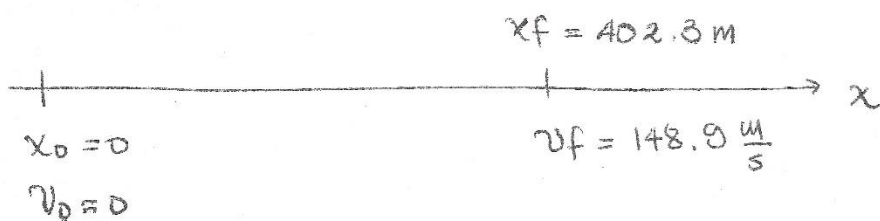


Ejemplos sencillos de cinemática. RESUELTOS

a) Movimiento horizontal

- Un auto de carreras muy poderoso, parte del reposo y puede recorrer 402.3 m, desarrollando una velocidad en ese punto, de 148.9 m/s. Suponga que el auto tiene una aceleración constante durante todo el recorrido.

- a) ¿Cuál es el valor de la aceleración?
b) ¿Cuánto tarda el auto de carreras en recorrer los 402.3 m?



$$x_f - x_0 = \cancel{v_0 t} + \frac{1}{2} a t^2 \quad \text{1 ec. 2 incógn.}$$

$$\cancel{v_f^2 - v_0^2} = 2a(x_f - \cancel{x_0}) \quad \text{1 ec 1 incógn.}$$

$$\frac{v_f^2}{2(x_f)} = a = \frac{(148.9 \text{ m/s})^2}{2(402.3 \text{ m})} = 27.555 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

4 cifras significativas

$$a = 27.56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

para el tiempo:

$$v_f = \cancel{v_0} + at$$

$$t = \frac{v_f}{a} = \frac{148.9 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{27.555 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 5.4036 \text{ s}$$

$$t = 5.404 \text{ s}$$

b) Movimiento horizontal de dos objetos, simultáneamente

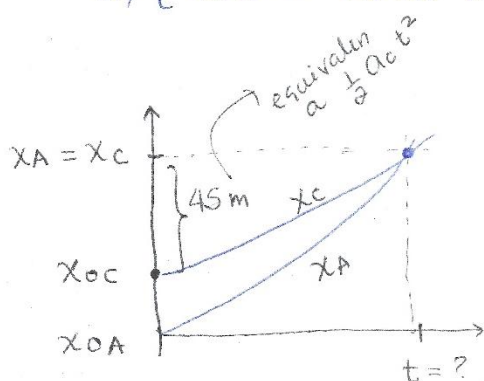
Un automóvil y un camión parten del reposo en un mismo instante, encontrándose inicialmente el automóvil a determinada distancia detrás del camión.

El camión y el automóvil tienen una aceleración constante de 1.2 m/s^2 y de 1.8 m/s^2 , respectivamente.

Cuando el camión ha recorrido 45 m es rebasado por el automóvil

a) ¿Cuánto tardó el automóvil en rebasar al camión?

Ecuaciones cinemáticas



$$X_c = X_{oc} + v_{oc} t + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$X_c = X_{oc} + \frac{1}{2} a_c t^2 \quad \dots (1)$$

$$X_A = X_{OA} + v_{OA} t + \frac{1}{2} a_A t^2$$

$$X_A = \frac{1}{2} a_A t^2 \quad \dots (2)$$

ahora bien

$$X_{oc} = X_c - 45 \text{ m}$$

sustituyendo en (1)

$$X_c = X_c - 45 \text{ m} + \frac{1}{2} a_c t^2$$

$$\frac{1}{2} a_c t^2 = 45 \text{ m}$$

resolviendo para t

$$t = \sqrt{\frac{45 \text{ m} \cdot 2}{1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = \sqrt{75 \text{ s}^2} = 8.66 \text{ s}$$

$$\underline{t = 8.7 \text{ s}}$$

Para conocer la distancia de separación: de (2)

$$X_A = \frac{1}{2} (1.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (8.66 \text{ s})^2$$

$$X_A = 67.5 \text{ m}$$

$$X_c = 67.5 \text{ m}$$

resolviendo para X_{oc} de (1)

$$X_{oc} = X_c - \frac{1}{2} a_c t^2 = 67.5 \text{ m} - \frac{1}{2} (1.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (8.66 \text{ s})^2$$

$$\underline{X_{oc} = 22.5 \text{ m}}$$

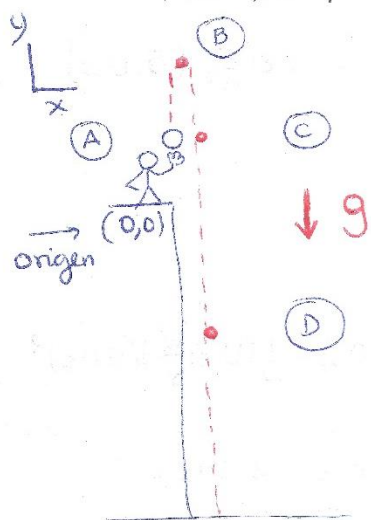
c) Movimiento vertical

No es un mal lanzamiento para un novato

Serway, Física I, pp. 42

A una piedra que se lanza desde lo alto de un edificio se le da una velocidad inicial de $20.0 \frac{m}{s}$ directo hacia arriba. El edificio tiene $50.0 m$ de alto y la piedra apenas libra el borde del techo en su camino hacia abajo.

- (A) Use $t_A = 0$ como el tiempo cuando la piedra deja la mano del lanzador en la posición (A) y determine el tiempo en que la piedra llega a su altura máxima



$$v_{iy} = 20.0 \frac{m}{s} \quad v_{fy} = 0$$

$$v_{fy} = v_{iy} + a_y t = v_{iy} - g t$$

$$0 = 20.0 \frac{m}{s} - (9.81 \frac{m}{s^2}) t_B$$

$$t_B = \frac{-20.0 \frac{m}{s}}{-9.81 \frac{m}{s^2}} = \boxed{2.04 s} \quad \sim \text{es un tiempo de vuelo.}$$

- (B) Encuentre la altura máxima de la piedra

$$y_f - y_i = v_{iy} t + \frac{1}{2} a_y t^2 = 20.0 \frac{m}{s} t_B - \frac{g(t_B)^2}{2}$$

$$y_f = 20.0 \frac{m}{s} (2.04 s) - \frac{9.81 \frac{m}{s^2} (2.04 s)^2}{2} = \underline{20.4 m}$$

$$y_f - y_i = \frac{v_{fy}^2 - v_{iy}^2}{2a} = \frac{v_{iy}^2}{-2g} = \frac{(20.0 \frac{m}{s})^2}{2(9.81 \frac{m}{s^2})} = \underline{20.4 m}$$

Continúa.....

C) Determine la velocidad de la piedra cuando regresa a la altura desde la que se lanzó

desde el punto en que se lanzó

(A) → (C)

$$v_{fy} = v_{iy} - g t_c = 20.0 \frac{m}{s} - (9.81 \frac{m}{s^2})(2.04s) \cdot 2$$

$$v_{fy} = -20.0 \frac{m}{s}$$

desplazamiento en la dirección negativa
20.4 m → 0 m

desde su altura máxima

(B) → (C)

$$v_{fy} = v_{iy} - g t_c = -9.81 \frac{m}{s^2} (2.04s)$$

$$v_{fy} = -20.0 \frac{m}{s}$$

D) Encuentre la velocidad y la posición de la piedra en $t = 5.00 s$

desde el punto en que se lanzó

(A) → (D)

$$v_{fy} = v_{iy} - g t_D = 20.0 \frac{m}{s} - 9.81 \frac{m}{s^2} (5.0s)$$

$$v_{fy} = -29.0 \frac{m}{s}$$

$$y_f - y_i = v_{iy} t_D - \frac{1}{2} g t_D^2 = 20.0 \frac{m}{s} (5.0s) - \frac{1}{2} (9.81 \frac{m}{s^2}) (5.0s)^2$$

$$y_f = -22.6 m$$

$$(5.0s - 2.04s)$$

desde su altura máxima

(B) → (D)

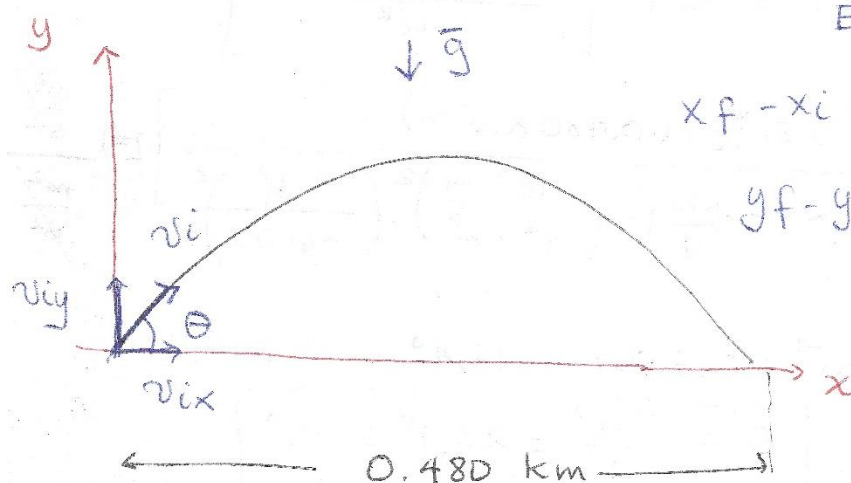
$$v_{fy} = v_{iy} - g t = - (9.81 \frac{m}{s^2}) (2.96s) = -29.0 \frac{m}{s}$$

$$y_f - y_i = v_{iy} t - \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow y_f = 20.4m - \frac{(9.81)(2.96s)^2}{2}$$

$$y_f = -22.6 m$$

d) Movimiento de proyectil

Se hace un disparo con un arma de fuego desde el piso, con velocidad de 288 km/h. Si se requiere que la distancia horizontal recorrida por el proyectil sea de 0.480 km, ¿cuál es el ángulo de elevación adecuado?



Ecuaciones tiro proyectil

$$x_f - x_i = v_{ix} t$$

$$y_f - y_i = v_{iy} t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$v_{ix} = v_i \cos \theta$$

$$v_{iy} = v_i \sin \theta$$

$$x_f - x_i = 0.480 \times 10^3 \text{ m} = v_i \cos \theta \cdot t$$

resuelvo para t

$$t = \frac{0.480 \times 10^3 \text{ m}}{v_i \cos \theta}$$

$$y_f - y_i = 0 = v_i \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\frac{v_i \sin \theta t}{t} = \frac{1}{2} g t^2 \rightarrow v_i \sin \theta = \frac{1}{2} g t$$

$$v_i \sin \theta = \frac{1}{2} g t$$

mismas 2 incógnitas

Sustituyo la expresión del tiempo de vuelo:

$$v_i \sin \theta = \frac{1}{2} g \left[\frac{0.480 \times 10^3 \text{ m}}{v_i \cos \theta} \right] \quad 1 \text{ ec. 1 incógnita}$$

Resuelvo para el ángulo θ

$$2 \sin \theta \cos \theta = \frac{g [0.480 \times 10^3 \text{ m}]}{v_i^2} = \sin 2\theta$$

identidad trigonométrica

Continúa.....

$$\cancel{\sin^{-1}(\sin 2\theta)} = \sin^{-1} \left[\frac{9 (0.480 \times 10^3 \text{ m})}{v_i^2} \right]$$

$$2\theta = \sin^{-1} \left[\frac{(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) (0.480 \times 10^3 \text{ m})}{\left[288 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right]^2 \left(\frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right)^2 \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right)^2} \right] \quad \left[= 1 \frac{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \right]$$

$$2\theta = \sin^{-1}(0.735) = 47.4^\circ$$

$$\theta = \frac{47.4^\circ}{2} = 23.7^\circ = 24^\circ$$

Movimiento circular uniforme

- ① Un reproductor de discos compactos de audio (CD) gira a una velocidad angular de 32.5 radianes por segundo cuando toca una pista con un radio de 4.0 cm.

¿Cuál es la rapidez lineal en el radio?

¿Cuál es la frecuencia en revoluciones por minuto?

Nota: Para expresar un ángulo en radianes, se asigne una magnitud angular de 2π radianes al círculo completo; así, cualquier ángulo arbitrario es una fracción idéica de 2π .

Como 2π radianes = 360° , se concluye que

$$1 \text{ radian} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{360^\circ}{2 \times 3.14159} = 57.2958^\circ$$

$$\text{Dato: } 32.5 \frac{\text{radianes}}{\text{s}} \left(\frac{57.2958^\circ}{1 \text{ radian}} \right) \left(\frac{2\pi [4.0 \times 10^{-2} \text{ m}]}{360^\circ} \right) = 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

rapidez
lineal

frecuencia en revoluciones por minuto

$$1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1.3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \left(\frac{1 \text{ rev}}{2\pi [4.0 \times 10^{-2} \text{ m}]} \right) \left(\frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right) = 310 \frac{\text{rev}}{\text{min}}$$

f) Movimiento circular con ecuación de cinemática

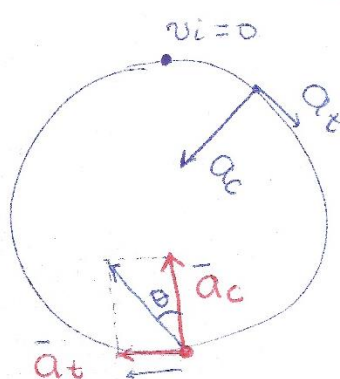
-) Un automóvil de carreras parte del reposo en una pista circular. Su rapidez aumenta debido a una aceleración constante a_t , conforme da vueltas a la pista. Encuentre el ángulo que forma el vector aceleración total del automóvil con el radio que conecta al centro de la pista y el auto, en el instante que el automóvil completa las 3 1/2 revoluciones.

3.5 rev

$$\vec{a}_{TOTAL} = \vec{a}_t + \vec{a}_r$$

$$|a_{TOTAL}| = \sqrt{a_t^2 + a_r^2}$$

$$|\vec{a}_r| = \frac{v_f^2}{r}$$



$$\vec{v} \uparrow 3\frac{1}{2} \text{ rev} = 3\frac{1}{2} \text{ vueltas} \\ = 3\frac{1}{2} (2\pi r)$$

No hay dato del tiempo, emplearé una ec. cinemática no explícita en el tiempo para a_t

$$v_f^2 - v_i^2 = 2 a_t (x_f - x_i)$$

$$\frac{v_f^2}{2(x_f - x_i)} = a_t = \frac{v_f^2}{2(2\pi r)(3.5)}$$

$$\tan \theta = \frac{\text{cat op}}{\text{catady}} = \frac{a_t}{a_r}$$

Quiero saber el ángulo del vector total

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{a_t}{a_r} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{v_f^2}{2(2\pi r)(3.5)}}{\frac{v_f^2}{r}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{1}{2(2\pi)(3.5)} \right)$$

$$\theta = \tan^{-1} (0.0227)$$

$$\boxed{\theta = 1.3^\circ}$$

con 2 cifras signif.

g) Movimiento relativo

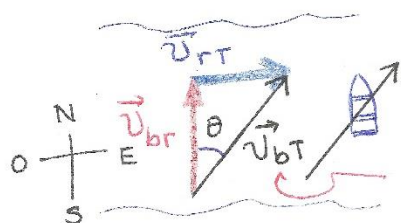
Ejemplo ① Movimiento relativo (Serway/Jewett, pag 97, Física 1)

Un bote que cruza un río

Un bote que cruza un río ancho se mueve con una rapidez de 10.0 km/h en relación con el agua. El agua en el río tiene una rapidez uniforme de 5.00 km/h hacia el Este en relación con la Tierra.

- a) Si el bote se dirige hacia el norte, determine la velocidad del bote en relación con un observador que está de pie en cualquier orilla.
- b) Si el bote viaja con la misma rapidez de 10 km/h en relación con el río y debe viajar al norte, ¿hacia dónde se debe dirigir?

Solución a)



velocidad del bote en relación al río $\vec{v}_{br} = 10.0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

velocidad del río en relación con la Tierra

$$v_{RT} = 5.00 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

suma de velocidades $\Rightarrow$ posición corriente abajo.

$$\vec{v}_{BT} = \vec{v}_{br} + \vec{v}_{RT}$$

se manejan como vectores

vector en 2-D

$$|\vec{v}_{BT}| = \sqrt{v_{br}^2 + v_{RT}^2} = \sqrt{\left(10.0 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 + \left(5.00 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2}$$

$$|\vec{v}_{BT}| = 11.2 \text{ km/h}$$

y la dirección del vector $\vec{v}_{BT}$

$$\tan \theta = \frac{v_{RT}}{v_{br}} = \frac{5.00 \text{ km/h}}{10.0 \text{ km/h}}$$

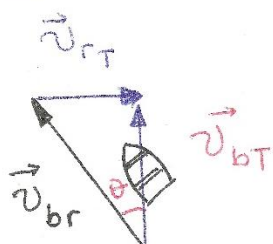
$$\theta = 26.6^\circ$$

con respecto al norte N. (noreste)

Continúa....

Solución b)

(7)



El bote se debe dirigir corriente arriba para ir recto hacia el norte.

$\Rightarrow$ Se forma un nuevo triángulo rectang.

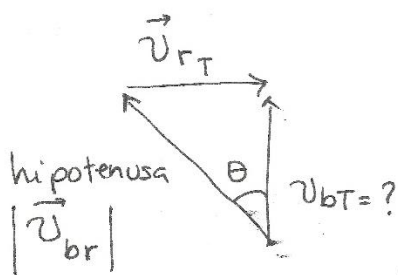
cateto opuesto $\vec{v}_{RT} = 5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ Este

hipotenusa $|\vec{v}_{BT}| = 10.0 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

$|\text{velocidad}| = \text{rapidez}$
fija para el bote

se requiere que $\vec{v}_{BT}$ se dirija a través del río (dirección Norte)

hallar su tamaño o magnitud



$$|\vec{v}_{BT}| = \sqrt{v_{br}^2 - v_{RT}^2}$$

$$b = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$|\vec{v}_{BT}| = \sqrt{\left(10.0 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2 - \left(5.00 \frac{\text{km}}{\text{h}}\right)^2}$$

$$|\vec{v}_{BT}| = 8.66 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{v_{RT}}{v_{BT}} \right) = \left(\frac{5.00 \text{ km/h}}{8.66 \text{ km/h}} \right) = 30.0^\circ = \theta$$

El bote debe dirigirse 30° al noroeste (corriente arriba), para viajar directamente al norte a través del río.