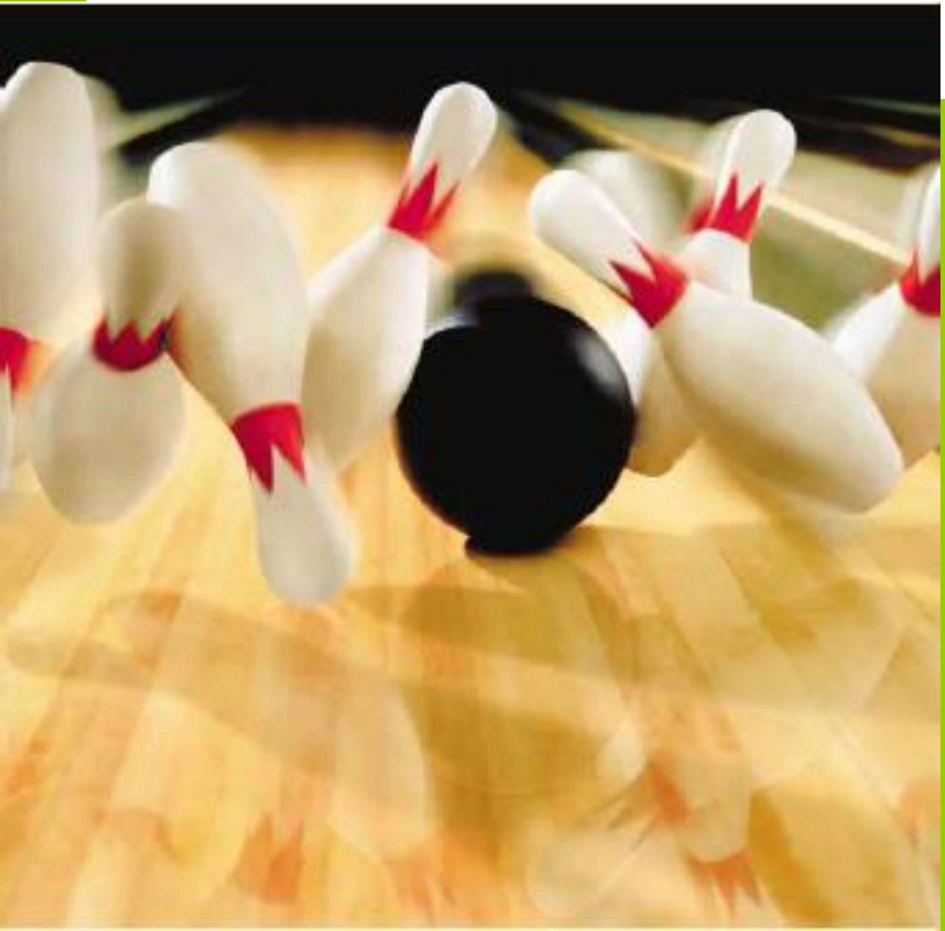
Unidad 8. Ejercicios de Colisiones
8.4 Impulso
8.5 Teorema del Impulso-Ímpetu



Tomado de:

- Física para ingenieria y ciencias, Volumen 1, Ohanian / Markett
- Física para ingenieria y ciencias, Volumen 1, Serway / Jewett
- Física para ingeniería y ciencias, Volumen 1, Bauer / Westfall

8.1 Colisión elástica

Se cumplen las dos siguientes ecuaciones:

1) Conservación de ímpetu o cantidad de movimiento: $\vec{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{i}} = \vec{\boldsymbol{p}}_{\boldsymbol{f}}$

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2\, \vec{v}_{2i} = m_1 \overrightarrow{v_i f} + m_2 \overrightarrow{v_{2f}}$$

2) Conservación de energía cinética: $K_i = K_f$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

(a) (b)

8.1 Colisión elástica

Con algunos pasos de álgebra, a partir de estas ecuaciones independientes ↓

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2\, \vec{v}_{2i} = m_1 \overrightarrow{v_i f} + m_2 \overrightarrow{v}_{2f}$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2$$

se obtienen las siguientes expresiones para la velocidad final de las dos partículas participantes en el choque:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{2 m_2}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2 m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \right) v_{2i}$$

Realice la siguiente actividad lúdica y corrobore los resultados

Vamos a necesitar lo siguiente:

- *Dos pequeñas pelotas iguales: pueden ser canicas, de ping pong, de goma, naranjas…, pero que sean iguales.*
- *Una pelota un poco mayor a las dos anteriores*
- *Un balón grande, puede ser de futbol, volley bol, de basquet, bola de boliche….*

Realizará experimentalmente la colisión de dos pelotas, como se indica en las siguientes láminas y corroborará sus observaciones con los resultados que proporcionan las ecuaciones:

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i} \qquad v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

¿ Listo para jugar?

Cuatro Colisiones elásticas frontales

vamos a suponer que se conocen las masas m y las velocidades iniciales $\boldsymbol{v_i}$ de los dos objetos en colisión

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

$$v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right) v_{2i}$$

- Colisión 1: Chocarán de frente dos pelotas iguales (de masa igual $m_1 = m_2$). ¿Qué observa tras el choque?

Respuesta $\upsilon_{1f} = \upsilon_{2\,i}$ $\upsilon_{2f} = \upsilon_{1\,i}$

Las partículas intercambian velocidades si tienen masas iguales

- Colisión 2: Chocarán de frente dos pelotas de masas diferentes, pero una de ellas está en reposo $\upsilon_{2i} = 0$ y la otra en movimiento hacia ella.

Respuesta el segundo sumando en la ecuación de la derecha desaparace, las velocidades son sólo función de las masas y de υ_{1i}

Cuatro Colisiones elásticas frontales *continúa*

$$v_{1f} = \left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)v_{2i} \qquad v_{2f} = \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{1i} + \left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)v_{2i}$$

- Colisión 3: Chocarán de frente dos pelotas de masas diferentes donde $m_1 >> m_2$ (muchas veces mayor) y una de ellas está en reposo $v_{2\,i} = 0$ ¿Qué observa tras el choque?

  Respuesta $v_{1f} \sim v_{1\,i}$ $v_{2f} \sim 2\,v_{1\,i}$

Es la colisión de una partícula muy pesada contra una muy ligera en reposo

- Colisión 4: Chocarán de frente dos pelotas de masas diferentes donde $m_2 >> m_1$ (muchas veces mayor) y una de ellas está en reposo $v_{2\,i} = 0$ ¿Qué observa tras el choque?

  Respuesta $v_{1f} \sim -\,v_{1\,i}$ $v_{2f} \sim cero$

Es la colisión de una partícula muy ligera contra una muy pesada en reposo

Espero haya disfrutado de esta actividad.

Será un experto la siguiente vez que vaya al billar o al boliche.

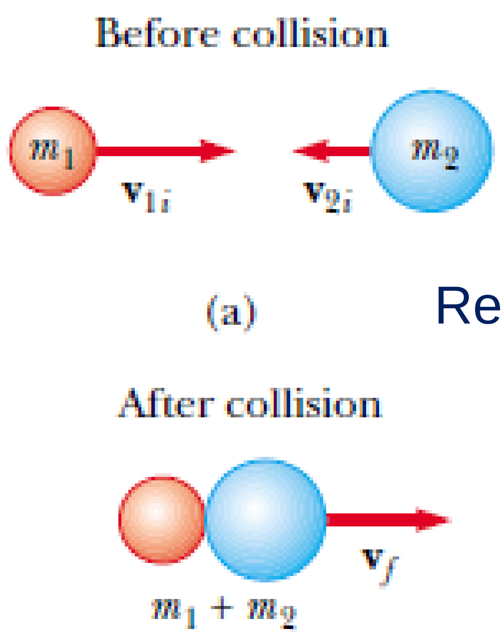
8.2 Colisión (perfectamente) inelástica

Sólo tenemos ésta ecuación, que siempre se cumple, para cualquier choque.

$$m_1 \vec{v}_{1i} + m_2\, \vec{v}_{2i} = m_1 \overrightarrow{v}_i f + m_2 \overrightarrow{v}_{2f}$$

$$\cancel{\frac{1}{2} m_1 v_{1i}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2i}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{1f}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{2f}^2}$$

La energía cinética NO se conserva:
hay pérdidas de energía por deformación



(a)
(b)

Resolviendo para la velocidad final de los objetos unidos:

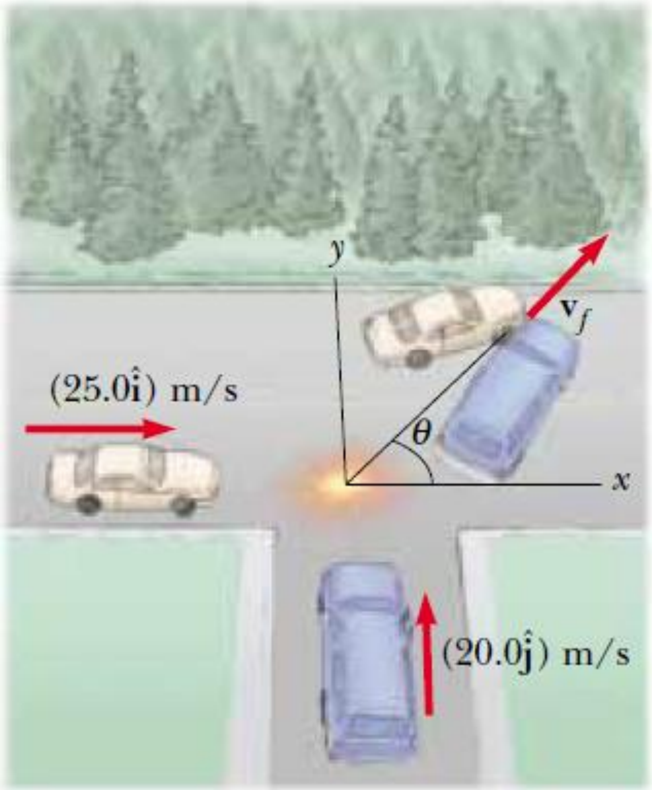
$$\overrightarrow{v}_f = \frac{m_1 \vec{v}_{1i} + m_2\, \vec{v}_{2i}}{m_1 + m_2}$$

Ejemplo resuelto de colisión perfectamente inelástica en 2-D

"Colisión en un cruce"

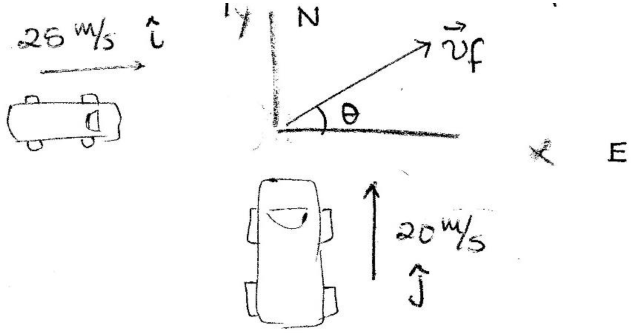
Un automóvil de 1500 kg que viaja al Este con una rapidez de 25.0 m/s, colisiona en un cruce con una camioneta de 2.5 ton que viaja el Norte con una rapidez de 20.0 m/s.

Encuentre la dirección y magnitud del vector velocidad de los restos, después de la colisión, y suponga que los vehículos **quedan unidos después del choque.**



Palabras clave para saber que se trata de una colisión perfectamente inelástica

Continúa del Ejemplo resuelto de colisión perfectamente inelástica en 2-D



COLISIÓN PERFECTAMENTE inelástica

Aplica conservación de cantidad de movimiento

$\Delta P_x = 0$ $\qquad \Sigma P_{xi} = \Sigma P_{xf}$

$\Delta P_y = 0$ $\qquad \Sigma P_{yi} = \Sigma P_{yf}$

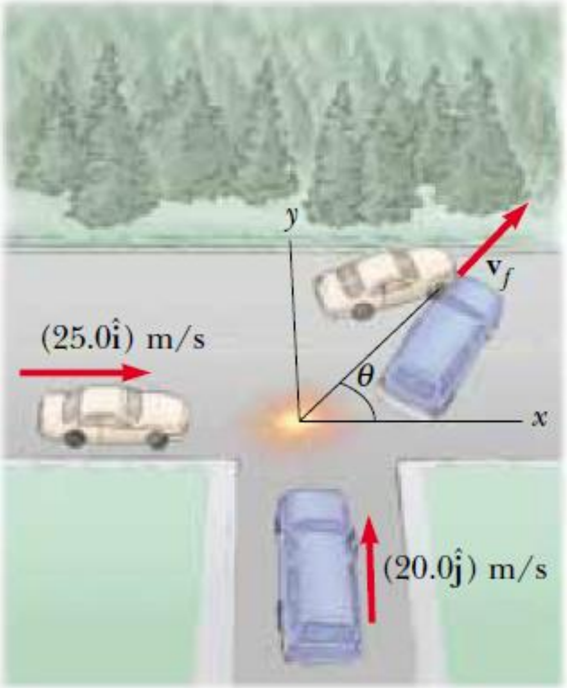
(A) $m_a v_{aix} + \cancel{m_c v_{cix}}^{\,0} = (m_a + m_c)\, v_f \cos\theta$

(B) $m_c v_{ciy} + m_a \cancel{v_{aiy}} = (m_a + m_c)\, v_f \,\text{sen}\,\theta$

Sistema de 2 ecs, 2 incog v_f y θ

dividiendo (B) ÷ (A)

$$\frac{m_c v_{ciy}}{m_a v_{aix}} = \frac{\cancel{(m_a + m_c)}\, \cancel{v_f} \,\text{sen}\,\theta}{\cancel{(m_a + m_c)}\, \cancel{v_f} \cos\theta} \longrightarrow$$



Continúa del Ejemplo resuelto de colisión perfectamente inelástica en 2-D

2

$$\frac{m_c\, v_{ciy}}{m_a\, v_{aix}} = \tan\theta$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{m_c\, v_{ciy}}{m_a\, v_{aix}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2500\ \text{kg}\ 20\ \text{m/s}}{1500\ \text{kg}\ (25\ \text{m/s})}\right)$$

$$\theta = \tan^{-1}(1.33) = \boxed{53.1^{\circ}}$$

dirección del vector velocidad final

De cualquier de las dos ecuaciones (A) ó (B) puedo resolver para conocer la magnitud de la velocidad final.

De ec. (A): $m_a\, v_{aix} = (m_a + m_c)\, v_f \cos\theta$

$$v_f = \frac{m_a\, v_{aix}}{(m_a + m_c)\cos\theta} = \frac{(1500\text{kg})(25\ \text{m/s})}{(4000\text{kg})\cos 53.1}$$

$$\boxed{v_f = 15.6\ \text{m/s}}$$

Corroborando de (B)

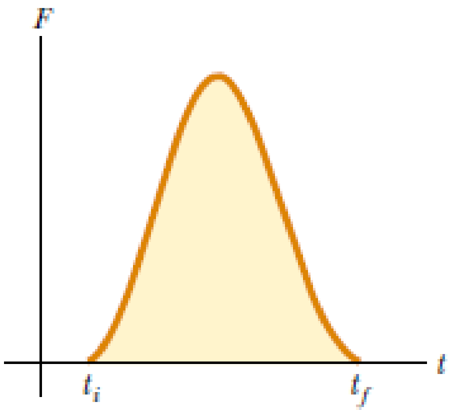
$$v_f = \frac{m_c\, v_{ciy}}{(m_a + m_c)\,\text{sen}\, 53.1^{\circ}} = \frac{(2500\ \text{kg})(20\ \text{m/s})}{(4000\ \text{kg})(\text{sen}\ 53.1)}$$

$$\boxed{v_f = 15.6^{\circ}}$$

8.4 El impulso de una fuerza

(se trata de una cantidad vectorial, con la misma dirección que la fuerza neta)

A partir de la 2da. Ley de Newton, y considerando que la fuerza es variable en el tiempo, pero que la masa no cambia

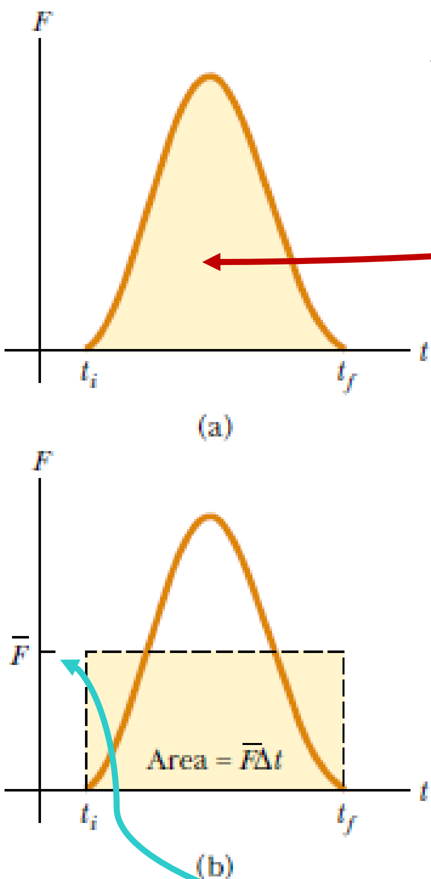


$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{neta} = m\vec{a} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Resolviendo para el cambio en el ímpetu y aplicando el operador integral de ambos lados de la igualdad, obtenemos

$$\Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{neta}\, dt$$

8.4 El impulso de una fuerza



Se define el vector **impulso de una fuerza**, cuyo módulo es el área bajo la curva

$$\vec{I} \equiv \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{neta}\, dt$$

Como ésta integral puede ser difícil de calcular, se emplea el "Teorema del valor medio" del cálculo que permite evaluar de manera simple dicha integral

$$\vec{F}_{promedio} \equiv \frac{1}{\Delta t} \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}_{neta}\, dt$$

8.5 Teorema del Impulso - Ímpetu

Entonces,

$$\vec{F}_{promedio}\,\Delta t \equiv \vec{I}$$

y el **Teorema del Impulso-Ímpetu** es:

$$\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p}$$

con lo que el vector impulso tiene la misma dirección que el vector cambio del ímpetu.

Observe el siguiente problema resuelto de aplicación del Teorema del Impulso - Ímpetu

$$\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = \Delta\vec{p}$$

$$\vec{F}_{promedio}\,\Delta t \equiv \vec{I}$$

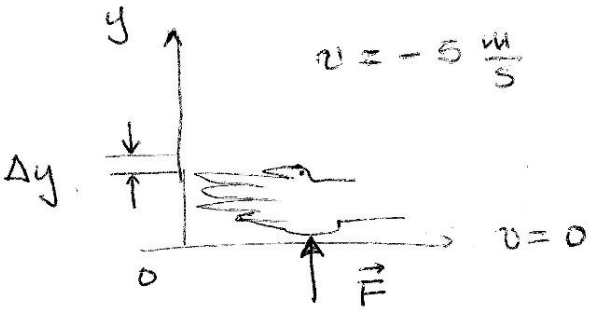
“Una colisión en la clase de Karate”

Con un golpe experto de karate, un karateca rompe un bloque de hormigón. Su puño tiene una masa de 0.70 kg, se mueve a 5.0 m/s al chocar contra el bloque y se detiene 6.0 mm del punto de contacto.

¿Qué impulso ejerce el bloque sobre el puño del karateca?

¿Cuál es el tiempo de colisión aproximado?

¿Cuál es la fuerza media que el bloque ejerce sobre el puño?



• Impulso neto = variación del momento, Δp

$$\boxed{\vec{I} = \Delta\vec{p} = \vec{p}_f - \vec{p}_i}$$

$$\vec{p}_i = m v_i = (0.7\ \text{kg})(-5.0\ \tfrac{m}{s})\hat{j}$$
$$= -3.5\ \text{kg}\ \tfrac{m}{s}\ \hat{j}$$

$P_f = 0$ se detiene

a) $I = P_f - P_i = 0 - (-3.5\ \text{kg}\frac{m}{s}\ \hat{j}) = 3.5\ \text{kg}\ \frac{m}{s}\ \hat{j}$ positivo

Tiempo de colisión Δt : distancia recorrida dividida por vel. media

$$\Delta t = \frac{\Delta y}{v_m} = \frac{-0.006\ m}{\frac{1}{2}(-5\ \frac{m}{s} + 0)} = \frac{-0.006\ m}{-2.5\ \frac{m}{s}} = \boxed{0.0024\ s}$$ b)

$$\boxed{v_{prom} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{(v_f + v_i)}{2}}$$

Ec. cinemática $\Delta y = \frac{(v_f + v_i)}{2} t$

c) Fuerza promedio : impulso dividido entre tiempo de colisión

$$\vec{F}_m = \frac{\vec{I}}{\Delta t} = \frac{3.5\ \text{kg}\ \frac{m}{s}\ \hat{j}}{0.0024\ s} = 1.46 \times 10^3\ N\ \hat{j} = 1.46\ kN$$

$$\boxed{\vec{I} = \vec{F}_m \Delta t}$$

Compara: $F_{puño} = m_{puño}\, g = (0.70\text{kg})(9.81\ m/s^2) = 6.9\ N$

$$\frac{F_{prom}}{F_{puño}} = \frac{1.46 \times 10^3\ N}{6.9\ N} \cong 212$$ veces más grande la fuerza media que el peso del puño.