FUERZA DE UN RESORTE *fragmento tomado de Física Vol. 1 Resnick, Halliday, Krane, 2017*

Un ejemplo de **fuerza variable** unidimensional es la que ejerce un resorte cuando se le estira o cuando se le comprime. En la figura 1a. se muestra un cuerpo unido a un resorte. Cuando no se aplica fuerza alguna, el resorte no está estirado y el cuerpo se haya en x = 0. A esto le llamamos **estado relajado**. Supóngase que se le aplica una fuerza externa $\overrightarrow{F_{ext}}$ al cuerpo, y el resorte se estira (Figura 1a.) o se comprime (Figura 1b.). El resorte ejerce una fuerza $\overrightarrow{F_s}$ que se opone a ella. La fuerza del resorte a veces recibe el nombre de **fuerza restauradora**, porque siempre opera en una dirección que regresa al cuerpo a su lugar anterior x = 0. Supondremos que el cuerpo se desplaza lentamente, de modo que consideraremos que siempre está en equilibrio. En este caso $\overrightarrow{F_{ext}} = -\overrightarrow{F_s}$.

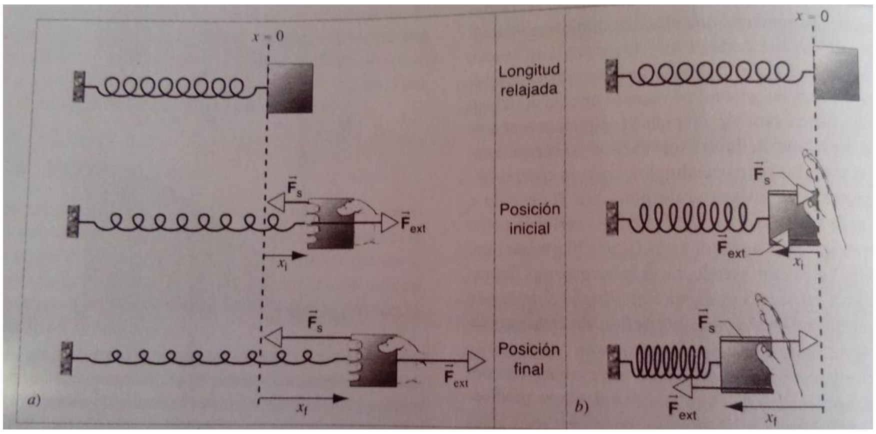


Figura 1. Un cuerpo sujetado a un resorte se encuentra en x = 0, cuando el resorte está relajado. Una fuerza externa hace pasar el cuerpo del desplazamiento inicial $\overrightarrow{x_i}$ al final $\overrightarrow{x_f}$. El eje x es positivo a la derecha. 1a) Estiramiento. 1b) Compresión

Note que la fuerza del resorte **no es constante**: cuanto más se modifique la longitud del resorte, mayor será la fuerza que ejerce. En la generalidad de los resortes, la magnitud de esta fuerza restauradora **varía linealmente con la distancia** en que se extiende o se comprime respecto a su longitud relajada. En una dimensión, podemos escribir en la siguiente expresión el componente x de la fuerza que el resorte ejerce sobre el cuerpo unido a él:

$$\overrightarrow{F_s} = -k\,\Delta\vec{x} \qquad (1)$$

que se conoce como **ley de Hooke**. A la constante *k* de la ecuación (1) se le conoce como **constante de fuerza del resorte** (o algunas veces, como constante del resorte), y su unidad en SI es newton por metro (N/m). **Siempre es una cantidad positiva**. Es una medida de la fuerza necesaria para estirar un resorte en una cierta extensión; los resortes más rígidos poseen valores mayores de *k*. La ecuación (1) es válida mientras no tengamos que estirarlo más allá de ciertos límites (límite de comportamiento elástico).

El signo de menos en la ecuación (1), recuerda que la dirección de la fuerza del resorte siempre es contraria a desplazamiento del cuerpo ∆x, de su posición cuando el resorte se halla en estado relajado (que definimos como x = 0). Cuando está estirado y si se usa el sistema coordenado de la Figura 1, ∆x > 0 y, en consecuencia $\overrightarrow{F_s}$ es negativa, lo cual indica que la fuerza del resorte actúa a la izquierda. Cuando está comprimido, entonces ∆x < 0 y $\overrightarrow{F_s} > 0$

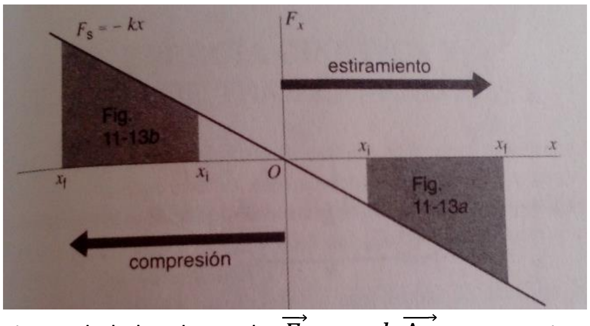
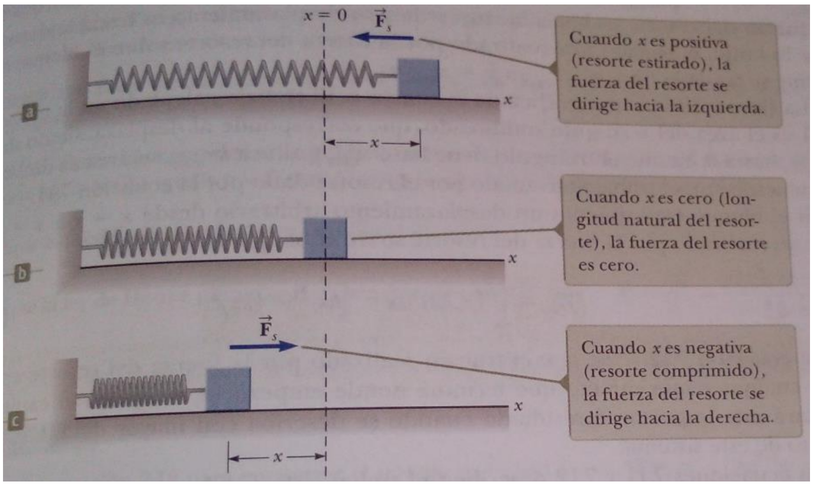


Figura 2. Comportamiento de la ley de Hooke $\overrightarrow{F_s} = -k\,\overrightarrow{\Delta x}$, para estiramiento y compresión

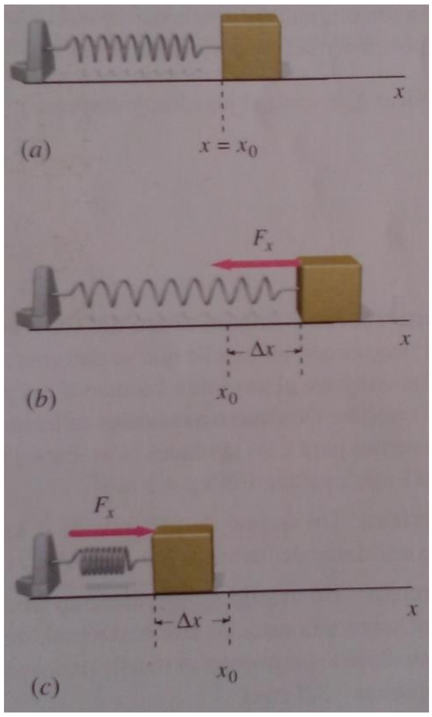
Para mayor referencia sobre el tema, también se incluyen ilustraciones de otros textos de física universitaria:



La fuerza que ejerce un resorte sobre un bloque varía con la posición *x* del bloque respecto a la posición de equilibrio *x = 0*.

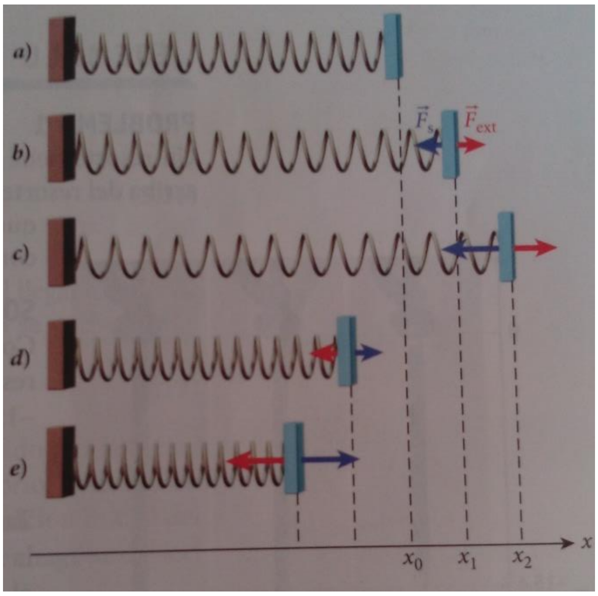
a) *x* es positiva; b) *x* es cero; c) *x* es negativa.

Física para ciencias e ingeniería, Volumen 1, Serway y Jewett, Cengage Learning, 2015



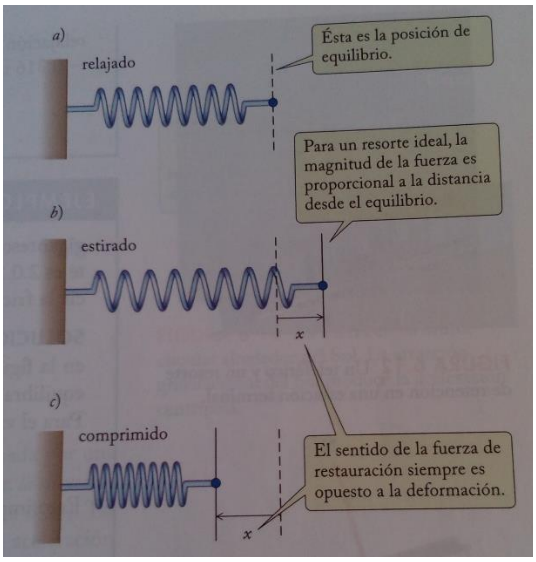
Muelle horizontal. (a) Cuando el muelle no está tenso. (b) Cuando el muelle se estira, de modo que Δx es positivo. (c) Cuando el muelle se comprime, de modo que Δx es negativo.

Física para la ciencia y la tecnología, Volumen 1, Tipler y Mosca, Reverté 2005



Fuerza del resorte. El resorte está en su posición de equilibrio en a); está estirado en b) y c); y está comprimido en d) y e).

Física para ingeniería y ciencias, Volumen 1, Bauer y Westfall, Mc Graw Hill, 2014



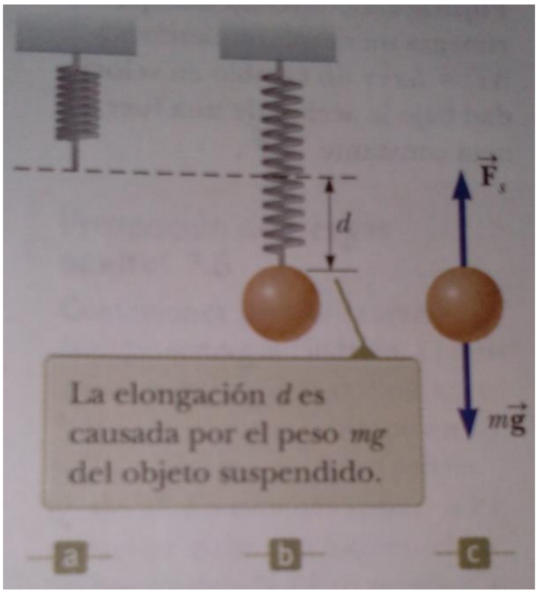
a) Resorte relajado. b) resorte estirado en una longitud x. c) Resorte comprimido en una longitud x.

Física para ingeniería y ciencias, Volumen 1. Mc Graw Hill, 2009

A continuación, a manera de ejemplo del uso de Segunda ley de Newton combinado con el uso de ley de Hooke, se muestran algunos ejercicios resueltos, cambiando la dirección del eje de coordenadas vertical.

Tomado de Física para ciencias e ingeniería, pág 187, Capítulo 7, Volumen 1, Serway y Jewett, Cengage Learning, 2015

Se muestra en la figura una técnica común utilizada para medir la constante de fuerza de un resorte. El resorte cuelga verticalmente, y un objeto de masa m se coloca en su extremo inferior. Bajo la acción de la "carga" mg, el resorte se estire una distancia d respecto a su posición de equilibrio.
Si un resorte es estirado 2.0 cm por un objeto suspendido de masa 0.55 kg, ***¿Cuál es la constante del resorte?***



Resolución cuando el **eje vertical es positivo hacia arriba**
Ecuación vectorial de 2da. ley de Newton

$$\sum \vec{F_y} = \vec{F_s} + m\vec{g} = m\vec{a}_y = 0$$
$$\sum F_y = F_s - mg = 0$$
$$F_s = mg$$

Sustituyendo ley de Hooke del lado izq. de la igualdad

$$-k\,\Delta y = mg$$

Note que Δy ó d es negativa

$$k = -\frac{mg}{\Delta y} = -\frac{mg}{(-d-0)} = -\frac{(0.55\,kg)(9.81\frac{m}{s^2})}{(-2.0x10^{-2}m)}$$
$$k = 2.7x10^2 N/m$$

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Resolución cuando el **eje vertical es positivo hacia abajo.**
Ecuación vectorial de 2da. ley de Newton

$$\sum \vec{F_y} = \vec{F_s} + m\vec{g} = m\vec{a}_y = 0$$

Sustituyendo ley de Hooke del lado izq. de la igualdad

$$\sum F_y = -k\,\Delta y + mg = 0$$

$$k\,\Delta y = mg$$

Note que Δy ó d es positiva

$$k = \frac{mg}{\Delta y} = -\frac{mg}{(d-0)} = \frac{(0.55\,kg)(9.81\frac{m}{s^2})}{(2.0x10^{-2}m)} 2.7x10^2 N/m$$

Tomado de Física para la ciencia y la tecnología, pág 88, Capítulo 4, Volumen 1, Tipler y Mosca, Reverté 2005.

Un jugador de baloncesto de 110 kg se cuelga del aro del cesto después de un enceste espectacular. Antes de dejarse caer, se queda colgando en reposo, con el arillo doblado hacia abajo una distancia de 15 cm. Suponiendo que el aro se comporta como un muelle elástico, ***calcule su constante de fuerza.***

Sea y = 0 la posición original de aro

Considerar **eje "y" vertical es positivo hacia abajo**

- Δy es positivo; mg es positivo
- la fuerza ejercida por el aro es negativa

Ecuación vectorial de 2da. ley de Newton

$$\sum \vec{F_y} = m\vec{g} + \vec{F_s} = m\vec{a}_y = 0$$

Sustituyendo ley de Hooke

$$mg + (-k\Delta y) = 0$$
$$mg = k\Delta y$$
$$k = \frac{mg}{\Delta y} = \frac{(110\,kg)(9.81\frac{m}{s^2})}{(15x10^{-2}\,m)} = 7.19x10^3 N/m$$

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

Considerar **eje "y" vertical es positivo hacia arriba**
Ecuación vectorial de 2da. ley de Newton

$$\sum \vec{F_y} = \vec{F_s} + m\vec{g} = m\vec{a}_y = 0$$
$$\sum F_y = F_s - mg = 0$$

Sustituyendo ley de Hooke

$$-k\,\Delta y - mg = 0$$
$$-k\,\Delta y = mg$$
$$k = -\frac{mg}{\Delta y} = -\frac{(110\,kg)(9.81\frac{m}{s^2})}{(-15-0)x10^{-2}\,m} = 7.19x10^3 N/m$$