Unidad 7. SISTEMAS DE PARTÍCULAS

7.1 Concepto de Ímpetu

7.2 Concepto de centroide. Cálculo de centroide

7.3 Principio de conservación de ímpetu

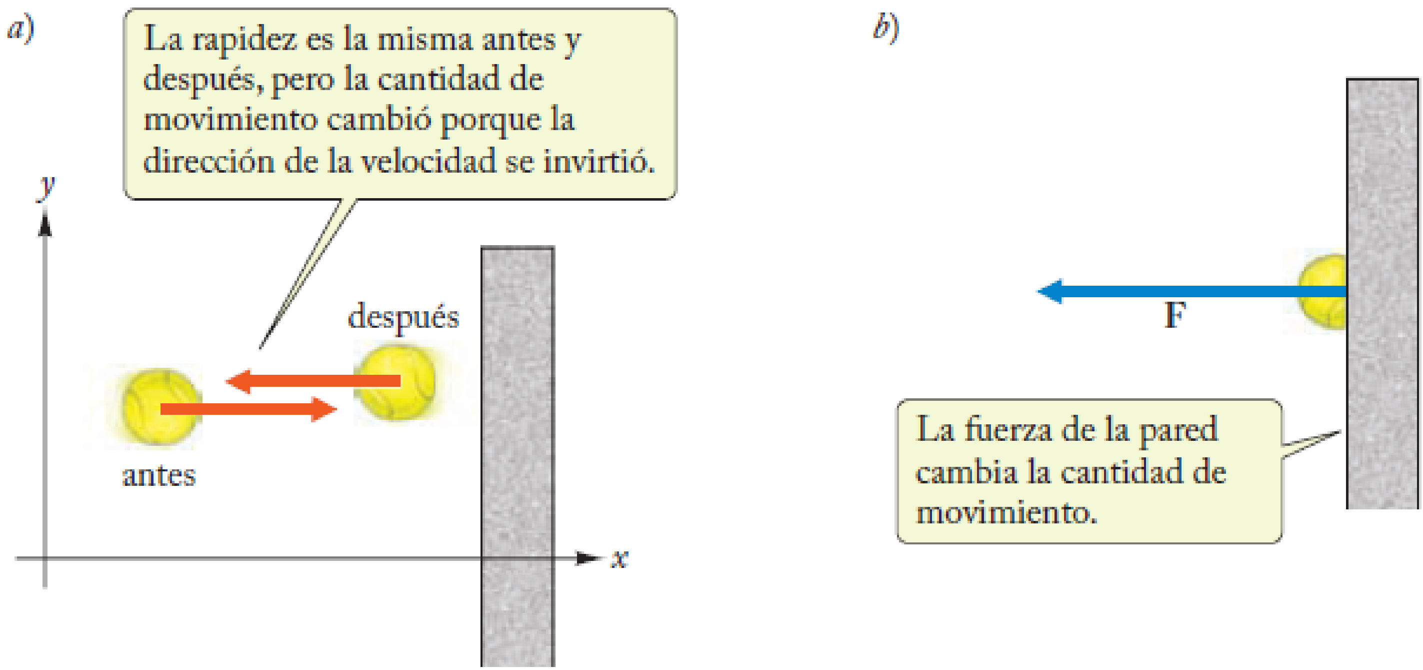
Tomado de:

- Física para ingenieria y ciencias, Volumen 1 Ohanian / Markett
- Física para ingenieria y ciencias, Volumen 1 Serway / Jewett
- Física para ingeniería y ciencias, Volumen 1 Bauer / Westfall

Ímpetu o Cantidad de movimiento de una partícula

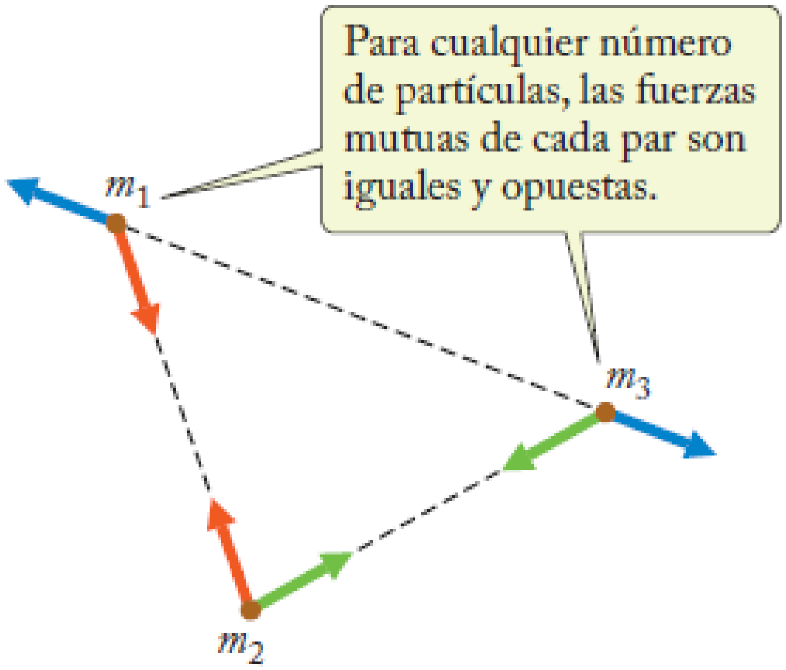
a) Una pelota de tenis rebota en una pared

b) En el instante del impacto, la pared ejerce una gran fuerza



La cantidad de movimiento de una partícula o un objeto que se modela como una partícula de masa *m* que se mueve con una velocidad ***v*** se define como el producto de la masa y la velocidad de la partícula. Como es un **vector,** la **dirección SÍ IMPORTA.**

Ímpetu o Cantidad de movimiento en un sistema de varias partículas



Tres partículas que ejercen fuerzas mutuamente.

Piense por ejemplo que las partículas son bolas de billar que entran en contacto. Los vectores ilustran fuerzas pares de 3era. Ley de Newton.

Las fuerzas mutuas entre pares de partículas simplemente intercambian ímpetu o cantidad de movimiento entre ellas.

Ímpetu = Cantidad de movimiento

p es la cantidad de movimiento de una partícula. Es un vector con la misma dirección que la velocidad. **Sus unidades son kg m/s** ***(que no son Newton)***

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$$

Primera ley de Newton en términos del ímpetu (no hay aceleración, la velocidad es constante, la masa no cambia)

$$\mathbf{p} = [\text{constante}]$$

Segunda ley de Newton en términos del ímpetu o cantidad de movimiento.

F es la fuerza neta o resultante

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$$

Segunda Ley de Newton para una partícula (así presentó Newton su segunda ley)

$$\sum \vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

La relación de cambio con el tiempo de la cantidad de movimiento o ímpetu de una partícula es igual a la fuerza neta que actúa en la partícula

CONSERVACIÓN DEL ÍMPETU O CANTIDAD DE MOVIMIENTO

es una *Ley fundamental de la mecánica*

Para un sistema dos partículas, 1 y 2, aislado de los alrededores, el balance de fuerzas de 2da. Ley de Newton da como resultado:

$$\frac{d}{dt}(\overrightarrow{p_1} + \overrightarrow{p_2}) = 0$$

Si el ímpetu no cambia con el tiempo

$$\overrightarrow{P_{TOTAL}} = \overrightarrow{P_1} + \overrightarrow{P_2} = constante$$

Y entonces será constante para un evento inicial *i* y para un evento final *f*

$$\overrightarrow{p_{1i}} + \overrightarrow{p_{2i}} = \overrightarrow{p_{1f}} + \overrightarrow{p_{2f}}$$

Para un sistema de dos partículas, considerando un estado inicial y un estado final

$$m_1\overrightarrow{v_{1i}} + m_2\overrightarrow{v_{2i}} = m_1\overrightarrow{v_{1f}} + m_2\overrightarrow{v_{2f}}$$

Ejemplo de aplicación del Principio de conservación del ímpetu:
“El arquero”

Un arquero de 60 kg está de pie en reposo sobre hielo sin fricción y dispara una flecha de 300 g horizontalmente a 80 m/s

a) ¿Con qué velocidad se mueve el arquero sobre el hielo después de disparar la flecha?

¿Con qué velocidad se mueve el arquero sobre el hielo después de disparar la flecha?

Imagine que la flecha se dispara en una dirección y el arquero retrocede en la dirección opuesta.

→ Este problema no se puede resolver con ecuaciones de movimiento, leyes de Newton o enfoque de energía. En cambio se puede resolver fácilmente con la conservación de la cantidad de movimiento o ímpetu.

"siempre que interactúan dos o más partículas en un sistema aislado, el ímpetu total del sistema permanece constante"

$$\Delta \vec{p} = \text{cero} \longrightarrow \vec{P}_f - \vec{P}_i = 0$$

$$\vec{P}_f = \vec{P}_i$$

Si 1: arquero,
2: flecha.

$$\underbrace{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}_{} = m_1 v_{1f} + m_2 v_{2f}$$

Son cero, al inicio no se mueve ni la flecha ni el arquero

$$0 = m_1 \vec{v}_{1f} + m_2 \vec{v}_{2f} \longrightarrow \vec{v}_{1f} = -\frac{m_2}{m_1} \vec{v}_{2f}$$

$$\vec{v}_{1f} = -\frac{0.030\,\text{kg}}{60\,\text{kg}} \left(85\,\hat{i}\ \frac{m}{s}\right) = -0.042\,\hat{i}\ m/s$$

Va hacia la izquierda: retrocede

Sistemas de partículas

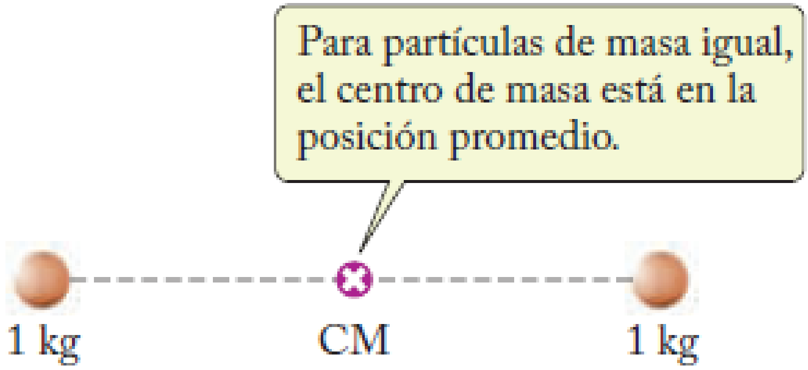
Los objetos sólido extensos pueden tener movimientos que parecen a primera vista muy complicados. Un ejemplo de tal movimiento es el salto de altura. Durante la Olimpiada de 1968 (México), el atleta Dick Fosbury (USA) ganó una medalla de oro usando una nueva técnica de salto de altura.

Si se ejecuta correctamente, la técnica permite al atleta cruzar por arriba de la barra mientras su **CENTRO DE MASA** permanence debajo de la barra, lo cual agrega altura efectiva al salto. Desde entonces ésta técnica es empleada por un gran número de atletas.

Dick Fosbury en los Juegos Olímpicos 1968, Ciudad de México

Centro de masa

Es el punto en el que podemos considerar que está concentrada toda la masa de un objeto.



Dos partículas de masas iguales y su centro de masa

Vector de posición del centro de masa, X_{CM}

$$x_{CM} \equiv \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Suma de las masas o masa total del sistema.

$$M \equiv \sum_i m_i$$

Ubicación del Centro de masa, en 3D

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i x_i$$

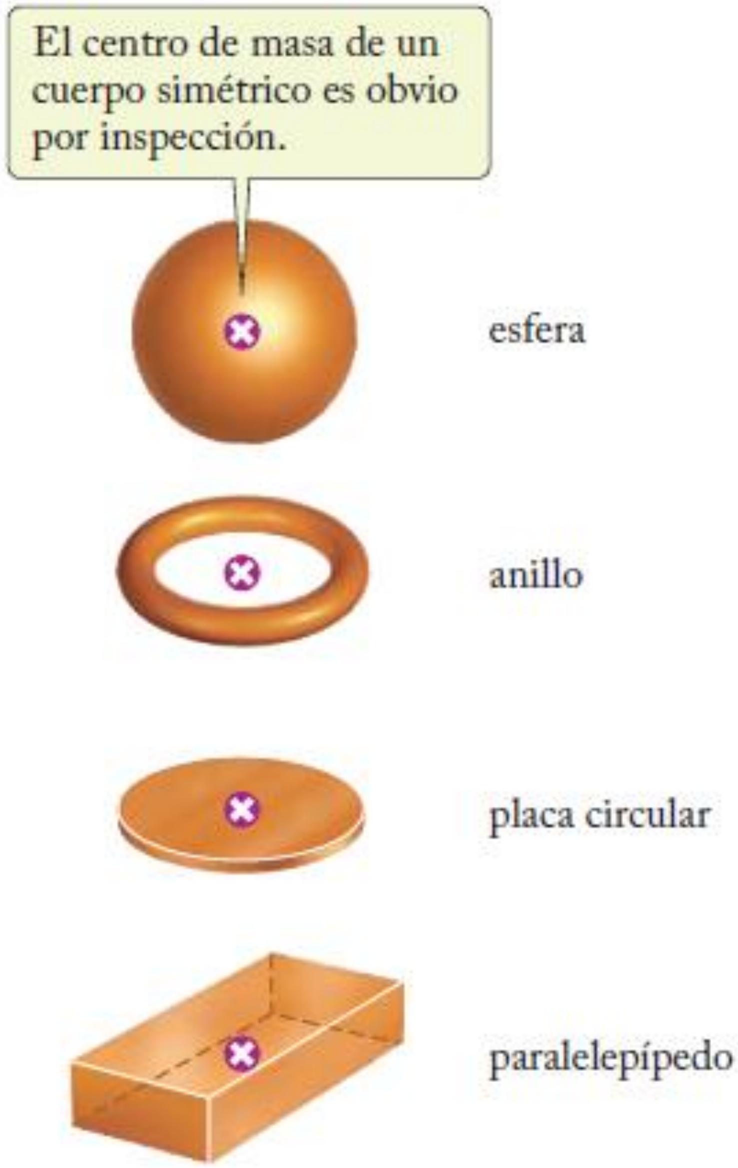
$$y_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i y_i$$

$$z_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i z_i$$

Coordenadas del centro de masa

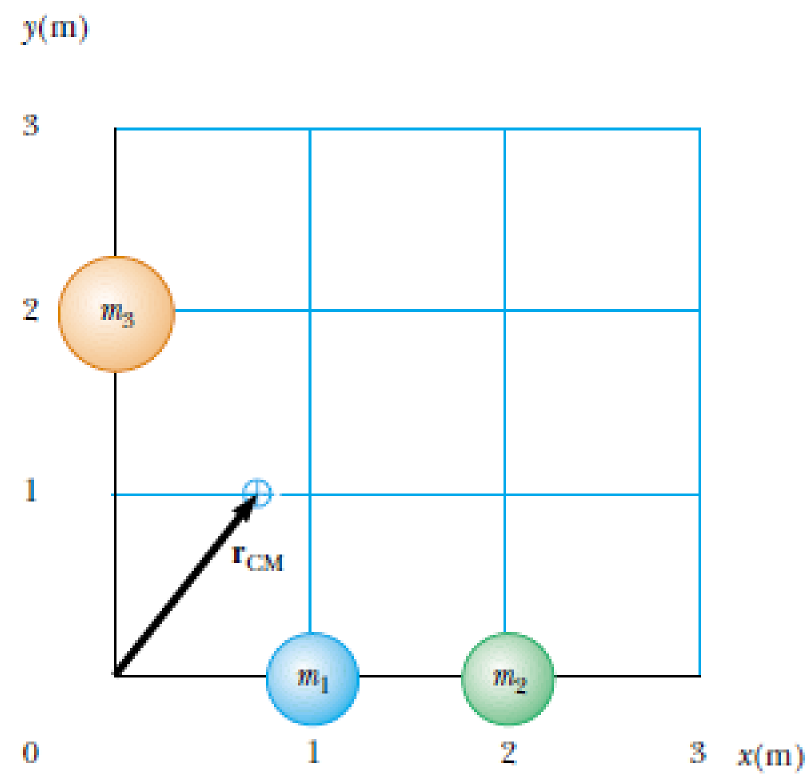
Centro de masa

Muchos cuerpos para los cuales el centro de masa coincide con el centro de su geometría



EJEMPLO 1 Sistema de partículas: Un sistema consiste de tres partículas ubicadas como se muestra en la figura. **Encuentre el vector de posición del centro de masa del sistema.**

Las masas de las partículas son $m_1 = m_2 = 1.0$ kg y $m_3 = 2.0$ kg.



$$x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{(1.0\ \text{kg})(1.0\ \text{m}) + (1.0\ \text{kg})(2.0\ \text{m}) + (2.0\ \text{kg})(0)}{1.0\ \text{kg} + 1.0\ \text{kg} + 2.0\ \text{kg}}$$

$$= \frac{3.0\ \text{kg} \cdot \text{m}}{4.0\ \text{kg}} = 0.75\ \text{m}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3}$$

$$= \frac{(1.0\ \text{kg})(0) + (1.0\ \text{kg})(0) + (2.0\ \text{kg})(2.0\ \text{m})}{4.0\ \text{kg}}$$

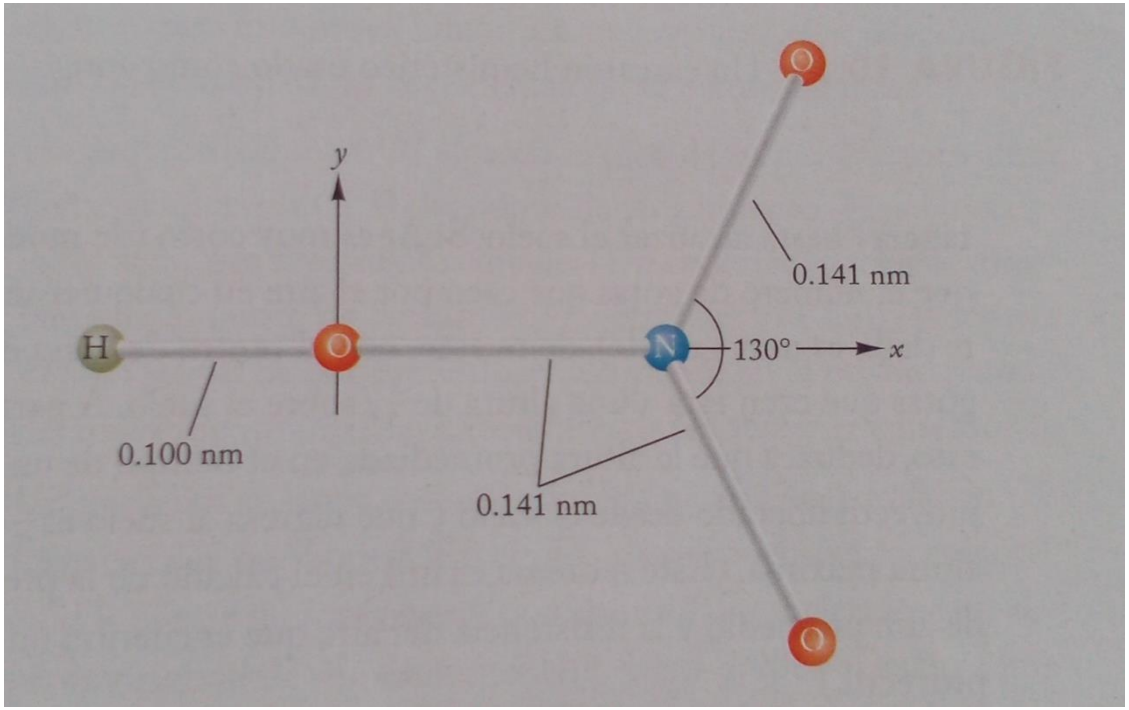
$$= \frac{4.0\ \text{kg} \cdot \text{m}}{4.0\ \text{kg}} = 1.0\ \text{m}$$

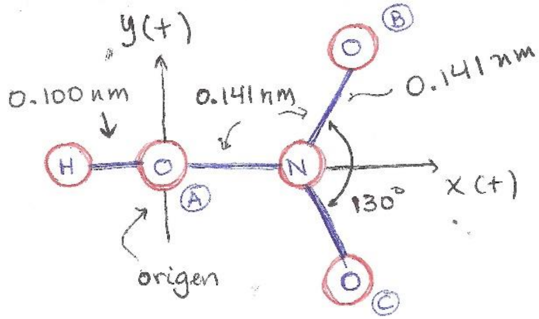
$$\mathbf{r}_{CM} \equiv x_{CM}\hat{\mathbf{i}} + y_{CM}\hat{\mathbf{j}} = \boxed{(0.75\hat{\mathbf{i}} + 1.0\hat{\mathbf{j}})\ \text{m}}$$

EJEMPLO 2 DE CÁLCULO DE CENTRO DE MASA

Se muestra la fórmula de una molécula de ácido nítrico (HNO_3) y sus dimensiones.

Considere los átomos como partículas y encuentre el centro de masa de ésta molécula





Se muestra la forma de una molécula de ácido nítrico (HNO_3) y sus dimensiones. Considere los átomos como partículas y encuentre el centro de masa de esta molécula.

distancia desde el origen hasta los oxígenos

Respuesta

Determinación de posiciones (vectores de posición) del centro de masa. Nota: el origen de los ejes está en el átomo de oxígeno horizontal.

$$x_{CM} = \sum \frac{x_i m_i}{m_i}$$

$$= \frac{x_H m_H + x_{OA} m_{OA} + x_N m_N + x_{OB} m_{OB} + x_{OC} m_{OC}}{m_H + m_{OA} + m_N + m_{OB} + m_{OC}}$$

Sustituyendo valores:

dos oxígenos

$$x_{CM} = \frac{(-0.100\ nm)(1\ uma) + (0\ nm)(16\ uma) + (0.141\ nm)(14\ uma) + 2\left(0.141\ nm + 0.141\ nm \cos\frac{130^\circ}{2}\right)(16\ uma)}{(1+16+14+16+16)\ uma}$$

$$\boxed{x_{CM} = 0.132\ nm}$$

$$y_{CM} = \sum \frac{y_i m_i}{m_i}$$

Sustituyendo valores:

$$= \frac{(0\ nm)(1\ uma) + (0\ nm)(16\ uma) + (0\ nm)(14\ uma) + (0.141\ nm)\operatorname{sen}\frac{130^\circ}{2} - \left(0.141\ nm\ \operatorname{sen}\frac{130^\circ}{2}\right)}{(1+16+14+16+16)\ uma}$$

$$\boxed{y_{CM} = 0\ nm}$$

por simetría verti de la molécula

Centro de masa de un área

Este móvil de Alexander Calder contiene un triángulo suspendido de su centro de masa

El movimiento global de un objeto o de un sistema de partículas se puede expresar en términos de un punto especial llamado

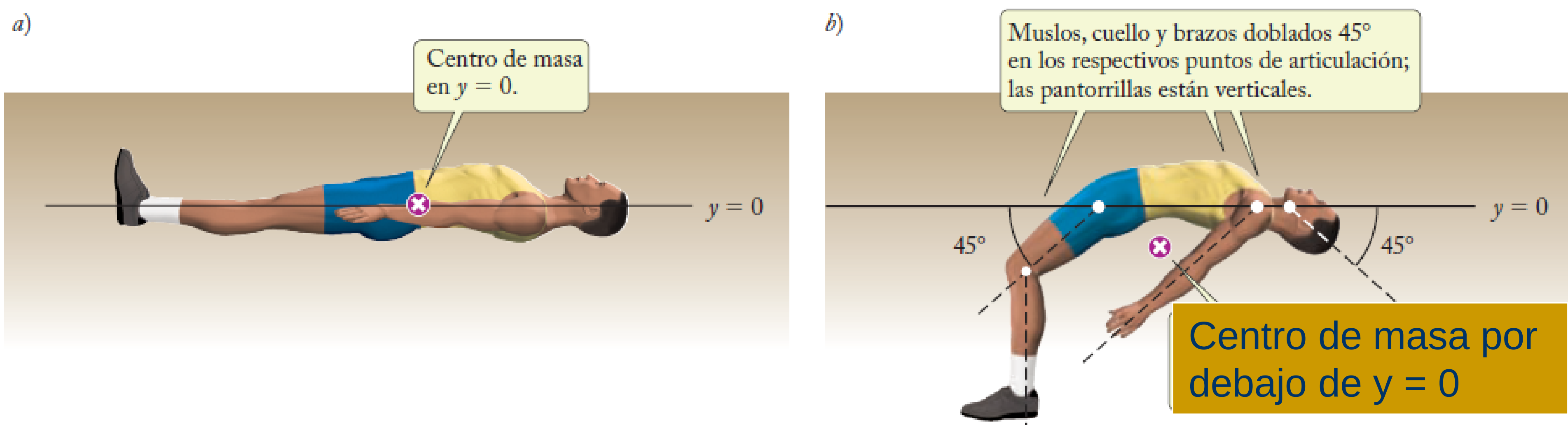
Centro de masa, CM

Energía potencial gravitacional U_g en términos de la altura del centro de masa, y_{CM}

$$U_g = Mgy_{CM}$$

$donde\ M\ es\ la\ masa\ sumada\ de\ todos\ los\ segmentos\ del\ cuerpo$

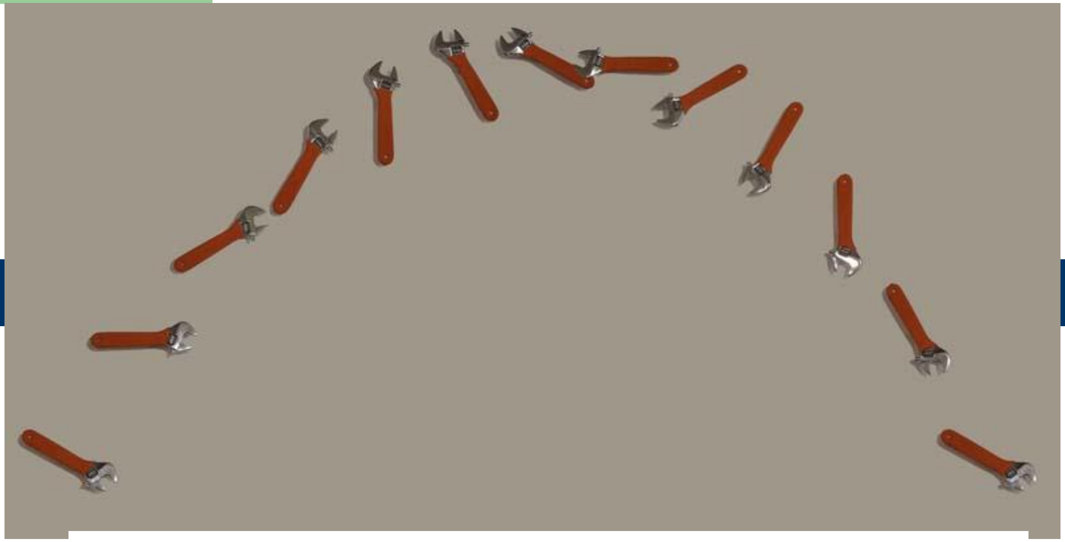
Centro de masa



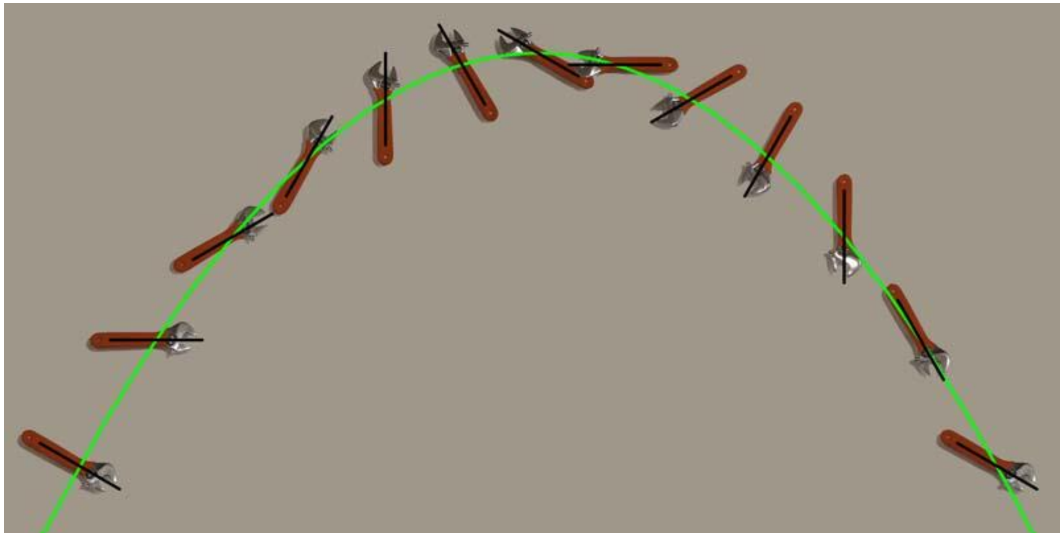
a) Posición horizontal, difícil conseguir esa altura para todo el cuerpo.

b) Saltador de altura experto, en posición arqueada hacia atrás: es más fácil conseguir mayor altura, ya que la energía potencial del centro de masa está a una altura MENOR

Ejemplo: movimiento de objetos extendidos



Llave de tuercas lanzada al aire



Parábola superpuesta al movimiento del **centro de masa**

Tarea #4 Incluya esquemas, ecuaciones y argumentos de física que soporten su respuesta

1) Un carro de masa 1200 kg se mueve hacia el Sur a 40 m/s. Después de pasar por una curva pronunciada, el auto se mueve al Oeste a 30 m/s. **¿Cuál es el cambio en la magnitud del ímpetu del auto?**

2) Una pelota de 0.20 kg, que viaja hacia el Este a 20 m/s, pega contra una pared y rebota a 18 m/s. Ilustre la situación y conteste

¿Cuál es el cambio en el ímpetu de la pelota?

3) Todas las siguientes son unidades para la cantidad de movimiento, excepto

a.	[kilogramo][metro].
b.	[kilogramo][metro]/[segundo].
c.	[kilogramo][watt]/[newton].
d.	[newton][segundo].
e.	[joule][segundo]/[metro].

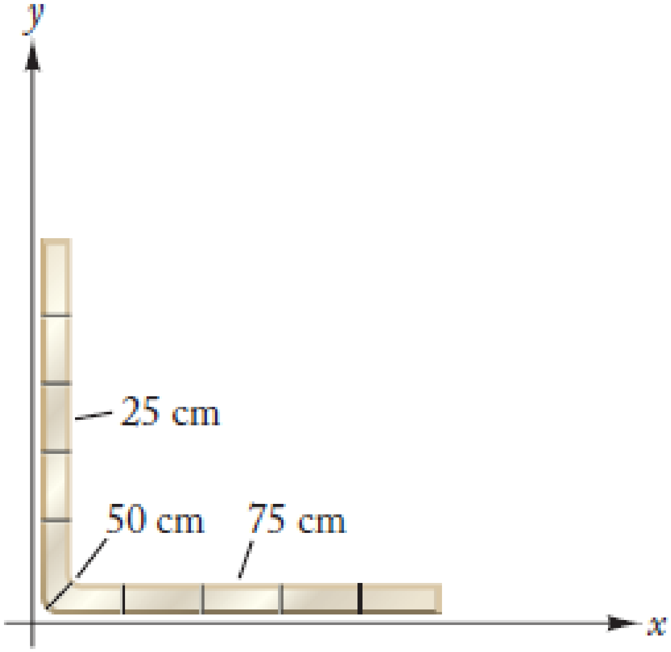
4) Para dos partículas de masas m_1 y m_2 y velocidades $\boldsymbol{v}_1$ y $\boldsymbol{v}_2$, la expresion de velocidad del centro de masa será…..

a.	$(v_1 + v_2)/(m_1 + m_2)$.
b.	$(v_1 \;\; v_2)/(m_1 + m_2)$.
c.	$(v_1 \;\; v_2)/(m_1 + m_2)$.
d.	$(m_2v_1 + m_1v_2)/(m_1 + m_2)$.
e.	$(m_1v_1 + m_2v_2)/(m_1 + m_2)$.

5) El centro de masa de un objeto se localiza

a.	Siempre al interior del objeto.
b.	Siempre al exterior del objeto.
c.	Siempre en el centro geométrico.
d.	Siempre en el centro de simetría.
e.	Adentro o afuera del objeto, depende de cómo esté distribuida la masa

Tarea #4 Incluya esquemas y ecuaciones y argumentos de física que soporten su respuesta



6) Calcule la posición del centro de masa de un metro doblado 90° en su punto medio.