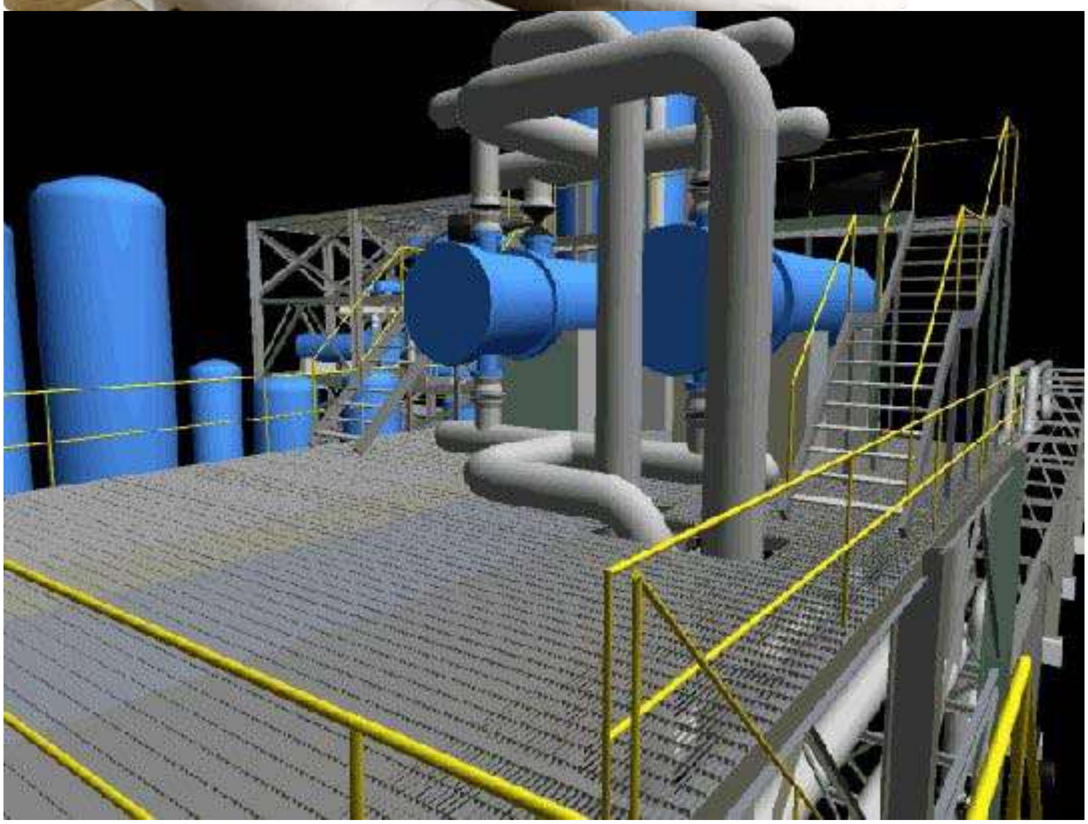


Capítulo 12

Flujo de fluidos compresibles

Flujo de fluidos compresibles

La teoría del flujo de fluidos compresibles y la derivación de las fórmulas básicas están en la mayoría de los textos relacionados con la termodinámica.

La fórmula general para el flujo de gas natural a través de tuberías se puede obtener por varios caminos; el método siguiente parece ser más directo: se considera un tramo de tubería entre dos secciones cualesquiera, que son normales a las paredes del tubo. El flujo entre esas dos secciones requiere cumplir dos condiciones específicas:

1. No se hace trabajo sobre el fluido por medios externos.
2. El flujo es permanente; o sea que el mismo peso de gas pasa por cada sección de la tubería durante un intervalo de tiempo.

Los gases se miden usualmente en términos volumétricos, más que por peso; sin embargo, las relaciones de energía usadas en la obtención de la fórmula fundamental para el flujo de fluidos compresibles se presentan más fácilmente cuando se considera un peso dado de fluido. Posteriormente se introducen los factores de conversión de peso a volumen.

Los gases y los vapores son fluidos compresibles, es decir, que bajo la influencia de la presión cambian apreciablemente su volumen. Por ello cuando un gas fluye por el interior de una tubería al cambiar la presión cambia la densidad y con ello la velocidad.

<u>Balance de materia</u>

Ecuación de la continuidad

Para los gases

$M_1 = M_2$

$A_1 u_1 \rho_1 = A_2 u_2 \rho_2$

Pero $para\, un\, gas\, ideal\, \rho = \frac{P\, PM}{RT}$

Si el área de flujo es contante entonces:

$u_1 = u_2 \frac{P_2}{P_1} \frac{T_1}{T_2}$

<u>Balance de energía</u>

La ecuación general de Bernoulli es:

$$(Z_2 - Z_1)g + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \int_{P_1}^{P_2} VdP = -\left(\frac{\sum F + \mathcal{P}}{M}\right)$$

En donde se encuentran los términos de energía potencial, cinética, de presión, fricción y trabajo.

En el caso de los gases y vapores (fluidos compresibles), el término de energía de presión debe evaluarse para cada caso, ya que el gas o el vapor pueden expandirse o comprimirse de forma isotérmica, adiabática o politrópica. Además durante su trayectoria la velocidad del fluido cambia y con ello la fricción y las pérdidas atribuibles a ella.

Flujo a presión constante y temperatura constante

En el caso de que se tenga el flujo a presión constante o también en que las caídas de presión sean bajas se tiene que:

$$(Z_2 - Z_1)g + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \frac{\Delta P}{\rho} = -\left(\frac{\sum F + \mathcal{P}}{M}\right)$$

Esa ecuación es la que generalmente se aplica en los ductos de acondicionamiento de aire y cuando la diferencia de presiones entre la entrada y la salida $\Delta P<0.1$ de P_1.

Este caso abarca el 95 por ciento de los casos prácticos en la industria.

Ejemplo 1

Se desea mandar aire a 25 ° C y a la presión de 586 mm de Hg hasta una altura de 30 metros por medio de un ducto rectangular de 50 metros de longitud y de 15 por 10 cm, a la velocidad de 10 m /s. Si el ventilador tiene una eficiencia del 45 % ¿Cuál será la potencia necesaria?

1.- Ecuación.

Para este caso:

$$(Z_2 - Z_1)g + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \frac{\Delta P}{\rho} = -\left(\frac{\sum F + \mathcal{P}}{M}\right)$$

Pero en el caso de acondicionamiento de aire

$\Delta P \cong 0$, y $\Delta u = 0$, entonces:

$$(Z_2 - Z_1)g = -\left(\frac{\sum F + \mathcal{P}}{M}\right)$$

2.- Datos.

Viscosidad del aire μ=0.019 cps

Densidad $\rho = \frac{P \times PM}{RT} = \frac{586 \times 29}{760 \times 0.082 \times 298} = 0.91 \frac{kg}{m^3}$

En el caso de ducto no circulares se utiliza el concepto de diámetro equivalente:

$De = 4\, r_H$

En donde r_H es el radio hidráulico.

$$r_H = \frac{\acute{A}rea\ de\ flujo}{Per\acute{i}metro\ mojado}$$

En nuestro caso $r_H = \frac{0.1 \times 0.15}{0.3 + 0.2} = 0.03$ lo tanto De =0.03 X 4 = 0.12 m

3.- Pérdidas por fricción

$$Re = \frac{0.12 \times 10 \times 0.91}{0.019 \times 10^{-3}} = 5.7 \times 10^4$$

Para los tubos de aire acondicionado e/D =0; f_D=0.02

$$\frac{\sum F}{M} = 0.02\,\frac{(10)^2 \times 50}{2 \times 0.12} = 416.6\,\frac{J}{kg}$$

4.- Bernoulli.

$$30 \times 9.81 = -\frac{\tau}{M} - 416.6$$

$$-\frac{\tau}{M} = 710.9\,\frac{J}{kg}$$

M=u (ρ) (A) = 10x0.91X0.015=0.1365 kg /s

$\mathcal{P}_H$= 710.9 x 0.1365= 97.04 W

$\mathcal{P}_B = \frac{97.04}{0.45}$=215 W =0.28 H.P.

Para los casos restantes en los cuales ΔP>0.1 de P_1, la suposición de densidad constante ya no es válida y por lo tanto se tiene que evaluar cuidadosamente el término de la presión.

Para los casos en los que la variación de la presión es poca ΔP< 1 atmósfera. , se usa la densidad media.

$$\rho_{media} = \frac{\rho_1 + \rho_2}{2}$$

Y la ecuación del balance de energía quedaría como:

$$(Z_2 - Z_1)g + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \frac{\Delta P}{\rho\ media} = -\left(\frac{\sum F + \mathcal{P}}{M}\right)$$

Ejemplo2

A través de una línea horizontal de 3 pulgadas Cd.40 fluye nitrógeno a 25 ° c a razón de 0.15 kg/s. Las presiones a la entrada y a la salida de la línea son de 2 y 1.5 atm. ¿Cuáles son las pérdidas por fricción? ¿Cuál es la longitud de la línea?

1.- Ecuación empleada

$$(Z_2 - Z_1)g + \frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \frac{\Delta P}{\rho\ media} = -\left(\frac{\sum F + \mathcal{P}}{M}\right)$$

En nuestro caso ΔZ =0; -$\mathcal{P}$/M =0 por lo tanto

$$\frac{1}{2}(u_2^2 - u_1^2) + \frac{\Delta P}{\rho\ media} = -\left(\frac{\sum F}{M}\right)$$

2.- Cálculos.

2.1.- Densidades.

$\rho_1 = \frac{28 \times 2}{0.082 \times 298} = 2.2917 \frac{kg}{m^3}$

$\rho_2 = \frac{28 \times 1.5}{0.082 \times 298} = 1.7187 \frac{k}{m^3}$

$\rho_{media} = 2 \frac{kg}{m^3}$

3.2.- Velocidades

DI = 0.07793 m; A = 4.7673 X 10^{-3} m^2

$u_1 = \frac{0.15}{2.2917 \times 4.7673 \times 10^{-3}} = 13.729 \frac{m}{s}$

$u_2 = 18.307 \frac{m}{s}$

3.3.- Energía cinética.

$\frac{\Delta u^2}{2gc} = \frac{(18.307)^2 - (13.729)^2}{2 \times 9.81} = 7.475 \frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$

3.4.- Energía de presión.

$\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{2 - 1.5}{2} \times 10333 = 2583.25 \frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$

3.5.- Pérdidas por fricción.

2583.25+18.307=-$\frac{\sum F}{M} = 2601.557 \frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$

3.6.- Longitud de la línea

Viscosidad del nitrógeno μ=0.0175 cps.

$\frac{G}{A} = 31.46 \frac{kg}{s\, m^2}$

Reynolds $Re = \frac{31.46 \times 0.07793}{0.0175 \times 10^{-3}} = 140115$

La rugosidad relativa e/d es de 0.0006, el factor Darcy es f_D=0.02

$$\frac{\sum F}{M} = f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2gc\, D\, \rho_{media}^2} = 0.02 \frac{(31.46)^2 L}{2 \times 9.81 \times 0.07793 \times (2)^2} = 2601.5$$

L = 803,8 m

4.- Las pérdidas por fricción son de 2601.5 kgm /kg y la longitud es de 803.8 m.

La densidad de los gases, considerablemente menor que la de los líquidos hace que los rangos de velocidades que presenten en operaciones industriales sean mucho mayores.

Ecuación general de flujo de fluidos para fluidos incompresibles

Escribiendo la ecuación anterior para una tubería recta y horizontal y sin máquinas tendremos que:

1 2

$$\frac{\Delta u^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = -\frac{\Sigma F}{M} \quad (1)$$

O también

$$\frac{\Delta u^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho} = -f_D \frac{Lu^2}{2D} \quad (2)$$

El problema sigue siendo que para un fluido compresible u, ρ varían tanto con la presión como con la temperatura. Si el proceso fuera isotérmico (T = constante), entonces u, ρ serían sólo función de la presión.

Es costumbre que para resolver los problemas de flujo de fluidos compresibles la ecuación anterior se ponga en forma diferencial.

$$udu + \frac{dp}{\rho} + f_D \frac{u^2}{2D} dL = 0 \quad (3)$$

Para evitar incluir la velocidad (u) y la densidad (ρ) se propone un término constante que las engloba, este término es la masa velocidad:

$$\frac{G}{A} = u\rho = \frac{u}{V} \quad (4)$$

En donde G/A es la masa velocidad $\left(\frac{kg}{s\,m^2}\right)$, u=0 velocidad (m/s), ρ= densidad = kg/m^3, V = volumen específico (m^3/kg).

Por lo tanto: $u = \frac{G}{A\rho} = \frac{G}{A}V$ y por lo tanto $du = \frac{G}{A}dV$

Colocando esto en la ecuación anterior:

$$\frac{G}{A}V\left(\frac{G}{A}\right)dV + Vdp + f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{V^2dL}{2D} = 0 \qquad (5)$$

Dividiendo por V^2

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{dV}{V} + \frac{dp}{V} + f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{dL}{2D} = 0 \qquad (6)$$

Ahora bien, f_D es función del Reynolds y por lo tanto de la velocidad. Si se define a un factor de fricción promedio como:

$$f_D = \frac{f_{D1} + f_{D2}}{2}$$

Entonces integrando (6)

$$\int_1^2 \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{dV}{V} + \int_1^2 \frac{dP}{V} + \int_1^2 f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{dL}{2D} = 0 \qquad (7)$$

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{V_2}{V_1} + \int_1^2 \frac{dP}{V} + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (8)$$

La ecuación anterior (8) es la llamada e*cuación general para los gase*s. Esa ecuación debe ajustarse para cada caso.

FLUJO ISOTERMICO

Este flujo se presenta en tuberías largas sin aislar en las que Q (calor) es diferente de cero.

$PV = P_1V_1$

$$\int_1^2 \frac{dP}{V} = \int_1^2 \frac{PdP}{P_1V_1} = \frac{1}{P_1V_1}\int_1^2 PdP = \frac{P_2^2 - P_1^2}{2P_1V_1} \qquad (9)$$

Sustituyendo en (8)

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{V_2}{V_1} + \frac{P_2^2 - P_1^2}{2P_1V_1} + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (10)$$

Pero $P_1V_1 = P_2V_2$; $\frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2}$ (11)

Sustituyendo en (10)

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{P_2^2 - P_1^2}{2P_1V_1} + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (12)$$

Pero como:

P_1V_1=nRT=$\frac{m}{PM}RT$ (13) si m=1

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{PM}{RT}\frac{P_2^2 - P_1^2}{2} + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (14)$$

También, si llamamos Vm al volumen específico medio.

$$\frac{(P_1 + P_2)}{2} V_m = P_1 V_1 \qquad (15)$$

Si colocamos (15) en (9) entonces:

$$\frac{P_2^2 - P_1^2}{2P_1V_1} = \frac{(P_2 + P_1)(P_2 - P_1)}{2P_1V_1} = V_m(P_2 - P_1) \qquad (16)$$

(16) en (12)

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{P_2 - P_1}{V_m} + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (17)$$

Si la diferencia de presiones ΔP es baja, entonces:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2} \cong 0$$

$$\frac{P_2 - P_1}{V_m} + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0$$

(18) y por lo tanto:

$$\Delta P = f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (19)$$

Ejemplo 3

Calcule la caída de presión esperada cuando se transportan 100 m^3/min de metano (medido a condiciones normales) a través de una tubería de 5 pulgadas Cd. 80 y de 5000 m de longitud. El flujo es isotérmico a 25 ° C.

1.- Ecuación empleada.

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{PM}{RT}\frac{P_2^2 - P_1^2}{2} + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0$$

2.- datos.

T = 25 ° C = 298 K

DI = 0.1222 m; A = 0.01 m^2

L = 5000 m

Ca = 100 m^3/min (a 15 ° C y 1 atm)

Masa de metano $M = \frac{1\times100\times16}{0.082\times298}$=65.47 kg /min

$$\frac{G}{A} = \frac{65.47}{0.01} = 6547\frac{kg}{\min m^2} = 109.2\frac{kg}{sm^2}$$

2.1.- Pérdidas por fricción.

Suponiendo un factor de Darcy a turbulencia plena f_D= 0.016

Entonces:

$$f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{L}{2gcD} = 0.016(109.2)^2\frac{5000}{2\times9.81\times0.1222} = 397309\frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$$

2.2.- Ecuación de flujo isotérmico.

$$\frac{PM}{RT} = \frac{16\frac{kg}{kgmol}}{273\times847.3\frac{m^3\frac{\overrightarrow{kg}}{m^2}}{kgmol\ K}} = 6.34\times10^{-5}$$

$$\frac{1}{9.81}(109.2)^2\ \ln\frac{P_1}{P_2} + 6.34\times10^{-5}\frac{(P_2^2-P_1^2)}{2} + 397309 = 0$$

Suponiendo que: $\frac{1}{9.81}(109.2)^2\ \ln\frac{P_1}{P_2} = 0$

Entonces: $P_2^2 - P_1^2$=1.25$\times 10^{10}$

Si P_1= 100 atm = 1033300 kg /m^2 entonces P2 = 99.4 atm y por lo tanto

ΔP=0.6 atm

4.- Resultado, la caída de presión es aproximadamente de 0.6 atm.

Ecuaciones simplificadas de flujo isotérmico.

A partir de la ecuación (12)

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{P_2^2-P_1^2}{2P_1V_1} + f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{L}{2D} = 0$$

Si despreciamos el término de energía cinética tendremos:

$$\frac{P_2^2-P_1^2}{2P_1V_1} + f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{L}{2D} = 0 \qquad (20)$$

Y de allí se obtiene que:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 = \frac{P_1^2 - P_2^2}{P_1 V_1} \frac{D}{L f_D} \quad (21)$$

O también:

$$\frac{G}{A} = \sqrt{\frac{P_1^2 - P_2^2}{P_1 V_1 K}} \quad (22)$$

A partir de esta ecuación se han obtenido muchas ecuaciones empíricas entre las que se encuentran las que se presentan en el siguiente apartado.

A continuación se presentan algunas simplificaciones útiles para aplicar la ecuación de transporte de gases en situaciones particulares:

Ecuación de Weymouth para gases a alta presión

$$Ca = 8000 D^{2.667} \sqrt{\frac{(P_1^2 - P_2^2)}{\rho r\ L\ T}}$$

En la fórmula anterior, conocida como de *Weymout*h, se da el caudal Ca, en $\frac{m^3}{h}$ y a 1 atm y 15 ° C de gases a altas presiones que circulan por una tubería.

En esa fórmula el D está dado en pulgadas, la presión en atm, la longitud (L) en metros, la temperatura (T) en ° K y la densidad relativa (ρr) $= \frac{PM\ gas}{PM\ aire}$

Ecuación de Spitzglass para gases a bajas presiones

$$Ca = 11 \sqrt{\frac{\Delta P \times D^5}{\rho_r L \left(1 + \frac{3.6}{D} + 0.030 D\right)}}$$

En donde ΔP es la caída de presión en mm de agua. Ca, en $\frac{m^3}{h}$ y a 1 atm y 15 ° C de gases a altas presiones que circulan por una tubería .En esa fórmula el D está dado en pulgadas, la longitud (L) en metros, y la densidad relativa (ρr) $= \frac{PM\ gas}{PM\ aire}$.

Otra fórmula que se usa para cuando circula *gas natural* es la de *Panhandle*:

$$Ca = 960\left(\frac{P_1^2 - P_2^2}{L}\right)^{0.5394} D^{2.6183}$$

En la fórmula se usan las mismas unidades que para la fórmula de Weymouth.

Ejemplo 4

A través de una tubería de 40 pulgadas de diámetro interno se bombea gas natural (metano) a una distancia de 100 km y con un gasto de 2 kg mol/s de metano. Puede suponerse que la línea es isotérmica a 15 ° C.La presión de descarga es de 1 atm absoluta. Calcule la presión de entrada a la línea.

1.- Ecuación de Panhandle.

$$Ca = 960\left(\frac{P_1^2 - P_2^2}{L}\right)^{0.5394} D^{2.6183}$$

2.- Presión de entrada con Panhandle.

Caudal $Ca = 2\ \frac{kgmol}{s} \times \frac{22.4m^3}{kg\ mol} \times \frac{288K}{273\ K}$=47.26$\frac{m^3}{s} \times \frac{3600\ s}{h} = 170162\frac{m^3}{h}$

$170162 = 960\left[\frac{P_1^2-1}{100\ 000}\right]^{0.5394} 40^{2.6182}$=5.067 atm= 5.235$\frac{\overrightarrow{kg}}{cm^2}$

3.- Resultado. La presión de entrada es de 5.235 kg /cm^2.

FLUJO ADIABATICO

Este flujo se presenta en tuberías muy bien aisladas por lo que Q (calor) =0

A partir de la ecuación (8):

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{V_2}{V_1} + \int_1^2 \frac{dP}{V} + f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (8)$$

Para flujo adiabático

$PV^k = PV_1^k$ (20) en donde k es igual a:$k = \frac{Cp}{Cv}$ siendo Cp la capacidad calorífica a presión constante del gas y Cv la capacidad calorífica del gas a volumen constante.

Por lo tanto $V = \sqrt[k]{\frac{P_1 V_1^k}{P}} = \frac{P_1^{\frac{1}{k}}}{P^{\frac{1}{k}}} V_1$ (21)

Por lo tanto:

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{V} = \int_{P_1}^{P_2} \frac{P^{\frac{1}{k}}}{V_1 P_1^{\frac{1}{k}}} dP = \frac{1}{V_1 P_1^{\frac{1}{k}}} \int_{P_1}^{P_2} P^{\frac{1}{k}} dP \qquad (22)$$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{V} = \frac{k}{V_1 P_1^{\frac{1}{k}}(k+1)} \left[P_2^{\frac{k+1}{k}} - P_1^{\frac{k+1}{k}} \right] \qquad (23)$$

Dividiendo y multiplicando por $P_1^{\frac{k+1}{k}}$

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{V} = \frac{P_1^{\frac{k+1}{k}} k}{V_1 P_1^{\frac{1}{k}}(k+1)} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} - 1 \right] \qquad (24)$$ lo que queda como:

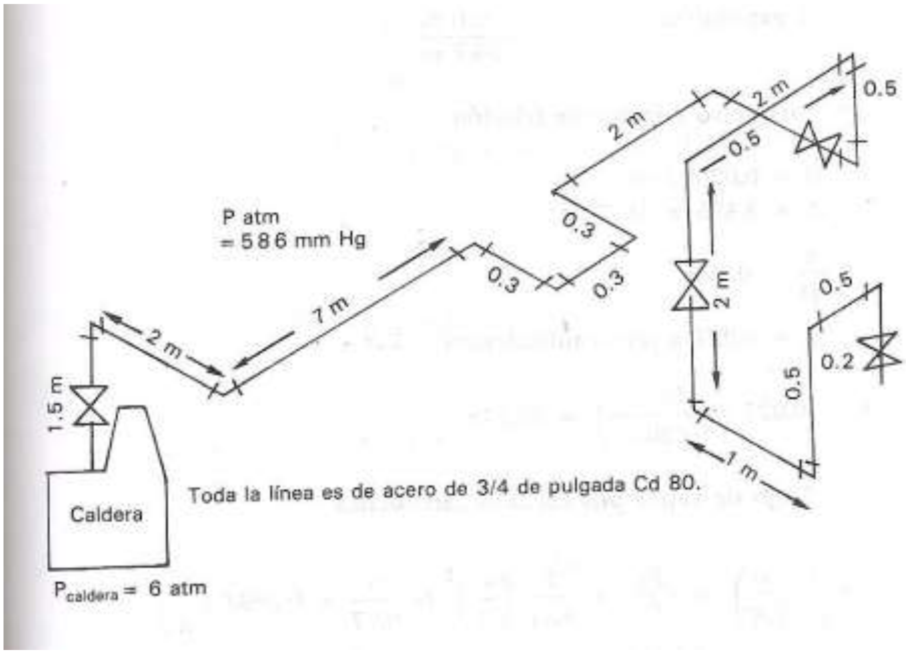
$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{V} = \frac{P_1 \; k}{V_1 (k+1)} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} - 1 \right] \qquad (25)$$

Sustituyendo (25) en (8) nos da:

$$\left(\frac{G}{A} \right)^2 ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{P_1 k}{V_1 (k+1)} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k+1}{k}} - 1 \right] + f_D \left(\frac{G}{A} \right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (28)$$

Ejemplo. 5

Calcule el gasto de vapor de agua en el siguiente sistema si se abren totalmente todas las válvulas de globo indicadas.



1.- Planteamiento.

1.1.- Ecuación de flujo adiabático.

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{V_2}{V_1}+\frac{P_1 k}{V_1(k+1)}\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}-1\right]+f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{L}{2D}=0$$

2.- Cálculos.

2.1.- Longitud equivalente

L tubo = 20.5 m,+14 codos (8.4) + 4 válvulas de globo (26.8)+1 contracción (0.3 m)+ 1 expansión (0.6m) = 56.7 m

2.2.- Factor de fricción

D=0.02092 m, A = 3.435 x 10^{-4} m^2; e /D = 0.003;

f_D = 0.027 (a plena turbulencia) , densidad del vapor = 3.2 kg / m^3, k = 1.3

2.3 Flujo de vapor

$$\frac{1}{gc}\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2}=\frac{1}{9.81}\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{6}{0.77}=0.2092\left(\frac{G}{A}\right)^2$$

$$\left(\frac{k}{1+k}\right) P_1 \rho_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}} - 1\right] = \left(\frac{1.3}{2.3}\right)(10333 \times 6) \times 3.2 \times \left[\left(\frac{0.77}{6}\right)^{\frac{2.3}{1.3}} - 1\right] = -109167$$

$$f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2gcD} = 0.027 \left(\frac{G}{A}\right)^2 \left(\frac{56.7}{2 \times 9.81 \times 0.02092}\right) = 3.729 \left(\frac{G}{A}\right)^2$$

Por lo tanto uniendo los diferentes términos tenemos que:

$$0.2092 \left(\frac{G}{A}\right)^2 - 109167 + 3.729 \left(\frac{G}{A}\right)^2 = 0$$

Resolviendo se tiene que $\frac{G}{A} = 166.5 \frac{kg}{sm^2}$

$$G = 166.5 \frac{kg}{sm^2} \times 3.435 \times 10^{-4} m^2 = 0.0571 \frac{kg}{s}$$

3.- Resultado el flujo de vapor es de 0.0571 kg /s.

FLUJO POLITROPICO

Para flujo politrópico:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{P_1 n}{V_1(n+1)} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n+1}{n}} - 1\right] + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (29)$$

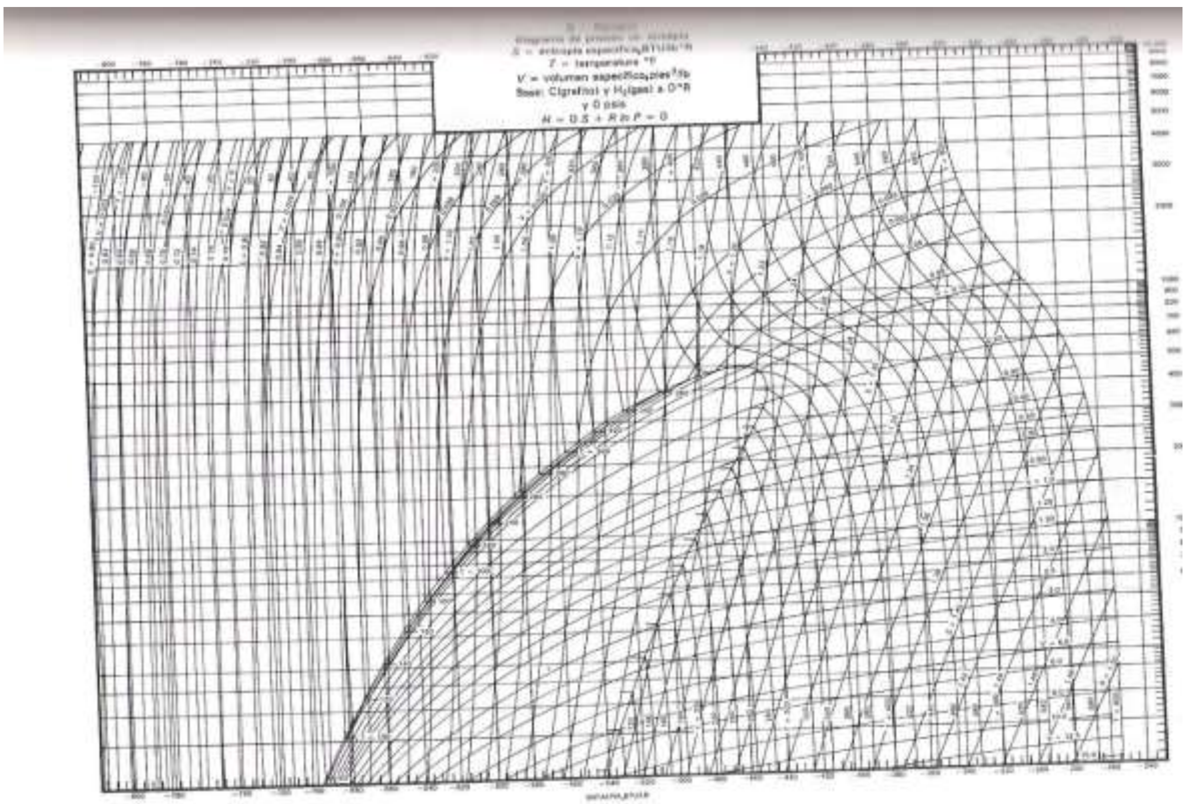
En donde n es el coeficiente politrópico que debe ser evaluado experimentalmente.

En el caso de gases que se aparten apreciablemente del comportamiento ideal, tal y como sucede cuando se trabaja con presiones elevadas superiores a 7 atm y temperaturas por debajo del cero centígrado, deberá aplicarse alguna ecuación de estado para predecir el comportamiento de la densidad con la presión y la temperatura. Entre las ecuaciones más sencillas está la de Van der Waals, aunque en la actualidad se prefieren otras ecuaciones de estado más precisas, aunque más complicadas, cuya solución solo puede efectuarse mediante métodos computacionales. Otra ayuda para la solución de flujo de gases reales son los gráficos de P contra H o de P contra V. En esos gráficos se pueden seguir las trayectorias del gas y los cambios de presión, temperatura y entalpia del mismo con lo que puede evaluarse la parte de la ecuación de Bernoulli dada por:

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{V}$$

Ejemplo 6

Se hace circular n-pentano a través de una conducción horizontal de acero de 1 pulgada Cd. 80 y de 400 m de longitud. La presión absoluta a la entrada es de 50 atm, mientras que a la salida es de 40 atm. Calcule el flujo de pentano que circula, suponiendo flujo isotérmico a 205 ° C. Suponga comportamiento real y utilice el diagrama P-H que se anexa.



1.- Planteamiento.

1.1.- Discusión.

Como la presión de trabajo es elevada no puede considerarse que el gas se comporte como ideal; entonces será necesario aplicar la ecuación siguiente:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{V_2}{V_1} + \int_1^2 \frac{dP}{V} + f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0$$

3.- Cálculos.

3.1.- Factor de fricción

DI = 0.02431 m; e/D = 0.018

Suponiendo alta turbulencia f_D = 0.024.

3.2 – Integración del término $\int_1^2 \frac{dP}{V}$

Este término se puede obtener a partir del diagrama P-H.

Patm	P $\frac{kg}{m^2}$	P psia	V $\frac{ft^3}{lb}$	V $\frac{m^3}{kg}$ x10^3	ΔP	V x103media	$\frac{\Delta P}{vmedia}$		
40	413329	588	0.059	3.68					
42	433986	617.4	0.055	3.432	20666	3.556	5811586		
44	454652	646.8	0.052	3.244	20666	3.3385	6191132		
46	475318	676.2	0.0495	3.088	20666	3.166	6527479		
48	495984	705.6	0.048	2.995	20666	3.0415	6794673		
50	516660	735	0.047	2.932	20666	2.9635	6973511		

Integración $\int_1^2 \frac{dP}{V}$ = 32298381

3.3.- Bernoulli

Sustituyendo en la ecuación se tiene que:

$$32298381=\frac{1}{9.81}\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{3.68\times10^{-3}}{2.932\times10^{-3}}+0.024\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{400}{2\times9.81\times0.02431}$$

De donde:

$\frac{G}{A}$=1266 kg /s m^2

4.- Resultado

El gasto másico es de 0.5873 kg /s

Ecuaciones empíricas

Aparte de las ecuaciones antes presentadas, es muy común en la industria el uso de las ecuaciones empíricas.

Ecuación de Müeller

$$Q = \left(6{,}64 \frac{m}{sK^{1/2}}\right)\left[\frac{(P_1^2 - P_2^2)D^5}{GfLTZ}\right]^{1/2} \frac{To}{Po}$$

La ecuación anterior puede simplificarse para tres diferentes rangos de presiones, así:

Para p<7000mb: Z=1

Para p>70mb:

$$Q = \frac{0.13}{G^{0.425}}\left[\frac{\left(P_1^2 - P_2^2\right)}{L}\right]^{0.575} D^{2.725}$$

Conocida como ecuación de *Müeller* para presión media.

Donde:

Q: m^3/h

p: bar

L: m

D: mm

1 bar=1.0 kg_f/cm^2

Para p<70mb:

$$Q = \frac{3.75x10^{-3}}{G^{0.425}}\left[\frac{h}{L}\right]^{0.575} D^{2.725}$$

Conocida como ecuación de *Müeller* para presión baja.

Donde:

Q: m^3/h (estándar)

h: Δ p en mb

L: m

D: mm

15.5ºC – 760mmHg

Ecuación de Renouard

El diámetro de una tubería para conducción de gas se escoge en función de la densidad del gas, la caída de presión admisible y la velocidad de circulación de gas. La presión del gas en el interior de una tubería por la que circula va disminuyendo por efecto de la fricción con las paredes. Para el cálculo de la pérdida de carga se emplean las llamadas fórmulas de *Renouard* que permiten hallar la caída de presión entre dos puntos en término de la densidad, el diámetro de la tubería, el causal y la longitud de la misma. Para presiones medias (0.05 bar < *P* < 5 bar) la fórmula de *Renouard* correspondiente es:

$$P_A^2 - P_B^2 = 51,5 \cdot d_c L_c \frac{Q^{1,82}}{D^{4,82}}$$

Donde:

d_c es la densidad corregida del gas (propano d_c = 1,16, butano d_c = 1,44).
L_c es la longitud de un tramo recto de conducción en [m].
Q es el caudal en [m^3/h].
D es el diámetro interior en [mm].

Para bajas presiones (*P* < 0.05 bar) la expresión usada es:

$$P_A - P_B = 25076 \cdot d_c L_c \frac{Q^{1,82}}{D^{4,82}}$$

Ecuación de Unwin

Una fórmula empírica para el transporte de *vapor de agua saturado* es la de *Unwin:*

$$\frac{\Delta P}{100} = \frac{19.18\left(1 + \frac{3.6}{D}\right) G^2}{\rho \ D^5 \ 10^6}$$

En donde $\frac{\Delta P}{100}$ es la caída de presión en 100 m de tubo dada en atm.

G es el gasto másico de vapor en kg /h, D es el diámetro de la tubería en pulgadas y ρ es la densidad del vapor en kg /m^3.

Ecuación de Fritzche

Si el vapor estuviera sobrecalentado entonces una fórmula aplicable sería la de *Fritzche:*

$$\frac{\Delta P}{100}=\frac{98.95 G^{1.85}}{\rho\ 10^6 D^{4.97}}$$

Se emplean las mismas unidades que en la ecuación de Unwin.

Ejemplo 7

Encuentre la caída de presión en una tubería de 12 pulgadas Cd.40 por la que fluye vapor a razón de 15 kg /s y el vapor está a 15 kg /cm^2 y con 100 ° C de sobrecalentamiento.

1.- Ecuación a utilizarse.

1.1.- Ecuación de Fiitzche.

$$\frac{\Delta P}{100}=\frac{98.95 G^{1.85}}{\rho\ 10^6 D^{4.97}}$$

2.- Cálculos.

2.1.- Densidad.

A la presión de 15 kg / cm^2 absolutos, la temperatura de saturación es de 197 ° C, por lo tanto la temperatura del vapor sobrecalentado es de 297 ° C; la densidad es de 5.5 kg /m^3.

2.2.- Caída de presión.

Di = 11.938 pulgadas.

$$\frac{\Delta P}{100}=\frac{98.95\times(15\times 3600)^{1.85}}{5.5\times 10^6\times(11.938)^{4.97}}=0.04545\ atm$$

3.- Resultado.

La caída de presión en cien metros es de presión es de 0.04545 atm

Flujo y velocidad máxima de gases en una tubería

Si el gas fluye por una tubería en flujo isotérmico, el flujo máximo que pasa por la tubería está dado por:

$$\left(\frac{\partial\left(\frac{G}{A}\right)}{\partial P_2}\right)_{P_1} = 0 \quad (30)$$

Para flujo isotérmico la ecuación de flujo es:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{PM}{RT}\frac{P_2^2 - P_1^2}{2} + f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (14)$$

Si en esa ecuación se desprecia las pérdidas por fricción entonces:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2} + \frac{PM}{RT}\frac{P_2^2 - P_1^2}{2} = 0 \qquad (31)$$

Si derivamos la ecuación (31) con respecto a P_2 (presión final) y manteniendo a P_1 (presión inicial) constante tendremos que:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{P_2}{P_1}\left(-\frac{P_1}{P_2^2}\right) + ln\frac{P_1}{P_2}\left[2\left(\frac{G}{A}\right)\frac{\partial\left(\frac{G}{A}\right)}{\partial P_2}\right] + \frac{PM}{2RT}(2P_2) = 0 \quad (32)$$

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2\left(-\frac{1}{P_2}\right)+2ln\frac{P_1}{P_2}\left(\frac{G}{A}\right)\left(\frac{\partial\left(\frac{G}{A}\right)}{\partial P_2}\right)_{P_1}+\frac{PM\,P_2}{RT}=0 \quad (33)$$

Si $\left(\frac{\partial\left(\frac{G}{A}\right)}{\partial P_2}\right)_{P_1}=0$ entonces:

$$\frac{PM}{RT}P_2=\left(\frac{G}{A}\right)^2\left(\frac{1}{P_2}\right) \quad (34)$$

Y por lo tanto:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2=\frac{PM}{RT}P_2^2 \quad (35)$$

Y entonces:

$$\left(\frac{G}{A}\right)_{max}=\sqrt{\frac{P_2^2\times PM}{RT}} \quad (36)$$

Pero: $\frac{PM}{RT}=\frac{1}{V_2 P_2}$ (37) y entonces:

$$\left(\frac{G}{A}\right)_{max}=\sqrt{\frac{P_2}{V_2}}=\sqrt{\rho_{2\times}P_2} \quad (38)$$

En las tuberías se ha encontrado que la velocidad máxima posible es la del sonido y esa velocidad corresponde a la presión mínima que el gas puede adquirir. Por abajo de esa presión la velocidad ya no cambia.

De la ecuación

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 ln\frac{P_1}{P_2}+\frac{PM}{RT}\frac{P_2^2-P_1^2}{2}+f_D\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{L}{2D}=0 \quad (14)$$

Si $\left(\frac{G}{A}\right)_{max}$ entonces P_2 es el mínimo y por lo tanto:

$$\left(\frac{G}{A}\right)_{max}^2 ln\frac{P_1}{P_{min}}+\frac{PM}{2RT}\left(P_{min}^2-P_1^2\right)+f_D\left(\frac{G}{A}\right)_{max}^2\frac{L}{2D}=0 \quad (39)$$

Pero como:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 max = \frac{PM}{RT} P_{min}^2$$

Entonces:

$$\frac{PM}{RT} P_{min}^2 ln \frac{P_1}{P_{min}} + \frac{PM}{2RT}\left(P_{min}^2 - P_1^2\right) + \frac{f_D}{2DRT} PM P_{min}^2 L = 0 \quad (40)$$

Dividiendo entre $\frac{PM}{RT}$

$$P_{min}^2 ln \frac{P_1}{P_{min}} + \frac{P_{min}^2 - P_1^2}{2} + f_D \frac{P_{min}^2}{2D} L = 0 \quad (41)$$

Esta ecuación nos da la presión a la cual se logra el flujo máximo.

Ejemplo 8

Por una tubería de acero de 3 pulgadas circula nitrógeno a 17 ° C. La presión de entrada del nitrógeno a la línea es de 50 atmosferas y la longitud equivalente de la tubería es de 300 m. Determine la presión de salida correspondiente al flujo máximo y el valor de este.

1.- Ecuación de diseño.

$$P_{min}^2 ln \frac{P_1}{P_{min}} + \frac{P_{min}^2 - P_1^2}{2} + f_D \frac{P_{min}^2}{2D} L = 0$$

2.- Datos.

Di = 0.07366; L = 300 m; a flujo turbulento muy desarrollado (flujo tapón) con e/D = 0.0005, f_d =0.017; P de entrada = 50 atm =5.05X 10^6 pascales.

3.- Presión mínima.

$$P_{min}^2 ln \frac{5.05 \times 10^6}{P_{min}} + \frac{P_{min}^2 - \left(5.05 \times 10^6\right)^2}{2} + 0.017 \quad \frac{P_{min}^2 \times 300}{2 \times 0.07366} = 0$$

Si el primer término se hace despreciable entonces:

$$\frac{P_{minima}^2 - 2.55 \times 10^{13}}{2} = -34.6185 \times P_{minima}^2$$

De donde $P_{min} = 606877\ Pa.$

Colocando este valor en la ecuación grande tendremos que:

$$P_{min}^2 \ln \frac{P_1}{P_{min}} = P_{min}^2 \ln \frac{5.05 \times 10^6}{0.606 \times 10^6} = P_{min}^2 \times 2.102$$

Entonces:

$$P_{minima}^2 \times 2.102 + \frac{P_{minima}^2 - 2.55 \times 10^{13}}{2} = -34.6185 \times P_{minima}^2$$

$$P_{min} = 586\,084\,Pa. = 5.8\,atm$$

4.- Flujo máximo.

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 = \frac{PM}{RT} P_{min}^2 = \frac{28}{(273+17) \times 0.082 \times 101000} \times (586084)^2 = 4004465$$

Por lo tanto G/A = 2000 kg /m^2 s

5.- Resultado.

La presión final es de 5.8 atmósferas y el flujo máximo es de 2000 kg /s m^2

Descarga adiabática de gases

A partir de la ecuación para flujo adiabático de gases:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln \frac{V_2}{V_1} + \frac{P_1 k}{V_1 (k+1)} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}} - 1 \right] + f_D \left(\frac{G}{A}\right)^2 \frac{L}{2D} = 0 \qquad (28)$$

El flujo máximo está dado por:

$$\left(\frac{\partial \left(\frac{G}{A}\right)}{\partial P_2} \right)_{P_1} = 0 \quad (30)$$

Si en la ecuación (28) se suprime la fricción nos queda:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2 \ln \frac{P_1}{P_2} + \frac{P_1 k}{V_1 (k+1)} \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}} - 1 \right] = 0 \qquad (42)$$

Derivando con respecto a P_2:

$$\frac{P_1}{V_1}\frac{k}{(k+1)}\left(\frac{k+1}{k}\right)\left(\frac{1}{P_1}\right)^{\frac{k+1}{k}}(P_2)^{\frac{k+1}{k}-1}+\left(\frac{G}{A}\right)^2\frac{P_2}{P_1}\left(-\frac{P_1}{P_2^2}\right)+2\left(\frac{G}{A}\right)ln\frac{P_1}{P_2}\left(\frac{\partial\left(\frac{G}{A}\right)}{\partial P_2}\right)_{P_1}=0$$

(43)

$$\frac{P_1}{V_1}\frac{P_2^{\frac{k+1-k}{k}}}{P_1^{\frac{k+1}{k}}}-\left(\frac{G}{A}\right)^2\left(-\frac{1}{P_2}\right)+2\left(\frac{G}{A}\right)ln\frac{P_1}{P_2}\left(\frac{\partial\frac{G}{A}}{\partial P_2}\right)_{P_1}=0 \quad \textbf{(44)}$$

Si $\left(\frac{\partial\left(\frac{G}{A}\right)}{\partial P_2}\right)_{P_1}=0$ entonces:

$$\frac{P_1^{-\frac{1}{k}}P_2^{\frac{1}{k}}}{V_1}=\left(\frac{G}{A}\right)^2\left(\frac{1}{P_2}\right) \quad (45)$$

De donde:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2_{max}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}}\frac{P_2}{V_1} \quad (46)$$

Para procesos adiabáticos

$$\left(\frac{P_2}{P_1}\right)=\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k \quad (47) \quad \text{o también} \quad \frac{V_1}{V_2}=\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{k}}$$

Por lo tanto:

$$\left(\frac{G}{A}\right)^2_{max}=\frac{V_1}{V_2}\frac{P_2}{V_1}=\frac{P_2}{V_2} \quad (48)$$

Y entonces:

$$\left(\frac{G}{A}\right)_{max}=\sqrt{\frac{P_{min}}{V_{max}}}=\frac{u_{max}}{V_{max}} \quad (49)$$

Siendo la velocidad máxima igual a:

$u_{max} = \sqrt{P_{min} V_{max}}$ (50)

Pero de la ecuación de los gases:

$P_{min} V_{max} = \frac{RT}{PM}$ (51)

Entonces:

$u_{max} = \sqrt{\frac{RT}{PM}}$ (52)

La velocidad del sonido en el aire es:

$u_{sonido} = \sqrt{\frac{kP}{\rho}} = \sqrt{\frac{kRT}{PM}} = 343.5 \frac{m}{s} \;\; a\; 20\,°\,C\; en\; aire.$ (53)

Se ha definido un número llamado de Mach como:

$Mach = \frac{u}{u_{sonido}}$ (54)

Si u = u máxima entonces:

$Mach = \frac{\sqrt{\frac{RT}{PM}}}{\sqrt{\frac{kRT}{PM}}} = \sqrt{\frac{1}{k}}$ la k para el aire es de 1.3

$\therefore Mach = \sqrt{\frac{1}{1.3}} = 0.77\; o\; sea\; cercana\; a\; la\; del\; sonido.$

En las tuberías la velocidad máxima es cercana a la del sonido y corresponde a una presión mínima. Por debajo de esa presión la velocidad no cambia.

Cuando un fluido compresible se descarga desde una tubería corta de sección uniforme a un área mayor, el flujo es adiabático y el flujo máximo puede obtenerse por ecuaciones empíricas que dan la presión mínima y el flujo máximo.

Ecuaciones empíricas

Una de esas ecuaciones es:

$$G = 0.2486YD^2\sqrt{\frac{\Delta P \rho_1}{K}} \quad (55)$$

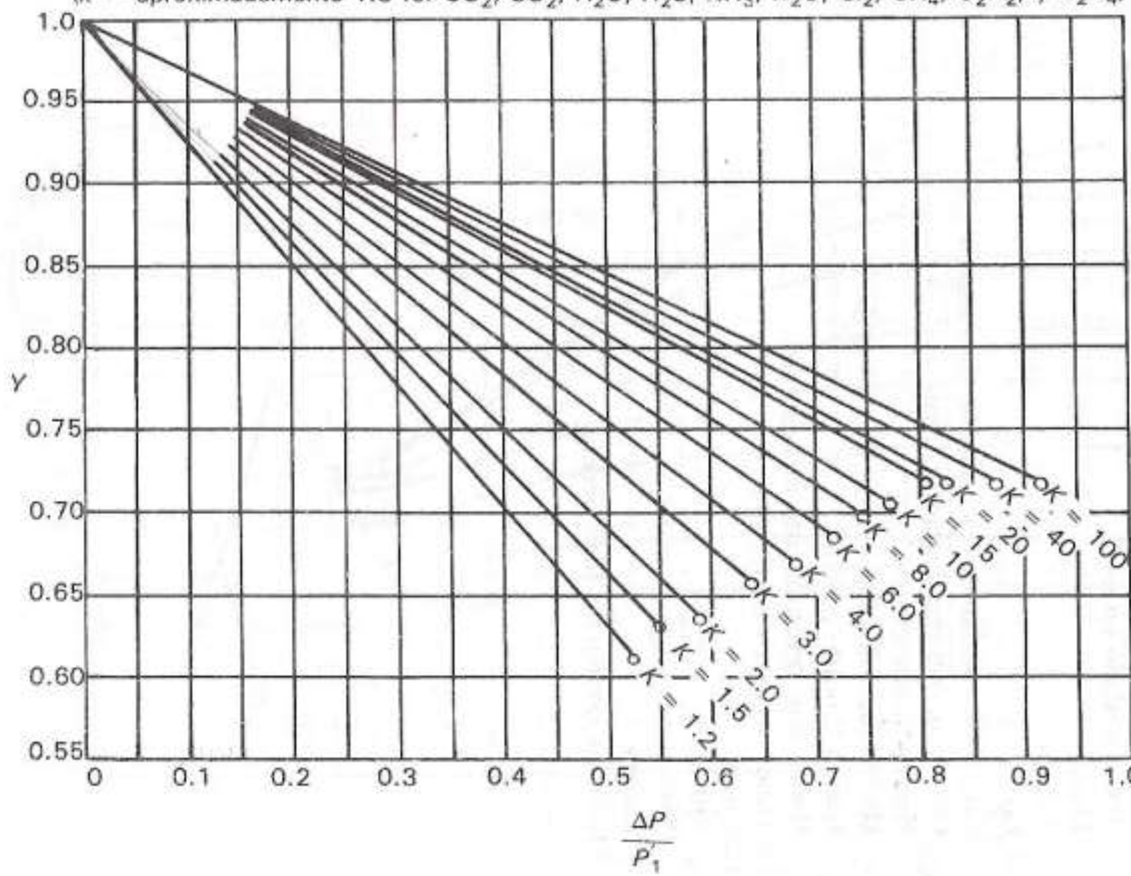
En donde G está dado en kg/s, ΔP está en atmosferas, D en pulgadas, Y es un coeficiente de expansión que se obtiene a través de gráficos empíricos.

$$\frac{L}{D} f_D = K \quad (56)$$

Apéndice XLII. Factor Y de expansión para fluidos compresibles.

$k = 1.3$

(k = aproximadamente 1.3 for CO_2, SO_2, H_2O, H_2S, NH_3, N_2O, Cl_2, CH_4, C_2H_2, y C_2H_4)



Factor limitante para velocidades sónicas

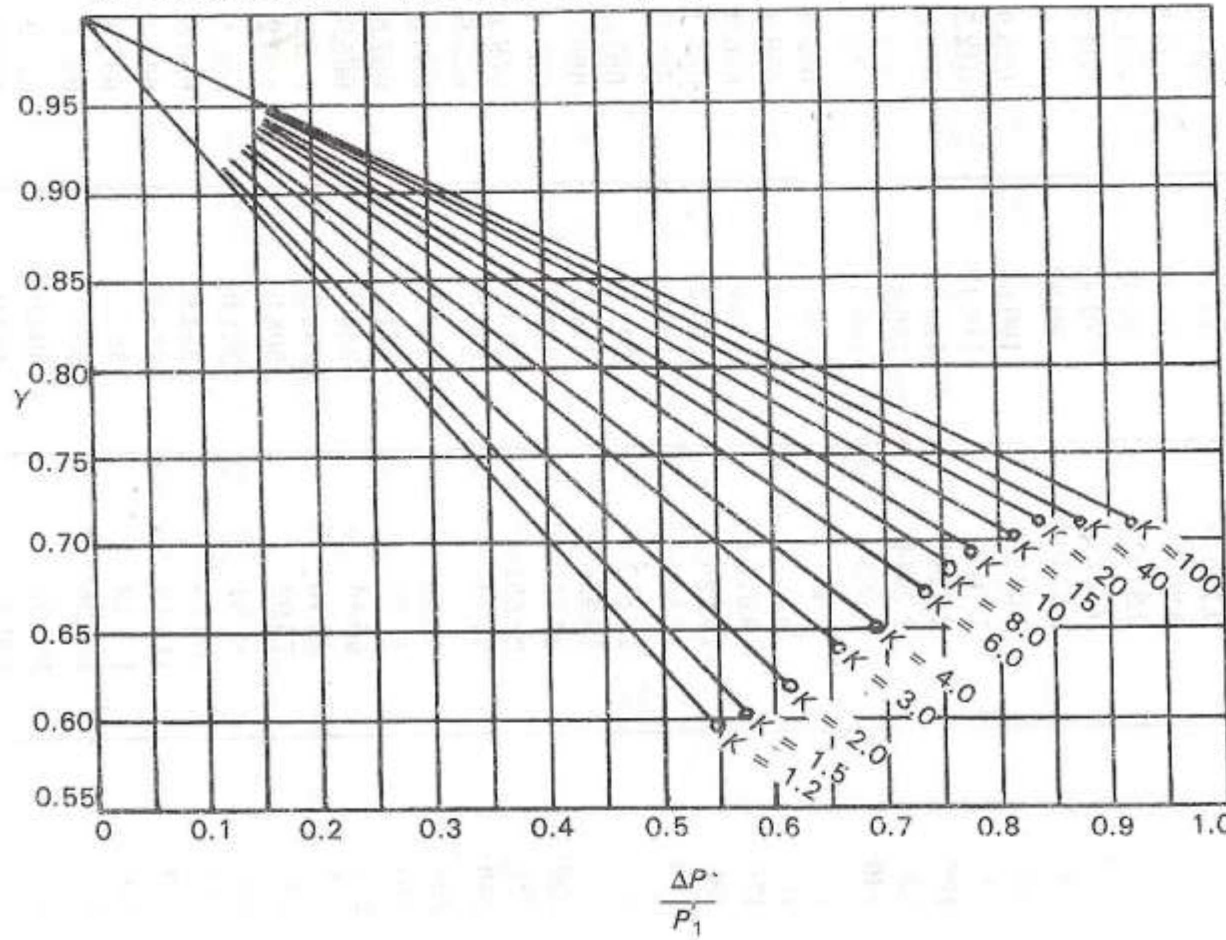
$k = 1.3$

K	$\frac{\Delta P}{P_1'}$	Y
1.2	.525	.612
1.5	.550	.631
2.0	.593	.635
3	.642	.658
4	.678	.670
6	.722	.685
8	.750	.698
10	.773	.705
15	.807	.718
20	.831	.718
40	.877	.718
100	.920	.718

$K = f_D\left(\frac{L}{D}\right)$

$k = 1.4$

(k = aproximadamente 1.4 for Aire H_2, O_2, N_2, CO, NO, y HCl)



Factor limitante para velocidades sónicas

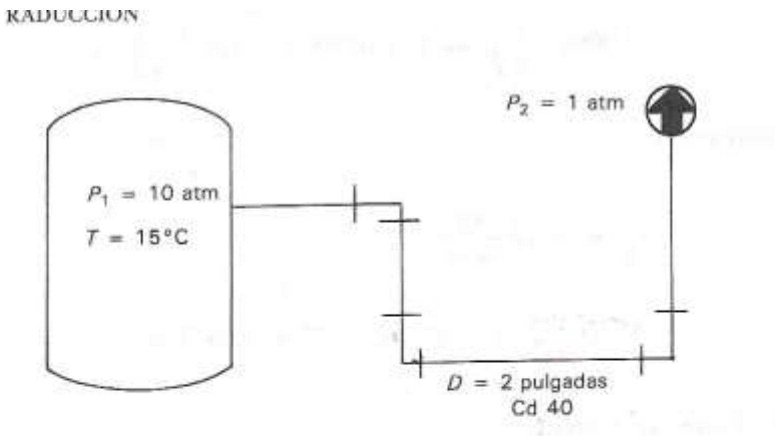
$k = 1.4$

K	$\frac{\Delta P}{P'_1}$	Y
1.2	.552	.588
1.5	.576	.606
2.0	.612	.622
3	.662	.639
4	.697	.649
6	.737	.671
8	.762	.685
10	.784	.695
15	.818	.702
20	.839	.710
40	.883	.710
100	.926	.710

Ejemplo 9

Se desea calcular la cantidad de aire que se descargará a la atmósfera si se abre una línea de acero de 10 m de longitud y dos pulgadas de diámetro Cd. 40 la cual contiene tres codos de 90 ° estándar. La línea conecta a un recipiente que contiene aire a 10 atmosferas absolutas y que está a 15 ° C.

1.- Traducción



2.- Planteamiento.

2.1.- Discusión

La descarga a la atmósfera a través de tuberías cortas puede considerarse como adiabática y se puede calcular por la siguiente fórmula:

$$G = 0.2486YD^2\sqrt{\frac{\Delta P \rho_1}{K}} \quad ($$

3.- Cálculos.

3.1.- Longitudes equivalentes.

DI = 0.0525 m

L= 10 m de tubo+entrada (0.7 m)+3 codos (4.2)+salida (1.5) =26.4 m

Rugosidad relativa de la línea e/D =0.0008, f_D= 0.018 para Reynolds grandes.

Por lo tanto $K = 0.018\left(\frac{26.4}{0.0525}\right) = 9.05$

3.2.- Factor Y

De las graficas anteriores se obtiene que k = 1.4; $\frac{\Delta P_1}{P_1} = \frac{10-1}{10} = 0.9$

Para ese valor y K = 9.05 se alcanza la velocidad sónica a un $\frac{\Delta P}{P}$ de 0.774 y una Y = 0.69

Por lo tanto si el

$\Delta P = 0.774\ x\ 10 = 7.74\ atm\ y\ con\ la\ densidad\ del\ aire\ en\ 1\ igual\ a$

$$\rho = \frac{29 \times 10}{0.082 \times 288} = 12.279\ \frac{kg}{m^3}$$

3.3.- Flujo.

$$G = 0.2486 \times 0.69 \times (2.067)^2 \sqrt{\frac{7.74 \times 12.279}{9.05}} = 2.37 \frac{kg}{s}$$

4.- Resultado.

El flujo es de 2.37 kg /s y se alcanza la velocidad sónica.

Ventiladores y compresores

Las máquinas para mover gases y vapores a través de quipos y ductos reciben el nombre de ventiladores, sopladores o compresores, dependiendo de la presión con que se trabaje. Para altas presiones la práctica más común es usar compresores reciprocantes, aunque cada vez son más usuales los compresores centrífugos de etapas múltiples, por ser más pequeños y baratos.

Hay dos tipos de compresores: los centrífugos y los de desplazamiento positivo, perteneciendo a estos últimos los rotatorios y los reciprocantes. Los compresores centrífugos manejan grandes volúmenes y trabajan en forma continua manejando presiones de salida hasta de 55 atm. Pueden ser de una o de varias etapas.

Los compresores reciprocantes son aquellos en los que el elemento compresor es un émbolo que sigue un movimiento alternativo dentro de un cilindro. Manejan altas relaciones de compresión.

Los compresores rotatorios son máquinas en las cuales dos o más lóbulos acoplados giran dentro de un cilindro, empujando al gas.

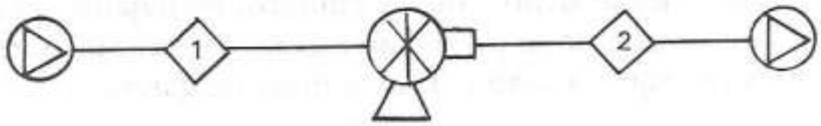
Ventiladores

Los ventiladores son máquinas en los cuales la velocidad y la presión son dadas al gas o al aire por un impulsor giratorio. Estos aparatos manejan grandes volúmenes teniendo presiones de descarga entre 0.01 y 0.15 atm, pueden ser centrífugos o axiales. Un ventilador es esencialmente una bomba de gas; la diferencia es que los líquidos son poco compresibles y los gases muy compresibles. .Los ventiladores manejan gases cuya densidad no varía considerablemente, ya que aplican un incremento de presión menor a 0.1 atm.

Los ventiladores son máquinas centrífugas que manejan grandes cantidades de aire o gas para los aires acondicionados, los secadores**, hornos, quemadores, arrastre de materiales o eliminadores de humo.**

Trabajo y potencia de un ventilador

Si se hace un Bernoulli entre los puntos 1 y 2 de la figura siguiente se tiene que:



$$\frac{u_1^{\,2}}{2gc} + \frac{P_1}{\rho_1} = \frac{u_2^{\,2}}{2gc} + \frac{P_2}{\rho_2} + \frac{\mathscr{P}}{M}$$

$$\text{Si } \rho_1 = \rho_2 = \rho\text{m}$$

$$\frac{u_2^{\,2} - u_1^{\,2}}{2gc} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} = \frac{\mathscr{P}}{\eta M}$$

$$\mathscr{P} = \frac{G\rho}{\eta M}$$

donde:

$\mathscr{P}$ = potencia [=] $FL\theta^{-1}$

G = gasto del gas [=] $M\theta^{-1}$

$\frac{M}{\eta}$ = eficiencia

Si la potencia se diera en cv se podría utilizar la fórmula siguiente

$$\mathscr{P} = \frac{Ca\ \Delta Pc}{75\ \eta}$$

Ca = caudal en m^3/seg a la descarga

ΔPc = aumento de presión creada por el ventilador en $\overrightarrow{\text{kg}}/\text{m}^2$

$$\Delta Pc = \left[P_2 + \frac{u_2{}^2\rho}{2gc}\right] - \left[P_1 + \frac{u_1{}^2\rho}{2gc}\right]$$

P_1 y P_2 = presiones en $\overrightarrow{\text{kg}}/\text{m}^2$

u_1 y u_2 = velocidades em m/seg

ρ media = densidad en $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

$$\therefore \mathscr{P} = \frac{Ca\ \Delta Pc}{1000\ \eta} = Kw \qquad \Delta P \text{ en } Pa$$

En el sistema inglés

$$\mathscr{P} = \frac{144\ Ca\ (P_1 - P_2)}{33000\ \eta}$$

P_2 y P_1 en $\overrightarrow{\text{lb}}/\text{in}^2$ $\qquad Ca = \frac{\text{ft}^3}{\text{min}}$

El comportamiento de un ventilador centrífugo varía con la temperatura, el número de revoluciones por minuto y la densidad del gas. Es necesario tener esto en consideración, ya que los catálogos de los fabricantes toman como base 20°C y 1 atm de presión.

El comportamiento de dos ventiladores puede determinarse mediante las ecuaciones siguientes:

$$\frac{Ca_1}{Ca_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^3 \qquad \frac{\mathscr{P}_1}{\mathscr{P}_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^3\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^5$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 \qquad \frac{P_1}{P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

$$\frac{\mathscr{P}_1}{\mathscr{P}_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \qquad \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_{B_1}}{P_{B_2}}\frac{T_2}{T_1}$$

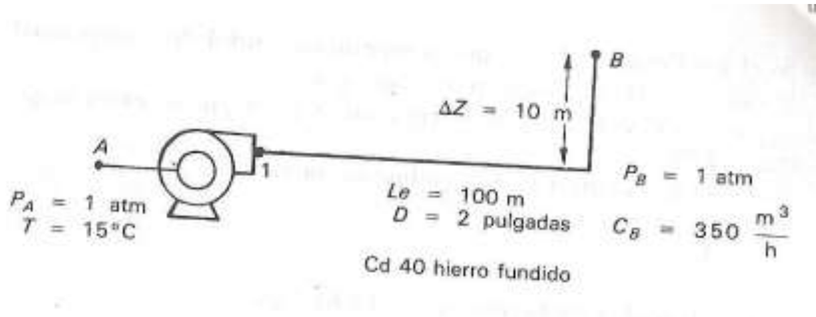
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{P_{B_1}}{P_{B_2}}\frac{T_2}{T_1}$$

En donde:

$\mathcal{P}$ = potencia; ρ = densidad; T = temperatura absoluta; P_B= presión barométrica; P = presión; D = diámetro; Ca= caudal; N = revoluciones.

Ejemplo 10

¿Cuál es la potencia del ventilador requerida en el sistema mostrado, si la eficiencia del ventilador es del 65%?



1. Planteamiento.

1.1.- Discusión.

El problema se puede resolver haciendo un Bernoulli y calculando las caídas de presión mediante la ecuación de Darcy o mediante alguna correlación empírica como la de Spitzglass.

1.2.- Bernoulli.

$$\Delta Z \frac{g}{gc} + \frac{\Delta u^2}{2gc} + \frac{\Delta P}{\rho} = -\frac{\mathcal{P}}{M} - \frac{\sum F}{M}$$

En este caso, como $P_A = P_B$:

$$\Delta Z \frac{g}{gc} + \frac{\Delta u^2}{2gc} = -\frac{\mathcal{P}}{M} - \frac{\sum F}{M}$$

3.- Cálculos.

3.1.- Número de Reynolds.

Viscosidad del aire μ=0.0175 cps, densidad del aire ρ=1.2279 kg / m^3

Diámetro interno de la tubería DI = 0.0525 m

Velocidad del aire en la línea:

$$u_B = \frac{350\frac{m^3}{h}}{3600 \times 0.785(0.0525)^2} = 44.93\,\frac{m}{s}$$

$$\frac{G}{A} = 55.17\,\frac{kg}{sm^2}$$

G=0.119379 kg /s

$$Re = \frac{0.0525 \times 44.93 \times 1.2279}{0.0175 \times 10^{-3}\,21} = 165508$$

3.2.- Pérdidas por fricción.

Rugosidad relativa e/D = 0.005; f_D =0.0305

$$\frac{\sum F}{M} = 0.0305\,\frac{(44.93)^2 \times 100}{2 \times 9.81 \times 0.0525} = 59774\,\frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$$

3.3.- Bernoulli.

Despreciando el término de energía cinética.

$$10\,\frac{\overrightarrow{kgm}}{kg} = -5977.4\,\frac{\overrightarrow{kgm}}{kg} - \frac{\mathcal{P}}{M}$$

$$\frac{\mathcal{P}}{M} = -5987.4\,\frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$$

3.4.- Potencia.

$$\mathcal{P} = 5987\,\frac{\overrightarrow{kgm}}{kg} \times 0.119379\,\frac{kg}{s} = 714.77\,\frac{\overrightarrow{kgm}}{s}$$

$$\mathcal{P}_B = \frac{714.7}{0.65} \times \frac{1}{75} = 14.66\ H.P.$$

3.5.- Potencia usando Spitzglass.

$$\Delta P = \left(\frac{350}{11}\right)^2 \times \frac{100}{(2.0665)^5} \times \left(1 + \frac{3.6}{2.0669} + 0.03 \times 2.0669\right) = 7524\ mm\ agua$$

$$\Delta P = 7524\,\frac{\overrightarrow{kg}}{m^2}$$

Presión en el punto 1

$$P_1 = 10333 + 7524 = 17857 \frac{\overrightarrow{kg}}{m^2}$$

$$u_1 = \frac{159.61}{3600 \times 0.785\,(0.0525)^2} = 20.49 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\frac{\Delta u^2}{2gc} = \frac{(44.93)^2 - (20.49)^2}{2 \times 9.81} = 81.45 \frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$$

$$\frac{\sum F}{M} = \frac{\Delta P}{\rho} = \frac{7524}{1.2279} = 6127.53 \frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$$

Bernoulli

$$10 + 81.45 = -\frac{\mathcal{P}}{M} - 6127.53$$

$$\frac{\mathcal{P}}{M} = -6218.98 \frac{\overrightarrow{kgm}}{kg}$$

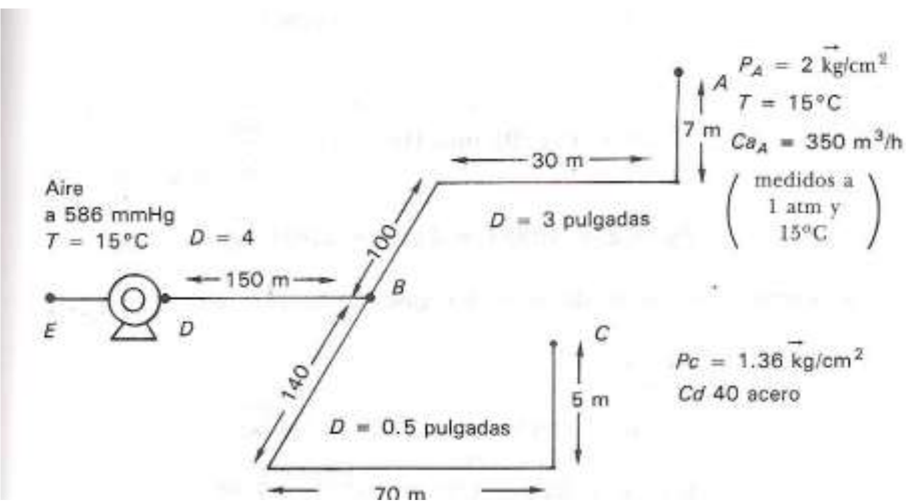
Por lo tanto la potencia será de 15.22 H.P.

4.- Resultado

Se requiere una potencia de 15 H.P

Ejemplo 11

¿Cuál será la potencia de descarga del ventilador requerido en el sistema siguiente?



1.- Planteamiento.

1.1.- Discusión.

El problema se puede resolver haciendo los Bernoullis correspondientes y calculando las caídas de presión y caudales por métodos simplificados como por ejemplo el de Spitzglass.

$$Ca = 11\sqrt{\frac{\Delta P \times D^5}{\rho_r L\left(1+\frac{3.6}{D}+0.030D\right)}}$$

En donde ΔP es la caída de presión en mm de agua. Ca, en $\frac{m^3}{h}$ y a 1 atm y 15 ° C de gases a altas presiones que circulan por una tubería .En esa fórmula el D está dado en pulgadas, la longitud (L) en metros, y la densidad relativa (ρr) $=\frac{PM\ gas}{PM\ aire}$.

2.- Cálculos.

2.1.- Sección A-B

Caudal = 350 m^3/h ; DI =0.07793 m = 3.068 pulgadas,

Densidad del aire $\rho_{aire\ (2\frac{kg}{cm2},15\ |C)} = \frac{29\times2\times1.033}{0.082\times288} = 2.537\,\frac{kg}{m^3}$. ; $\rho_R = 1$

$$\frac{\Delta P}{\rho}+\frac{\Delta u^2}{2gc}+\Delta Z\,\frac{g}{gc} = -\frac{\sum F}{M}$$

Si $\Delta u \cong 0$ y si $la\ contribución\ de\ \Delta Z\frac{g}{gc}$ es despreciable entonces:

$$\Delta P = \left(\frac{Ca}{11}\right)^2 \frac{\rho_R L\left(1+\frac{3.6}{D}+0.03D\right)}{D^5} = \left(\frac{350}{11}\right)^2 \frac{1\times137\left(1+\frac{3.6}{3.068}+0.03\times3.068\right)}{3.068^5}$$

$$\Delta P = 1155.95\ mm\ Hg = 1155\frac{\overrightarrow{kg}}{m^2}$$

$$P_B = 2\times10333+1155 = 21821\ \frac{\overrightarrow{kg}}{m^2}$$

2.2.- Sección CB

D= 0.0158 m = 0.622 pulgadas.

$$\Delta P_{CB} = 21821 - 1.36 \times 10333 = 7768.12$$

$$Ca = 11\sqrt{\frac{7768\times(0.622)^5}{1\times215\left(1+\frac{3.6}{0.622}+0.03\times0.622\right)}}=7.73\frac{m^3}{h}$$

2.3.- Sección BD

Caudal total = 350+7.73= 357.73 m^3/h

D= 0.10226 m = 4.025 pulgadas.

$$\Delta P = \left(\frac{Ca}{11}\right)^2 \frac{\rho_R L\left(1+\frac{3.6}{D}+0.03D\right)}{D^5} = \left(\frac{357.73}{11}\right)^2 \frac{1\times150\left(1+\frac{3.6}{4.025}+0.03\times4.025\right)}{4.025^5}$$

$$\Delta P = 302.47\ mm\ de\ Hg = 302.47\ \frac{\overrightarrow{kg}}{m^2}$$

$P_{D=}$ 21821+302.47= 22123.47 kg /m^2 = 2.21 kg /cm^2.

3.- Resultado.

La presión de descarga del ventilador es de 2.21 kg /cm^2.

Sopladores y compresores.

Los sopladores son máquinas centrífugas de una sola etapa que pueden manejar grandes volúmenes de gas a presiones entre 0.4 y 1 atm. Los sopladores tienen aplicaciones en el enfriamiento y secado, para proporcionar aire a los hornos y quemadores, para transportar sólidos, para mover gases y comprimirlos. El principio de un soplador es el mismo que el de una bomba centrífuga, la diferencia es que se manejan gases que son compresibles. Los compresores trabajan hasta 3500 revoluciones por minuto. Cuando se requieren presiones mayores a 1 atm se usan compresores centrífugos de etapas múltiples, que reciben el nombre de turbocompresores. En los reactores, el aire para instrumentos, los gasoductos, etc. Se necesitan altas presiones para vencer la resistencia al flujo a través de las conducciones, los lechos empacados y los equipos. Por lo tanto, las máquinas para ese tipo de servicios se calculan como compresores.

El trabajo de compresión de un gas varía de acuerdo a cómo se lleva a cabo el proceso, ya que este puede ser isotérmico, adiabático o politrópico.

El trabajo de compresión estará dado por:

$$\tau = \int_1^2 P dV$$

Si el trabajo es isotérmico; Pv = constante = RT para una mol y entonces:

$$\tau = \int_1^2 \frac{RT}{V} dV = RT ln \frac{V_1}{V_2} = RT ln \frac{P_2}{P_1}$$

Si el trabajo es adiabático entonces:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^k$$

$$\tau = \int_1^2 \frac{P_1 V_1^k}{V^k} dV = \frac{k}{k-1} \times P_1 V_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]$$

El trabajo de compresión a veces se suele llamar cabeza de compresión y como tal tiene unidades de energía por unidad de masa.

El trabajo o carga adiabática de compresión o expansión puede obtenerse mediante:

$$W = \frac{R}{PM} T_1 \left(\frac{k}{k-1}\right) \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] z$$

En donde $k = \frac{Cp}{Cv}$ y R=8282$\frac{J}{kgmol\,K}$, W está dado en J/kg y T está dada en K, P_1 y P_2 están en unidades de presión.

El trabajo o carga politrópica de compresión o expansión está dado por:

$$W = \frac{R}{PM} T_1 \left(\frac{n}{n-1}\right) \left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] z$$

Siendo n el coeficiente politrópico, el cual puede obtenerse si se conoce la eficiencia politrópica.

La eficiencia politrópica puede obtenerse a partir de:

$$\eta_p = \frac{\frac{n}{n-1}}{\frac{k}{k-1}}$$

La potencia politrópica es entonces:

$P_p = P_H / \eta_p$

En donde R=8283 J/kgmol K

Si el trabajo se lleva a cabo en varias etapas entonces

$$\tau = Ne\ \frac{k}{k-1} \times P_1 V_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{kNe}} - 1 \right]$$

En donde Ne es el número de etapas, lo cual está dado por:

$$X^{Ne} = \frac{P_f}{Pi}$$

También $Ne = \frac{\log P_{final} - \log P_{inicial}}{\log X}$

X es la relación de compresión que no excede a 4

Para una compresión politrópica:

$$\tau = Ne\ \frac{n}{n-1} \times P_1 V_1 \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{nNe}} - 1 \right]$$

En donde n es el índice politrópico.

La eficiencia politrópica se puede obtener mediante:

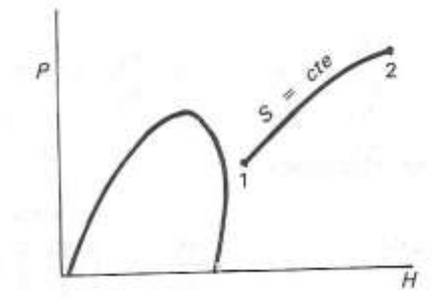
Np= (n/n-1)/(k/k-1)

El trabajo de compresión también puede hallarse mediante los diagramas de presión contra entalpía. De manera que:

$$\tau = H_2 - H_1$$

En donde H_2 y H_1 son las entalpias iniciales y finales que se obtienen de los diagramas, de manera que:

$$\mathcal{P} = \frac{G(H_2 - H_1)}{\eta}$$

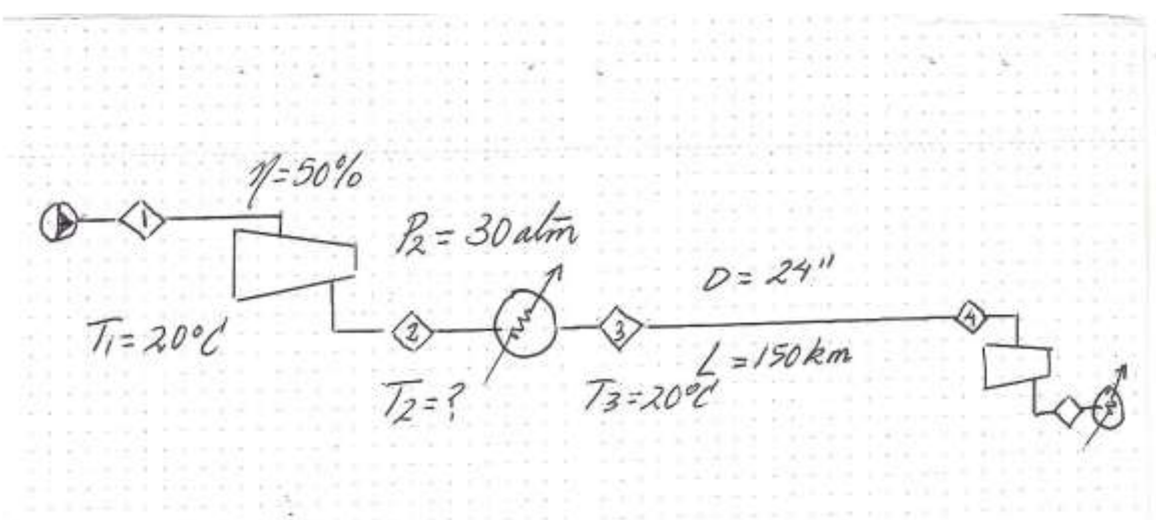


Ejemplo 12

Se tiene una línea de gas natural con estaciones de compresión cada 150 km. La presión de salida del compresor es de 30 atm y la relación de compresión es de 1.5.¿Cuál es la capacidad de una línea de 24 pulgadas de diámetro exterior y ¼ de pulgada de grueso de pared?¿Cuál será la potencia necesaria del compresor, si la compresión es isoentrópica y si o los compresores tienen una eficiencia del 50%?Si él gas llega a la estación de compresión a 20 °C, ¿a qué temperatura saldrá del compresor?¿Cuál es el ΔP_{100} para este caso?¿Qué cantidad de calor se debería quitar en el compresor para que los gases salieran a 30 Atm y 20 ° C?

Nota: El gas natural puede considerarse como esencialmente metano.

1.- Traducción.



2.- Planteamiento.

La capacidad de la línea se puede obtener fácilmente mediante una ecuación como la de Panhandle. El proceso de compresión se puede seguir en un diagrama P-H.

2.1.- Ecuación de diseño.

$$Ca = 960\left(\frac{P_1^2 - P_2^2}{L}\right)^{0.5394} D^{2.6183}$$

En la fórmula anterior, conocida como de Panhandle, se da el caudal Ca, en $\frac{m^3}{h}$ y a 1 atm y 15 ° C .En esa fórmula el D está dado en pulgadas, la presión en atm, la longitud (L) en metros.

3.- Cálculos.

3.1.- Capacidad en la línea.

Relación de compresión $\frac{P_2}{P_1} = 1.5$ por lo tanto la presión P_2 es de 20 atm.

D = 23.5 pulgadas, L = 150 000 m

$Ca = 960\left(\frac{30^2 - 20^2}{150\ 000}\right)^{0.5394} 23.5^{2.6183}$=172 178. 5 m^3/h medido a 1 atm y 15 ° C.

$\rho = \frac{1\times16}{0.082\times293}$=0.6659$\frac{kg}{m^3}$

Masa del metano M =172 178.5 X 0.6659 =114661.4 kg /h

2.2.-Condiciones del metano a la entrada del compresor.

T= 20 °C, P= 20 atm,

Densidad $\rho = \frac{16\times20}{0.082\times293} = 13.32\frac{Kg}{m^3}$; volumen específico = 0.075$\frac{m^3}{kg}$

Masa de metano =114661.4 kg /h=31.85 Kg/s=2 kg mol /s

2.3.- Trabajo de compresión.

$$\tau = \frac{k}{k-1}RT_1\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]$$

K=1.3

$$\tau = \frac{k}{k-1}RT_1\left[\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = \frac{1.3}{1.3-1} \times 0.082 \times 293\left[\left(\frac{30}{20}\right)^{\frac{1.3-1}{1.3}} - 1\right] = 10.17\,\frac{atm \times m^3}{kgmol}$$

$$\tau = 10.176\frac{atm \times m^3}{kgmol} \times \frac{101000Pa}{atm} \times \frac{N}{Pa\,m^2} = 1\,027\,813\frac{J}{kgmol}$$

Potencia $\mathcal{P}$=$1\,027\,813\frac{J}{kgmol} \times 2\frac{kgmol}{s}$=2 055 626 W

Potencia al freno $\mathcal{P}_B$ =$\frac{2\,055\,626\,W}{0.5} = 4\,111\,252\,W = 5\,518\,H.P.$

2.4.- Temperatura de salida del compresor.

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$1.5 = \left(\frac{T_2}{293}\right)^{\frac{1.3}{1.3-1}}$$

T_2 =321 K= 48 ° C

2.5 Caída de presión en 100 m.

$$\Delta P_{100} = \frac{10\,atm}{150\,000} \times 100 \times 1.033 = 6.88 \times 10^{-3}\,\frac{\overrightarrow{kg}}{cm^2}$$

2.6.- Calor

Calor Q = M CpΔT

Capacidad calorífica del metano gaseoso a la temperatura media

T_{media}= (20+48)/2 =34 ° C Cp = 0.53$\frac{kcal}{kg°C}$

Calor Q =114661.4 kg /h X 0.53 X (48-20) =1701569 kcal /h

3.- Resultados.

La capacidad de la línea es de 172 178. 5 m^3/h medido a 1 atm y 15 ° C.

El calor que se debe retirar es de 1701569 kcal /h

La caída de presión en 100 m es de $6.88 \times 10^{-3}\ \frac{\overrightarrow{kg}}{cm^2}$

La temperatura de salida del compresor es de 48 ° C.

La potencia del compresor es de $5\ 518\ H.P.$

Ejercicios sugeridos de auto evaluación

1.-Un ventilador que opera a 850 rpm tiene las siguientes características:

Ca= 7 m^3/presión estática =0.0762 m de agua y potencia 7 HP. Si se varía la velocidad a 1150 RPM, encuentre el caudal, la presión y la potencia nueva.

R.- El nuevo caudal es de 9.47 m^3/s, la presión estática es de 0.139 m de agua y la potencia de 17.33 HP.

2.- Una serie de compresores de una sola etapa tienen que comprimir 7.56 X 10^3 kg mol /min de metano gaseoso que está a 25° C y 138 kilo pascales (absolutos) hasta 550 kilo pascales absolutos. Calcule la potencia requerida si la compresión es adiabática, la eficiencia del 80 % ¿Cuál será la temperatura de salida del metano?

R.- La potencia requerida es de 7.75 x 10^5 H.P. La temperatura de salida es de 124.6 ° C.

3.- Determine el trabajo que desarrollará un ventilador que suministra nitrógeno con una densidad de 1.2 kg /m^3 desde un depósito a una instalación. En el depósito la presión manométrica es de 60 mm de agua y en la instalación de 74 mm. Las pérdidas en la línea de succión son de 19 mm de agua y en la descarga de 35 mm. La velocidad del gas a la descarga es de 11.2 m /s.

R.- el trabajo desarrollado es de 63 kgm /kg.

4.-Por una tubería de acero de 3 pulgadas circula nitrógeno a 17 ° C. La presión de entrada del nitrógeno en la tubería es de 50 atm y su longitud equivalente es de 300m. Determine la presión de salida correspondiente al flujo máximo y el valor de este.

R. La presión crítica es de 6.05 atm. El flujo máximo es de 2165 kg /m^2s.

5.-Se hace circular propano a través de una línea horizontal de acero de 0.0265 m de diámetro interno y 300 m de longitud. La presión absoluta a la entrada es de 54.25 atm, mientras que a la salida es de 40 at. Calcule el gasto másico de propano que circula, suponiendo un flujo isotérmico a 104 °C.

R.- El gasto másico es de 0.88 kg /s.