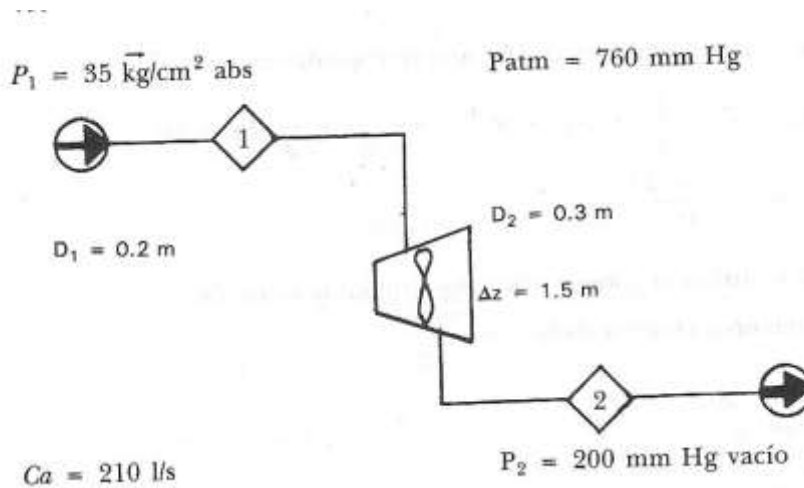
$$(Z_2 - Z_1)g + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \int_{P_1}^{P_2} V dP = -\mathcal{P}/M$$

Esta ecuación permite explicar muchos fenómenos.

En esta ecuación no se presentan los efectos de la fricción, ya que en ese entonces con los instrumentos que se tenían a la mano era imposible apreciarla y cuantificarla. En la ecuación anterior todos los términos tienen las unidades de energía por unidad de masa J /kg, kg fuerza m / kg mas, ft lb fuerza / lb mas, etc.

## Ejemplo.- 2

Calcule despreciando las pérdidas por fricción la potencia que desarrolla la turbina hidráulica de la figura siguiente:



### 1.- Planteamiento

#### 1.1.- Bernoulli.

$$\Delta z g + \frac{\Delta u^2}{2} + \frac{\Delta P}{\rho} = -\frac{\tau}{M} - \frac{\Sigma F}{M}$$

$$u = \frac{Ca}{A}$$

### 2.-Cálculos.

#### 2.1.- Velocidades y energía cinética.

$$u_1 = \frac{4 \times 0.21 \frac{m^2}{s}}{\pi(0.2)^2} = 6.684 \frac{m}{s}$$

$$u_2 = 6.684 \left( \frac{0.2}{0.3} \right)^2 = 2.97 \frac{m}{s}$$

$$\frac{\Delta u^2}{2} = \frac{(2.97)^2 - (6.684)^2}{2} = -17.92 \frac{J}{kg}$$

2.2.- Energía potencial

$$\Delta z g = -1.5 \times 9.81 = -14.71 \frac{J}{kg}$$

2.3.-Energía de presión

$$P_2 = 760 - 200 = 560 \text{ mm de Hg} = 74421 Pa$$

$$P_1 = 35 \frac{\overrightarrow{kg}}{cm^2} \times \frac{(100)^2}{1m^2} cm^2 \times \frac{9.81N}{kg} = 3433500 Pa$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = 74421 - 3433500 = -3359079 Pa$$

$$\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{-3359079}{1000} = -3359.079 \frac{J}{kg}$$

2.4.- Bernoulli

$$-17.92 - 14.71 - 3359.079 = -\frac{\tau}{M}$$

$$\frac{\tau}{M} = 3391.709 \frac{J}{kg}$$

El signo positivo indica que se está produciendo trabajo.

2.5.-Potencia

$$P = 210 \frac{kg}{s} \times 3391.079 \frac{J}{kg} = 712\,258.89 W$$

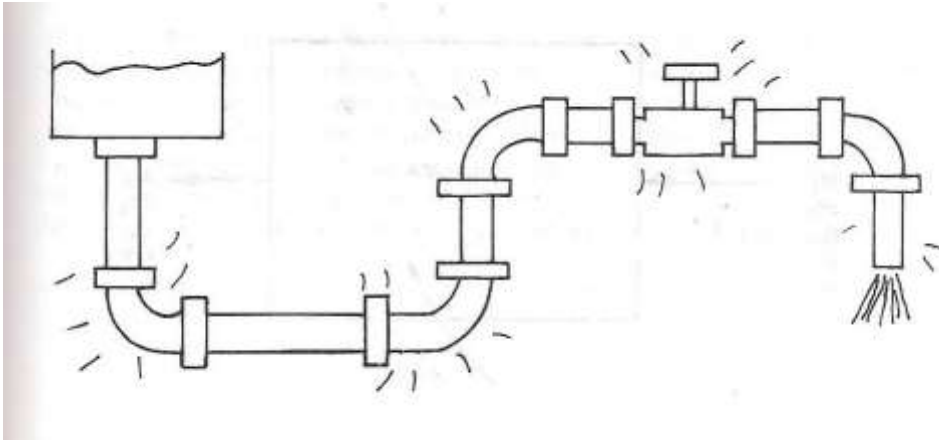
$$P = 712\,258.89 W \times \frac{HP}{745 W} = 956 HP$$

3.- Resultado

La potencia será de 956 H.P.

### Fricción

La fricción se presenta cuando se trata con fluidos reales, ya que al desplazarse estos se producen fuerzas friccionantes entre las capas del fluidos que representan pérdidas de energía. También se presentan pérdidas de fricción por el rozamiento que sufre el fluido al deslizarse por las diferentes partes de un conducto.



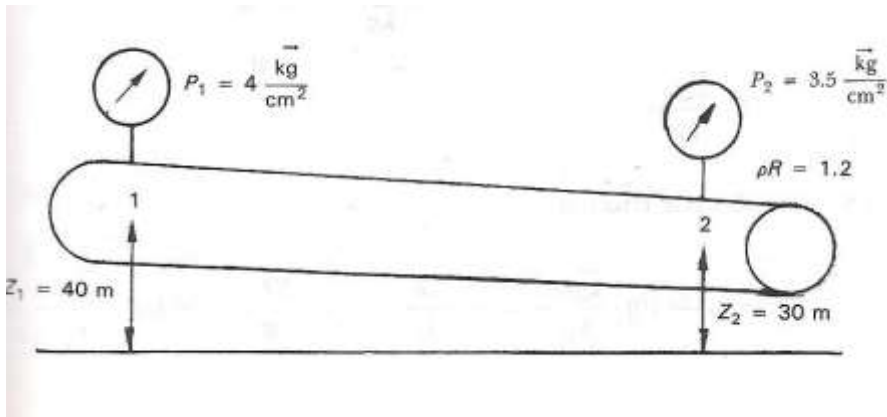
El término que representa las pérdidas de fricción es:  $\frac{\sum F}{M}$ , el cual se debe colocar en la ecuación de Bernoulli para evaluar las pérdidas totales.

$$(Z_2 - Z_1)g + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \int_{P_1}^{P_2} v dP = -\left(\frac{\sum F + \mathcal{P}}{M}\right)$$

En general los términos de energía potencial, cinética y de presión son fáciles de evaluar. El problema mayor reside en la evaluación de las pérdidas por fricción. La evaluación de ese término requirió el esfuerzo de muchos investigadores e ingenieros durante el siglo XIX y XX.

### **Ejemplo 3**

¿Cuál es la pérdida de fricción debida al flujo entre el punto 1 y el 2 en el sistema mostrado? La densidad relativa del fluido es de 1.2.



## 1.- Planteamiento

### 1.1.- Bernoulli.

$$\Delta z g + \frac{\Delta u^2}{2} + \frac{\Delta P}{\rho} = -\frac{\tau}{M} - \frac{\Sigma F}{M}$$

En este caso  $u_1 = u_2$  y no hay trabajo, por lo tanto

$$\Delta z g + \frac{\Delta P}{\rho} = -\frac{\Sigma F}{M}$$

## 2.- Cálculos

### 2.1.- Energía de presión

$$\frac{\Delta P}{\rho} = (3.5 - 4) \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \times \frac{10\,000 \text{ cm}^2}{1 \text{ m}^2} \times \frac{9.1 \text{ N}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{1200 \text{ kg}} = -40.87 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

### 2.2.- Energía potencial

$$\Delta Z g = (30 - 40) \text{ m} \times 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = -98.1 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

### 2.3.- Pérdidas por fricción

$$\frac{\Sigma F}{M} = 138.97 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

## 3.- Resultado

Las pérdidas por fricción son equivalentes a 138.97 J / kg.

## Ejercicios de autoevaluación

1.- Por una turbina hidráulica circula un caudal de tres metros cúbicos por segundo. A la entrada de la turbina la tubería tiene un diámetro de 1 metro y un manómetro indica la presión de 3.5 atm. A la salida la tubería es de 1.5 m de diámetro y un vacuómetro indica una presión de 150 mm de Hg. La salida de la turbina se encuentra 5 m más baja que la entrada. Las pérdidas por rozamiento es de 10 kgm /kg. Calcule la potencia suministrada por la turbina.

R.-Se producen 1305 C.V.

2.- Por una tubería horizontal se introduce un gas a una presión de 3.4 atm y a 100 ° C, siendo su velocidad de entrada de 3 m /s. En otro punto de la tubería la presión es de 0.136 atm. ¿Cuál será la temperatura y la velocidad del gas en ese punto, si no se adiciona calor? Dato el Cp del gas es de 0.46 kcal /kg ° C.

R.- La temperatura es de 98.5 ° C y la velocidad de 74.7 m /s.

3.-Una bomba con una potencia de 5 C.V. aumenta la presión de una corriente líquida que tiene una densidad de 1.2. La presión inicial de la corriente, antes de entrar a la bomba es de 585 mm de Hg. El gasto del líquido es de 600 L / minuto. Calcule la presión de descarga de la bomba en kg / cm<sup>2</sup>, considerando que la bomba tiene una eficiencia del 100 %. El diámetro de entrada de la bomba es igual al de la salida.

R.- La presión de descarga es de 4.54 kg/cm<sup>2</sup>.

4.-Una bomba lleva una solución de densidad relativa 1.84 desde un tanque a otro a través de una tubería de diámetro interno igual a 5 cm, a razón de 492 L / min. El motor de la bomba es de 5 HP y 65 % de esta potencia se utiliza en el bombeo. El final de la línea de descarga está a 15 m por arriba del tanque de almacenamiento. Calcule las pérdidas por fricción y la presión que debe desarrollar la bomba si la toma de entrada es de 7.5 cm de diámetro.



R.- Las pérdidas por fricción son de  $0.4675 \text{ km} / \text{kg}$ . El incremento de presión debido a la bomba es de  $2.87 \text{ kg} / \text{cm}^2$ .

5.-El agua fluye a razón de  $6 \text{ m} / \text{s}$  por el interior de una tubería aislada cuyo diámetro interno se aumenta súbitamente a  $5 \text{ cm}$ . Calcule el cambio en la velocidad si la tubería pequeña es de  $2.5 \text{ cm}$ . ¿Cuál sería el cambio en la energía cinética?

R.- La velocidad será de  $1.5 \text{ m} / \text{s}$ , el cambio de energía cinética es de  $1.72 \text{ kgm} / \text{kg}$ .