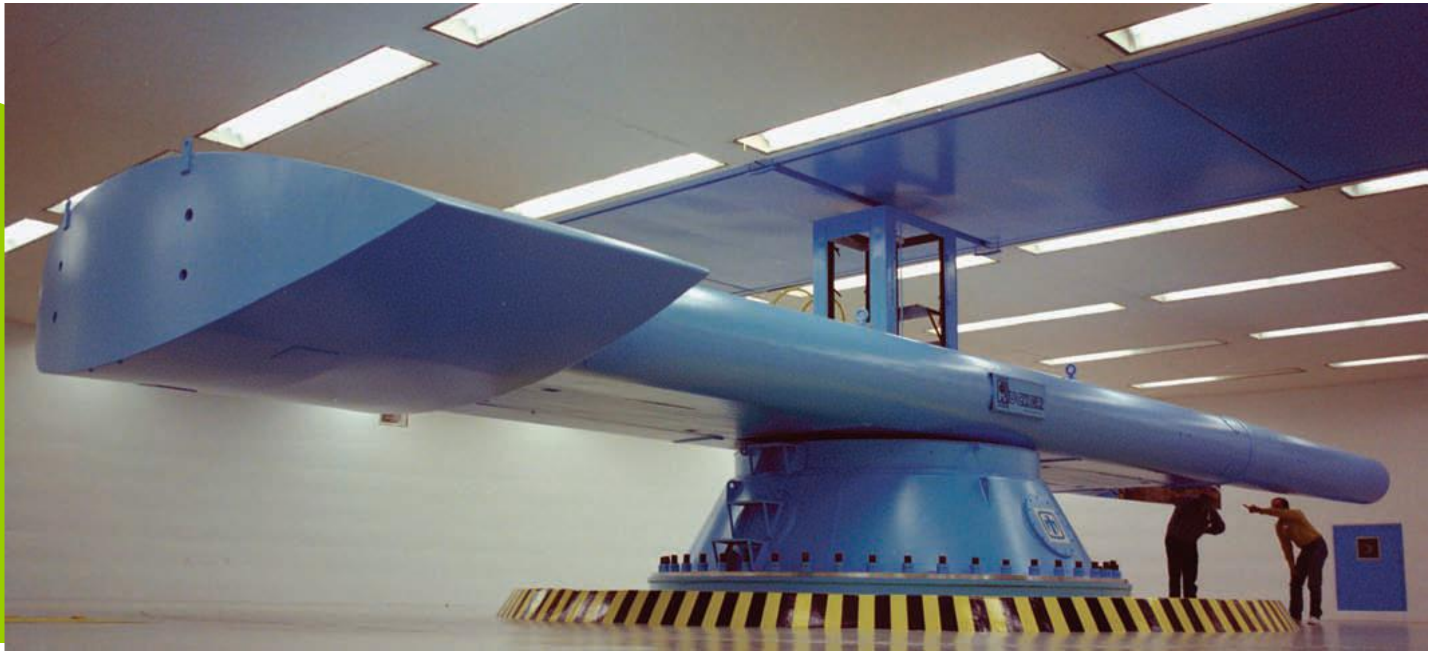
Unidad 9. CINEMÁTICA DE LAS ROTACIONES
Rotación de un cuerpo rígido

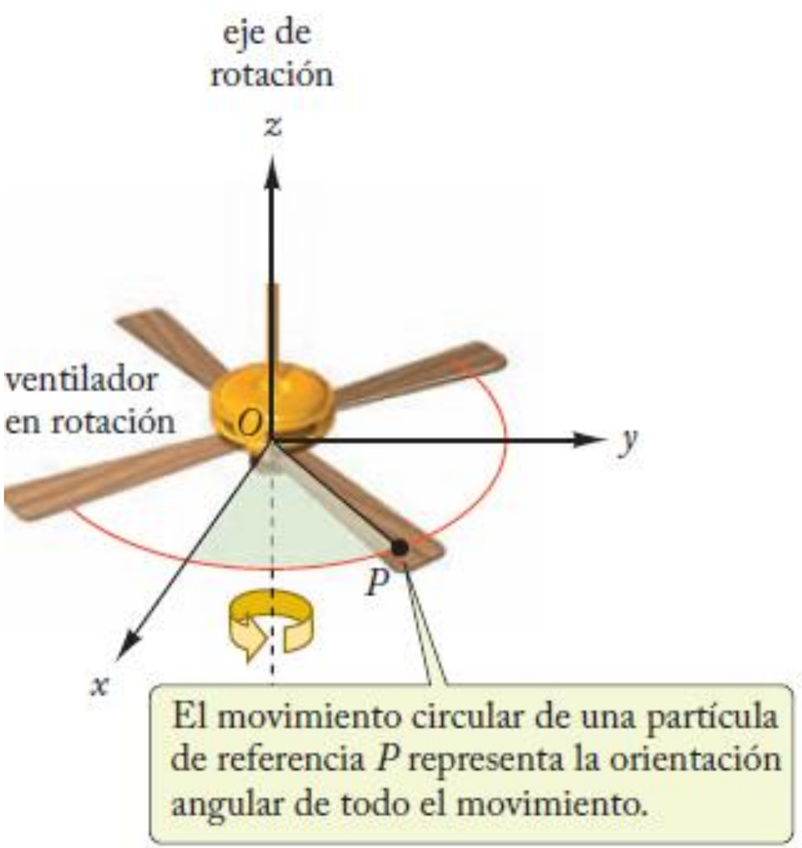
- **Material tomado de Física Vol. 1 Ohanian/Markett**



Gran centrifugadora empleada para probar el comportamiento de componentes de cohetes, satélites y vehículos de reingreso cuando se sujetan a altas aceleraciones. Gira a 175 revoluciones por minuto y genera una aceleración centrípeta de hasta 300 ***g*** (300 veces el valor de la aceleración gravitatoria).

Ejemplo de rotación en torno a un eje fijo (eje de rotación z)

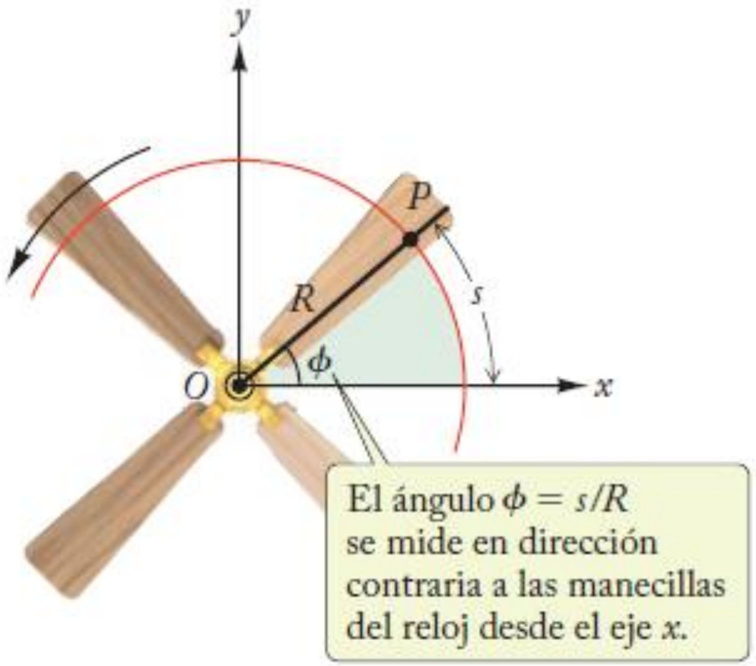
Las cuatro aspas de este ventilador son un cuerpo rígido en rotación en torno de un eje fijo, que coincide con el eje *x*. la partícula de referencia *P* en este cuerpo rígido se mueve a lo largo de un círculo en torno de este eje



Ejemplo de rotación en torno a un eje fijo (eje de rotación z)

Movimiento de una partícula de referencia *P* en el cuerpo rígido que gira en trono de un eje z fijo. El eje z se indica mediante el punto *O en esta vista superior*.

El radio del círculo trazado por el movimiento de la partícula de referencia es *R*



Definiciones de algunos términos del movimiento rotacional

La posición angular de un punto de referencia P y del cuerpo rígido se puede describir con la posición del ángulo ϕ.

Por convención se considera ϕ positivo cuando se mide en dirección contraria a as manecillas del reloj.

Éste ángulo de posición se mide en radianes generalmente, y NO en grados.

Hay 2π radianes en un círculo completo

$$2\,\pi \text{ radianes} = 360°$$

$$1 \text{ radián} = 360° / 2\,\pi = 57.3°$$

Definiciones de algunos términos del movimiento rotacional

$$\overline{\omega} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$$

- Velocidad angular promedio: cambio de la posición angular $\Delta\phi$ con el cambio del tiempo Δt

$$\omega = \frac{d\phi}{dt}$$

- Velocidad angular instantánea:

primera derivada de la posición con respecto al tiempo.

$$f = \frac{\omega}{2\pi}$$

- Frecuencia: tasa de repetición de movimiento (ciclos/segundo)

$$T = \frac{1}{f}$$

- Periodo de movimiento: tiempo para una revolución o giro completo

Definiciones de algunos términos del movimiento rotacional

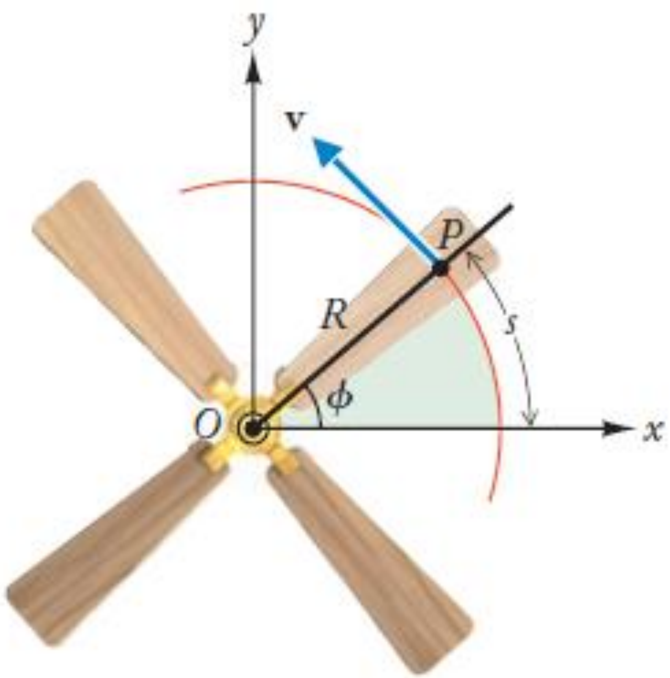
- Aceleración angular promedio: cambio de la velocidad angular $\Delta\omega$ con el cambio del tiempo Δt

$$\bar{\alpha} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

- Aceleración angular instantánea: primera derivada de la velocidad angular con respecto al tiempo, o segunda derivada de la posición angular con respecto al tiempo.

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

Rotación en torno a un eje fijo



Recuerde que la velocidad traslacional instantánea *v* (que vimos en la Unidad 3), de una partícula en un cuerpo rígido en rotación es tangente a la trayectoria circular

Relación entre los vectores del movimiento traslacional y los vectores del movimiento rotacional

$$v = \omega R$$

- Rapidez traslacional en movimiento circular

$$a_{\text{tangencial}} = \alpha R$$

- Aceleración tangencial

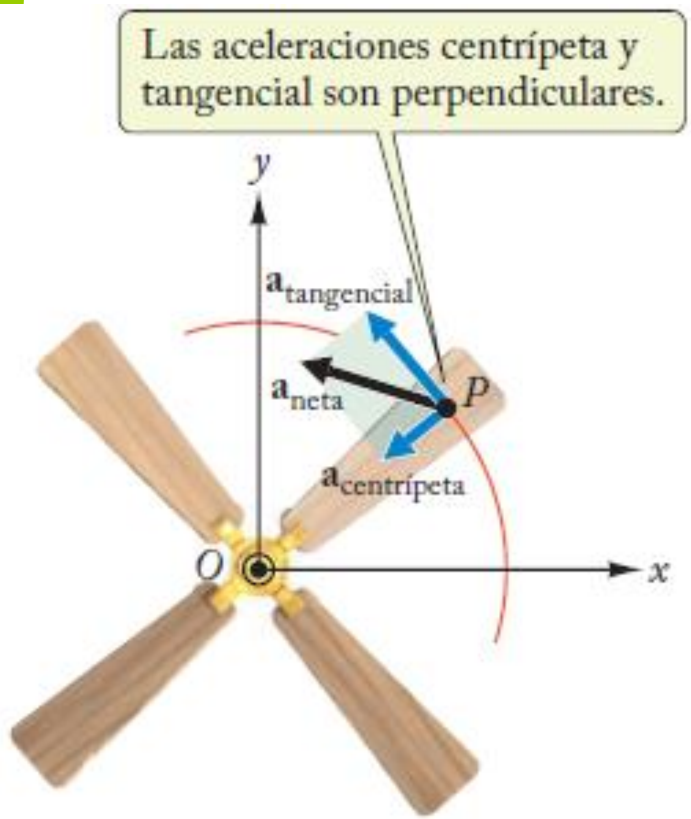
$$a_{\text{centrípeta}} = \omega^2 R$$

- Aceleración centrípeta

Un ejemplo de relación entre los **vectores del movimiento traslacional** (vistos en la Unidad 3) y los **vectores del movimiento rotacional** de esta Unidad.

Rotación giratoria del automóvil, vista en el marco de referencia del automóvil. El suelo se mueve hacia la izquierda con rapidez *v*

Componentes de la aceleración total o neta del movimiento en círculos



Una partícula en un cuerpo rígido en rotación con una aceleración angular tiene tanto aceleración centrípeta $\mathbf{a}_{centrípeta}$ como aceleración tangencial $\mathbf{a}_{tangencial}$.

La aceleración de traslación instantánea total o neta $\mathbf{a}_{neta}$ es entonces la suma vectorial de $\mathbf{a}_{centrípeta}$ y $\mathbf{a}_{tangencial}$

$$|\overrightarrow{a_{neta}}| = \sqrt{|\overrightarrow{a}^2_{centrípeta}| + |\vec{a}^2_{tangencial}|}$$

Ecuaciones de CINEMÁTICA ROTACIONAL
Movimiento con aceleración angular tangencial α, constante

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

Velocidad angular ω, como función de α y ***t***

$$\phi = \phi_0 + \omega_0 t + \tfrac{1}{2}\alpha t^2$$

Posición angular Φ, como función de α y ***t***

$$\alpha(\phi - \phi_0) = \tfrac{1}{2}(\omega^2 - \omega_0^2)$$

Ecuación implícita en el tiempo, en función de α, Φ y ω

¿ las recuerda ?

Si no es posible considerar a la aceleración angular tangencial como constante, entonces se debe evaluar cómo cambia con el tiempo

- Velocidad angular para aceleración angular en función del tiempo

$$\omega = \omega_0 + \int_0^t \alpha \, dt'$$

- Posición angular para velocidad angular en función del tiempo

$$\phi - \phi_0 = \int_0^t \omega \, dt'$$

Algunos ejercicios resueltos para que Ud. practique a detalle.
Se le sugiere transcribirlos a sus apuntes para que se asegure que ha comprendido las resoluciones.

I) La hoja de un ventilador gira inicialmente con una rapidez angular de 48.6 rpm (revoluciones por minuto). Posteriormente reduce su velocidad hasta que finalmente se detiene en un tiempo de 32 s después de realizar un total de 8.8 revoluciones

a) Calcule la velocidad angular promedio

Al detenerse el ventilador, el desplazamiento neto $\Delta\phi$ es 8.8 rev en un tiempo de 32 s = Δt

$$\omega_{prom} = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{8.8\,rev}{32\,s} = 0.28\,\frac{rev}{s}$$

b) Calcule la aceleración angular promedio de la hoja

velocidad angular inicial $\omega_i = 48.6\,\frac{rev}{min} = 0.81\,\frac{rev}{s}$

La velocidad angular final $\omega_f = 0$

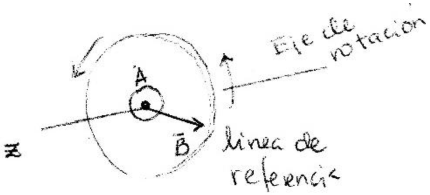
$$\alpha_{prom} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{0 - 0.81\,\frac{rev}{s}}{32\,s} = -0.025\,\frac{rev}{s^2}$$

Otro ejercicios resueltos para que Ud. practique a detalle.

II) ROTACIÓN CON ACELERACIÓN ANGULAR CONSTANTE

Comenzando del reposo en el tiempo $t = 0$, una muela de molino tiene una aceleración angular constante de $3.2 \frac{rad}{s^2}$.
En el tiempo $t = 0$ la línea de referencia AB en la figura es horizontal. Determine

a) El desplazamiento angular de la Línea A-B (y por lo tano de la muela), transcurridos 2.7 s



Escogemos un sistema coordenado para que $\vec{\omega}$ esté en la dirección positiva de z (de modo que la muela del molino y la línea AB giren en el plano x-y) el plano x-y).

Ecuación cinemática (rotacional)

cuando $t = 0$, $\phi_0 = 0$, $\omega_{0z} = 0$, $\alpha_z = 3.2 \frac{rad}{s^2}$

Después de 2.7 s

$$\phi = \phi_0 + \omega_{0z} t + \frac{1}{2} \alpha_z t^2$$

$$= 0 + (0)(2.7s) + \frac{1}{2}\left(3.2 \frac{rad}{s^2}\right)(2.7s)^2$$

$$= 11.7 \text{ rad} = 1.9 \text{ rev}$$

1 rev = 2π radianes

b) La rapidez angular de la muela 2.7 s más tarde

$$\omega_z = \omega_{0z} + \alpha_z t$$

$$= 0 + \left(3.2 \frac{rad}{s^2}\right)(2.7s)$$

$$= 8.6 \frac{rad}{s} = 1.4 \frac{rev}{s}$$

1 rev = 2π radianes