

Unidad 10. Fuentes de campo magnético



Referencias:

- Física para ingeniería y ciencias Volumen 2, **Ohanian y Markert**
- Física para ingeniería y ciencias con física moderna, Volumen 2, **Bauer y Westfall**
- Física Vol. 2, **Resnick y Halliday**

10.1 Ley de Biot-Savart

Jean-Baptiste Biot (1774-1862) fue un físico francés que junto con Félix Savart (1791-1841) confirmaron el experimento de Oersted de los campos magnéticos generados por corrientes eléctricas y formularon una ecuación para la intensidad del campo magnético.

“La contribución del elemento infinitesimal $d\mathbf{B}$ al campo magnético \mathbf{B} debido a un tramo ds de corriente I se determina con:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I ds \times \mathbf{r}}{r^3}$$

donde \mathbf{r} es el vector de desplazamiento desde el elemento de corriente $I ds$ hasta el punto P, y el ángulo entre ds y \mathbf{r} es θ , (vea la siguiente lámina).

10.1 Ley de Biot-Savart

Uso de Regla de mano derecha para una ecuación con producto vectorial o producto cruz

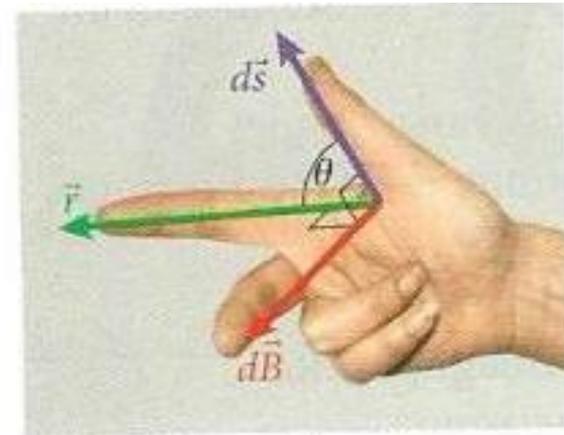
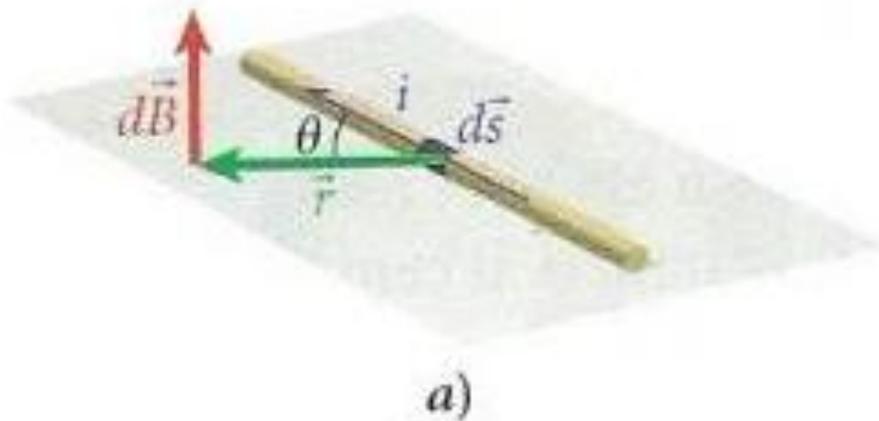
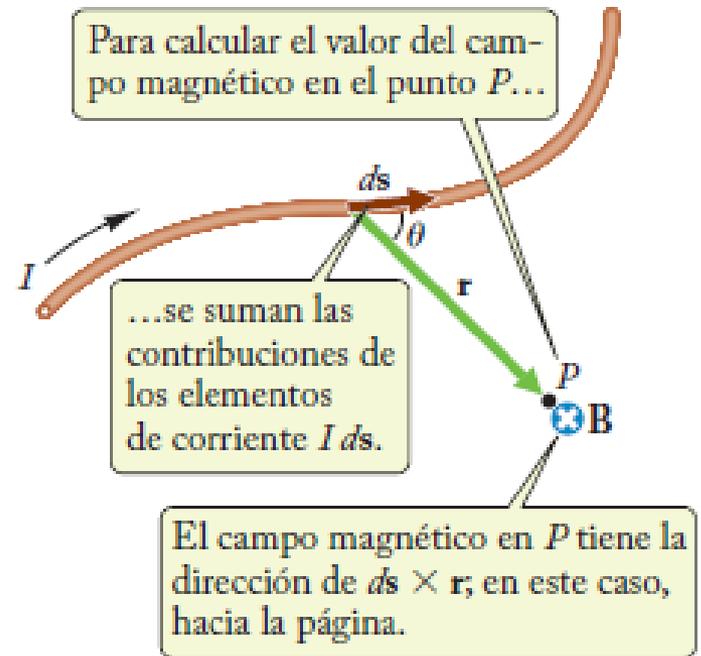


FIGURA 28.3 a) Descripción tridimensional de la ley de Biot-Savart. El campo magnético diferencial es perpendicular tanto al elemento diferencial de corriente como al vector de posición. b) Regla de la mano derecha 1 aplicada a las cantidades implicadas en la ley de Biot-Savart.

10.1 Ley de Biot-Savart

A partir de la definición de producto cruz, sabiendo que $|\mathbf{ds} \times \mathbf{r}| = ds r \sin \theta$, se obtiene la ecuación general para calcular la magnitud de la contribución al campo magnético de una distribución arbitraria de corriente



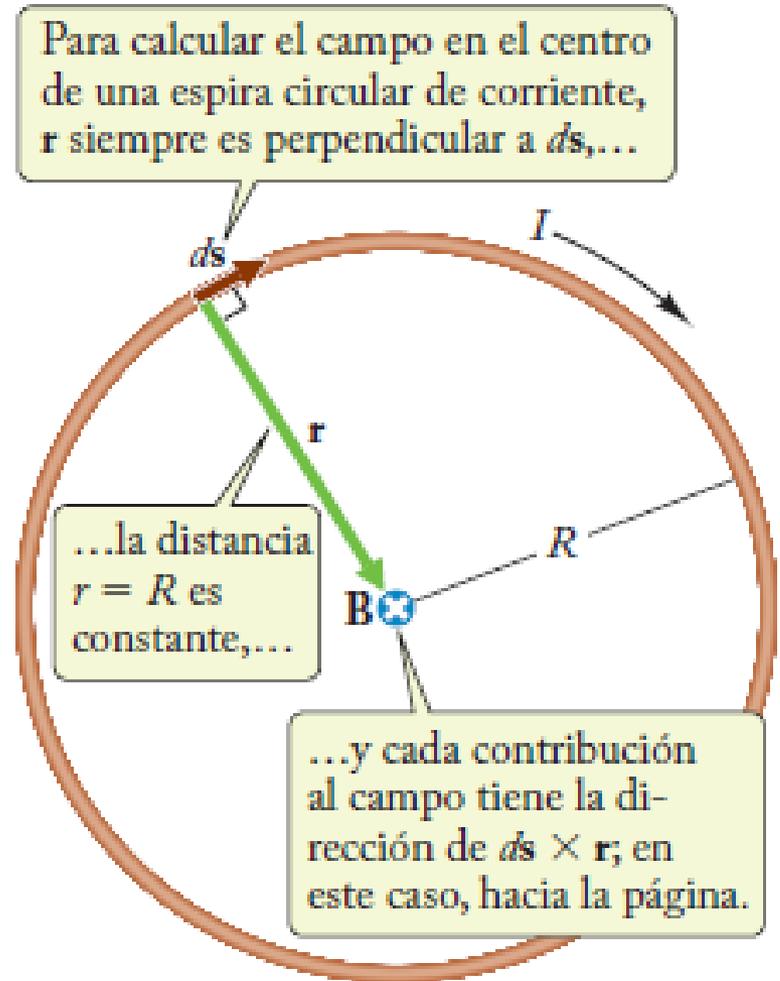
$$dB = \frac{\mu_0 I ds \sin \theta}{4\pi r^2}$$

10.1 Ley de Biot-Savart

La aplicación de esta ley con frecuencia resulta en una resolución complicada, salvo en algunos casos simples como el siguiente:

Campo magnético en el centro de un anillo circular de corriente o espira

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}$$



Ejemplo resuelto con la ecuación de campo de una espira de corriente

(se le sugiere transcribirlo en sus apuntes para que se asegure que ha comprendido la propuesta de resolución)

En el modelo de Bohr del átomo de hidrógeno, el electrón gira alrededor del núcleo en una trayectoria de 5.29×10^{-11} m de radio R con una frecuencia ν de 6.63×10^{15} Hz (ciclos/s)

- a) ¿Qué valor de campo magnético \mathbf{B} se establece en el centro de la órbita?
- b) ¿Cuál es el tamaño del vector momento dipolar magnético μ ?

La corriente eléctrica es la rapidez con la cual la carga (del electrón) pasa por cualquier punto de la órbita y está dada por:

$$I = e\nu = (1.60 \times 10^{-19} \text{ C})(6.63 \times 10^{15} \frac{1}{\text{s}})$$

$$I = 1.06 \times 10^{-3} \text{ A}$$

El campo magnético B en el centro de la órbita está dado por la ecuación

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} = \frac{(1.26 \times 10^{-6} \frac{\text{N s}^2}{\text{C}^2})(1.06 \times 10^{-3} \frac{\text{C}}{\text{s}})}{2(5.29 \times 10^{-11} \text{ m})}$$

$$B = 12.6 \frac{\text{N s}}{\text{C m}}$$

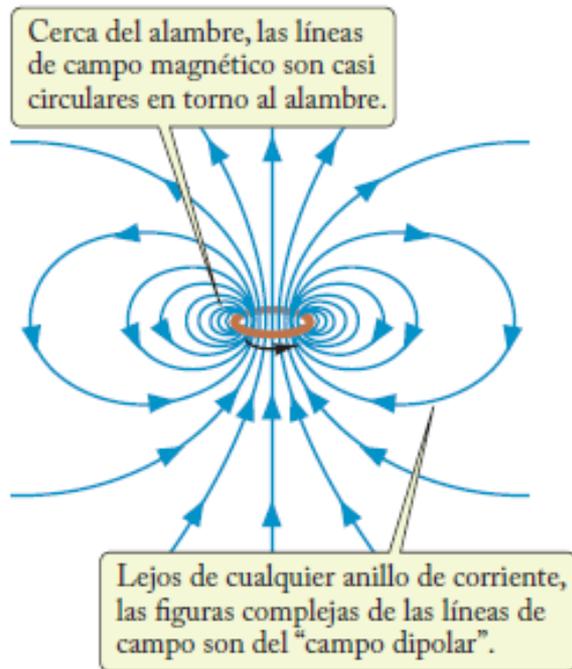
Y el tamaño del vector momento magnético permanente μ

$$\mu = N I A = (1 \text{ espira})(1.06 \times 10^{-3} \text{ A})\pi(5.29 \times 10^{-11} \text{ m})^2$$

número de espiras \nearrow \uparrow área

$$= 9.31 \times 10^{-24} \text{ A} \cdot \text{m}^2 = \mu$$

Campo magnético de un anillo circular de corriente o espira



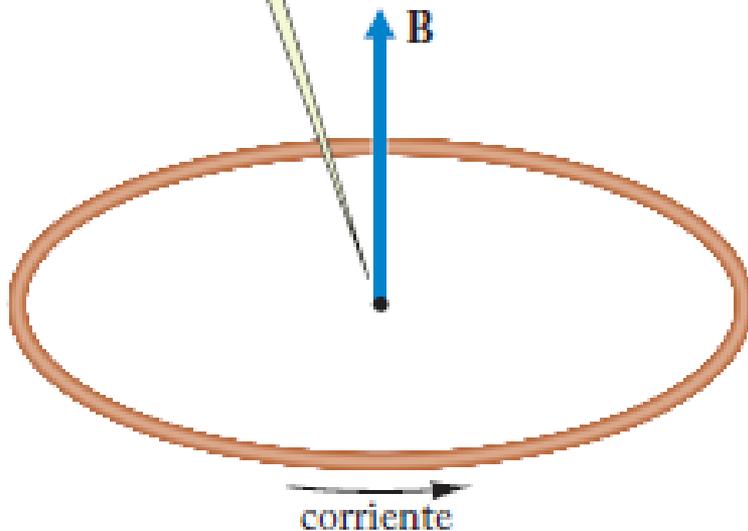
Líneas de campo magnético para un anillo de corriente



Líneas de campo magnético de un anillo de corriente, visibles con ayuda de limaduras de hierro

Campo magnético en el centro de un anillo circular de corriente o espira

En el centro, el campo magnético es perpendicular al plano del anillo.



Este campo en el centro es de interés, porque es uniforme.

Dirección del campo magnético en el centro de un anillo de corriente, aplicando la Regla de la mano derecha para anillos de corriente: siguiendo con sus dedos la dirección de la corriente, el pulgar indicará la dirección del campo B

¡ inténtelo !

10.2 Ley de Ampère

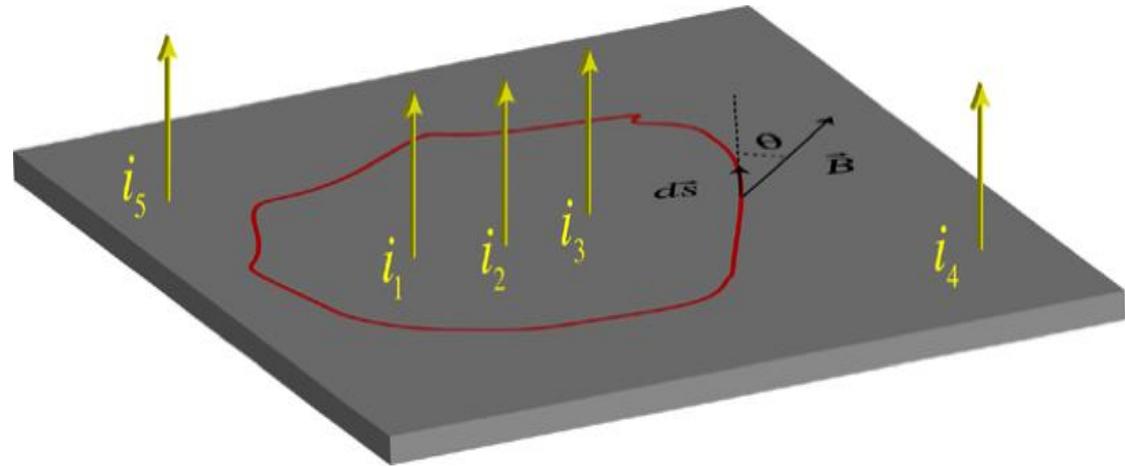
Los campos magnéticos producidos por corrientes que pasan por alambres tienen aplicación en **electroimanes** y **motores eléctricos**.

Para conocer el campo magnético, existe una ley de aplicación más sencilla, que emplea elementos de simetría, algo parecido a la Ley de Gauss ¿la recuerdas?

10.2 Ley de Ampère

Una trayectoria cerrada (**en rojo**), no simétrica, en un campo magnético \mathbf{B} .

Esto delimita un área dentro de la trayectoria que intercepta (o que es atravesada) por algunas corrientes (i_1, i_2, i_3) que pasan por los alambres o por otros conductores.



Note que i_4, i_5 no interceptan el área.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

“ La integral en torno a una trayectoria cerrada del componente del campo magnético tangente a la dirección de la trayectoria es igual a μ_0 por el área encerrada en la trayectoria ”

10.3 Fuentes de campo magnético: Alambre que conduce corriente

A partir de la Ley de Ampère, se pueden conocer los campos magnéticos de distintas configuraciones de alambres que conducen corrientes.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

Por ejemplo, para un alambre recto que conduce corriente, su expresión de campo magnético es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

r es la distancia entre la fuente de campo hasta la Partícula que experimenta la fuerza magnética

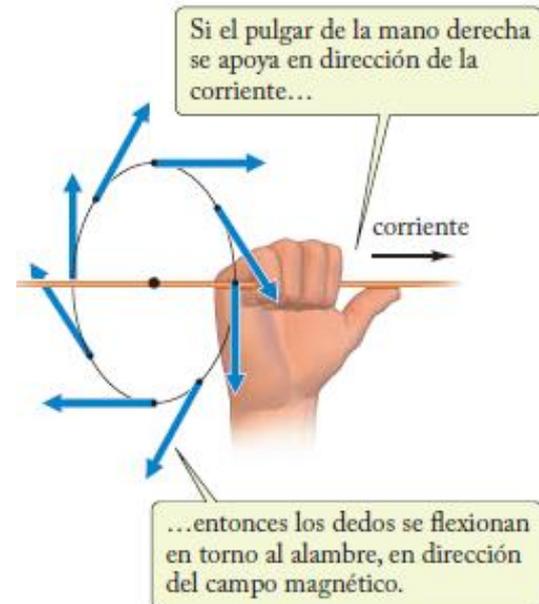
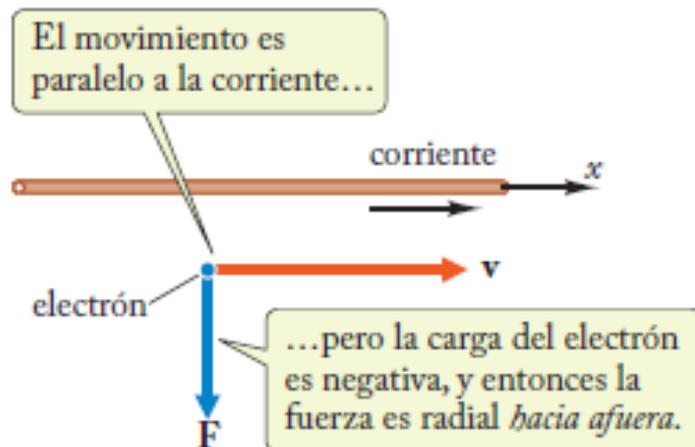


10.3 Fuentes de campo magnético: Alambre que conduce corriente

Ejemplo resuelto para su revisión.

Un alambre largo y recto conduce 50 A de corriente. Un electrón con rapidez de 2.0×10^6 m/s se mueve (en forma instantánea) paralelamente a ese conductor, a una distancia de 0.030 m.

¿Qué fuerza magnética ejerce la corriente en el alambre sobre el electron?



10.3 Fuentes de campo magnético: Alambre que conduce corriente

Ejemplo resuelto para su revisión.

El campo magnético B que produce el alambre de corriente, forma círculos concéntricos, por lo que entra hacia la página, y es perpendicular al vector velocidad \vec{v} , por lo tanto

$$|\vec{F}| = |q| |\vec{v}| |\vec{B}| \underbrace{\sin \theta}_{\sin 90^\circ = 1}$$

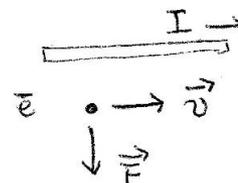
El campo magnético B del alambre es

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \leftarrow \text{distancia entre la fuente del campo y el electrón.}$$

$$|\vec{F}| = \frac{\mu_0 |e| |\vec{v}| I}{2\pi r}$$

$$= \frac{(1.26 \times 10^{-6} \frac{N \cdot s^2}{C^2})(1.60 \times 10^{-19} C)(2.0 \times 10^6 \frac{m}{s})(50 \frac{C}{s})}{2\pi (0.030 m)}$$

$$|\vec{F}| = 1.1 \times 10^{-16} \text{ N}$$



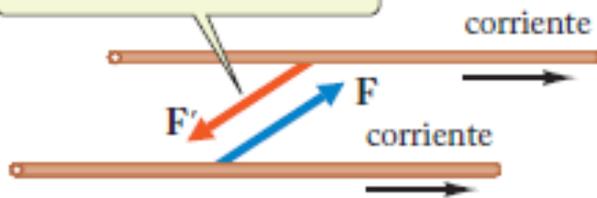
Corrobore la dirección de la fuerza magnética con la regla de la mano derecha.

Recuerde que la carga del electrón es negativa.

Fuerzas de atracción y repulsión entre alambres que conducen corriente

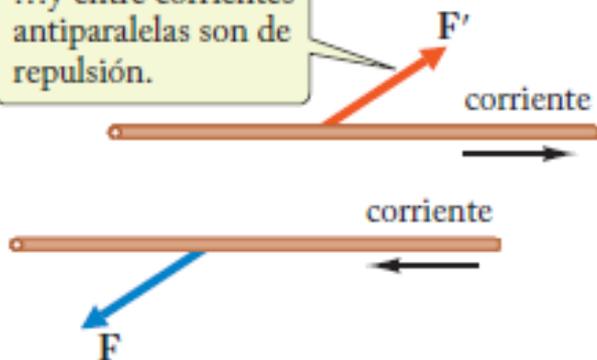
a)

Las fuerzas magnéticas entre corrientes paralelas son de atracción...



b)

...y entre corrientes antiparalelas son de repulsión.

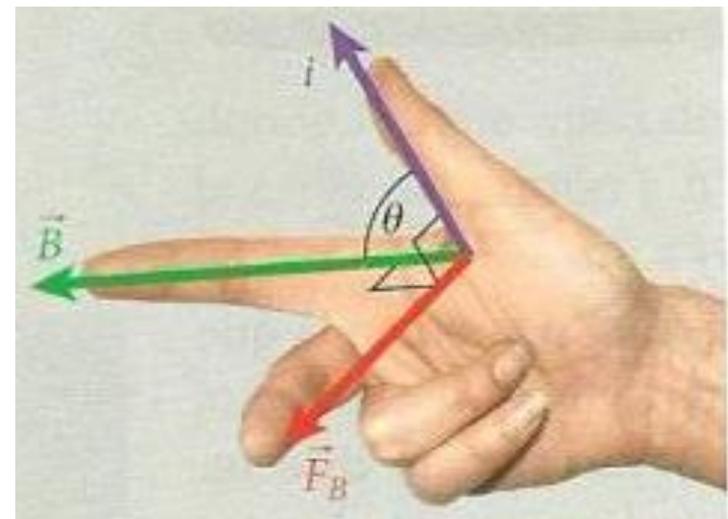


Dos alambres largos, rectos y paralelos que conducen corrientes:

- a) En la misma dirección
- b) En dirección contraria

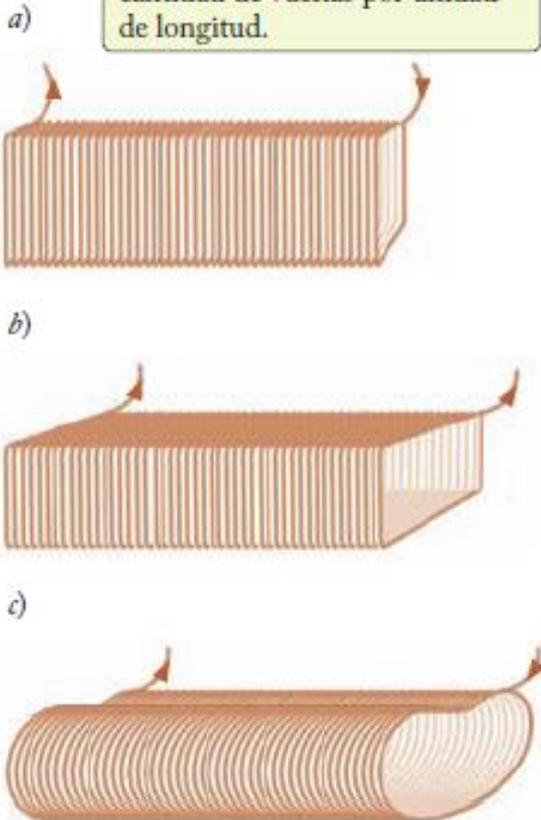
¡ Compruebe la dirección de las fuerzas con la regla de mano derecha !

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$



10.3 Fuentes de campo magnético: Solenoides

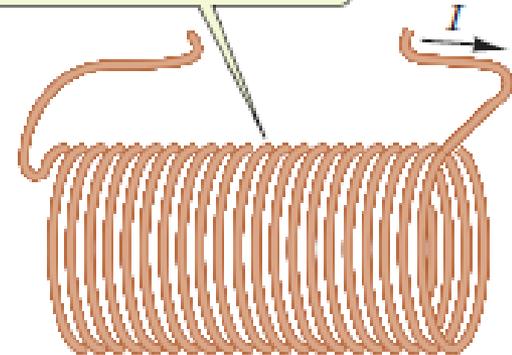
Estos solenoides tienen distintas secciones transversales, pero igual cantidad de vueltas por unidad de longitud.



Solenoides:

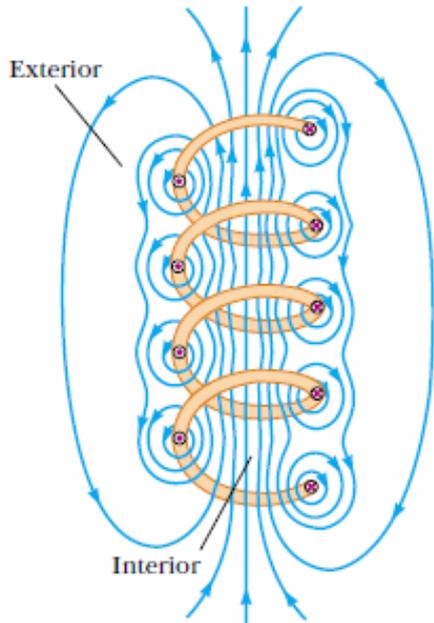
- a) Cuadrado
- b) Rectangular
- c) Irregular

La corriente en el solenoide recorre muchas vueltas de una bobina helicoidal apretada.



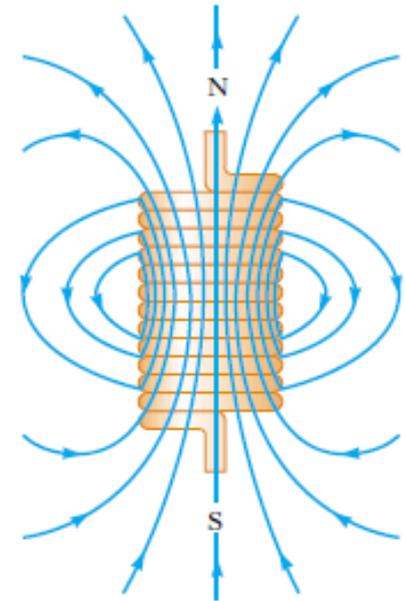
Todos los solenoides largos producen, en el interior, campos magnéticos iguales y uniformes

10.3 Fuentes de campo magnético: Solenoides



← *Devanado de alambre sin apretar: campo magnético poco uniforme al interior de la bobina*

Devanado de alambre más apretado: campo magnético uniforme y más intenso al interior de la bobina, y hay un campo no uniforme en el exterior. →



Henry Leap and Jim Lehman

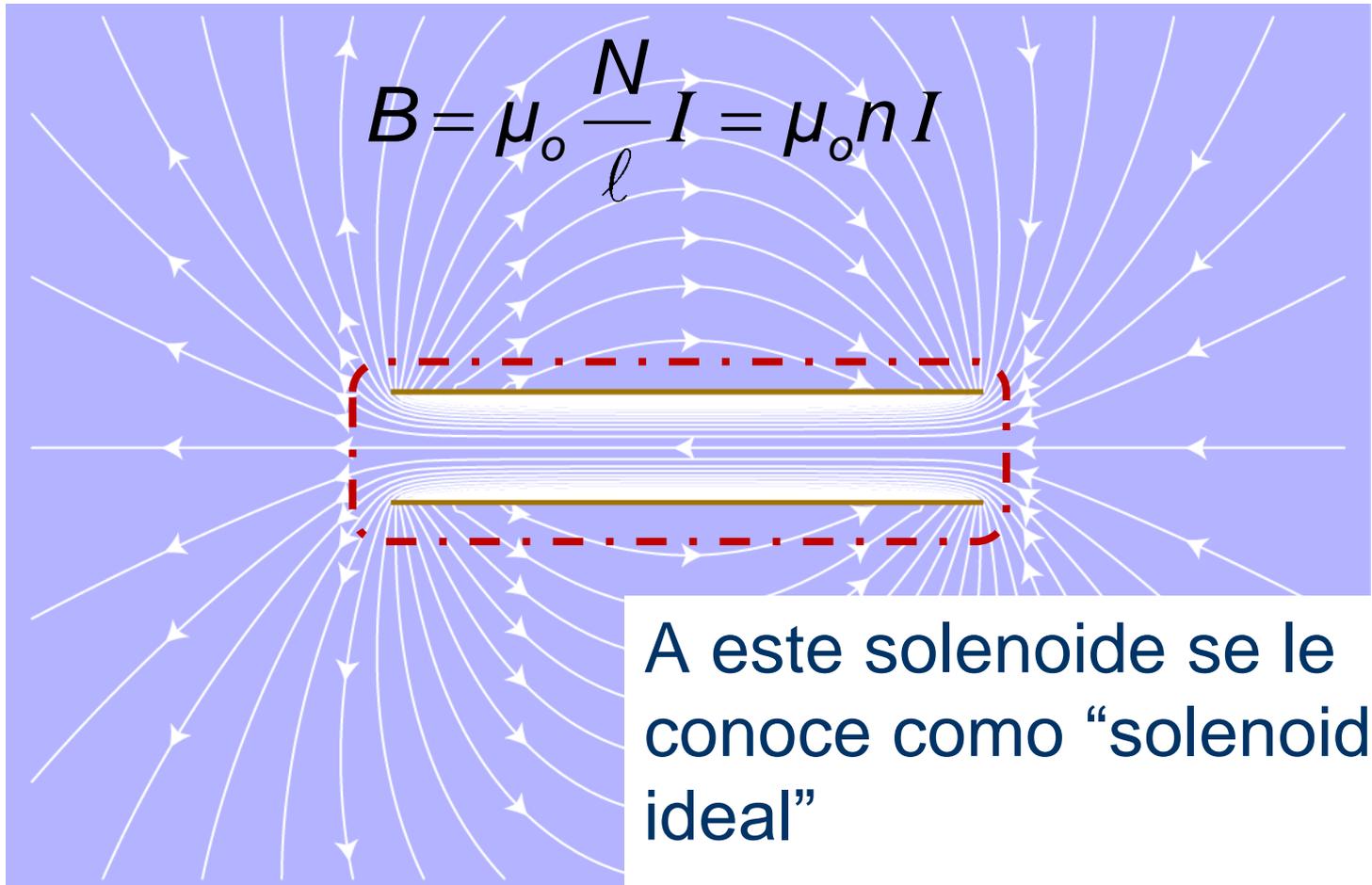
$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B\ell = \mu_0 NI$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{\ell} I = \mu_0 nI$$

Aplicando la Ley de Ampère se obtiene la ecuación para cálculo de campo en el solenoide ideal (el campo uniforme al interior del solenoide)

Simulación de las líneas del vector campo magnético en el interior de un solenoide.

$n = N / \ell$ es el número de vueltas por unidad de longitud del solenoide



10.3 Fuentes de campo magnético: Solenoides que conducen corriente

Ejemplo resuelto para su revisión.

(recuerde que se le sugiere transcribirlo en sus apuntes, para que se asegure que ha comprendido la propuesta de resolución)

Un solenoide de 2.0 m de largo y diámetro de 20.0 cm, se forma con 333 espiras de alambre de diámetro 6.0 mm

Cuando las terminales del solenoide se conectan a una diferencia de potencial de 100 volt, se genera en el interior del solenoide, un campo magnético de magnitud 50.0 mT

Determine, en $\Omega \text{ m}$, la resistividad del alambre.

$$B = \mu_0 n I = \mu_0 \frac{N}{L_{\text{solenoid}}} I = \mu_0 \frac{N}{L_{\text{solenoid}}} \frac{V}{R} = \mu_0 \frac{N}{L_{\text{solenoid}}} \frac{V A_{\text{alambre}}}{\rho l_{\text{alambre}}}$$

$$n = \frac{N}{L_{\text{solenoid}}}$$

$$B = \mu_0 \frac{N}{L_{\text{solenoid}}} \frac{V A_{\text{alambre}}}{\rho l_{\text{alambre}}}$$

ecs. empleadas

$$V = RI$$

$$R = \rho \frac{l_{\text{alambre}}}{A_{\text{alambre}}}$$

análisis unidades

$$\frac{\frac{N \cdot m}{C} \frac{m \cdot s}{C}}{\frac{V}{A} m} \Rightarrow \frac{V}{A} m \Rightarrow \Omega m$$

despejando para ρ :

$$\rho = \frac{\mu_0 N V A_{\text{alambre}}}{B L_{\text{solenoid}} l_{\text{alambre}}}$$

substituyendo

$$\rho = \frac{(1.26 \times 10^{-6} \frac{N \cdot s^2}{C^2}) (333) (100 \frac{N \cdot m}{C}) (2.83 \times 10^{-5} m^2)}{50 \times 10^{-3} \frac{N \cdot s}{C \cdot m} (2.0 m) (2.09 \times 10^2 m)} = \underline{\underline{5.68 \times 10^{-8} \Omega m}}$$

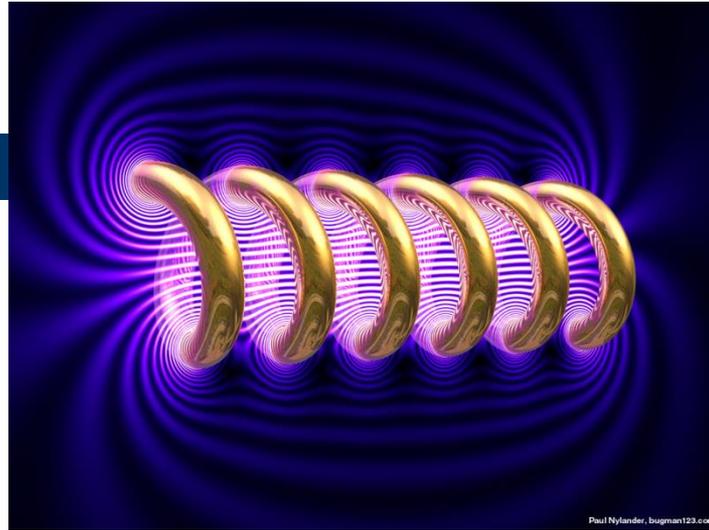
$$A_{\text{alambre}} = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi}{4} (6.0 \times 10^{-3} m)^2 = 2.83 \times 10^{-5} m^2$$

$$l_{\text{alambre}} = N (2\pi r_{\text{solenoid}}) = N (\pi d_{\text{solenoid}}) = 333 \text{ vueltas } \pi (20 \times 10^{-2} m) = 2.09 \times 10^2 m$$

$$N = \frac{l_{\text{alambre}}}{\pi d_{\text{solenoid}}}$$

No olvide la importancia del análisis de unidades

Algunos usos de Campos Magnéticos de Solenoides



- Se emplean en electroválvulas y otros aparatos electromecánicos



10.3 Fuentes de campo magnético: Toroide o toro que conduce corriente

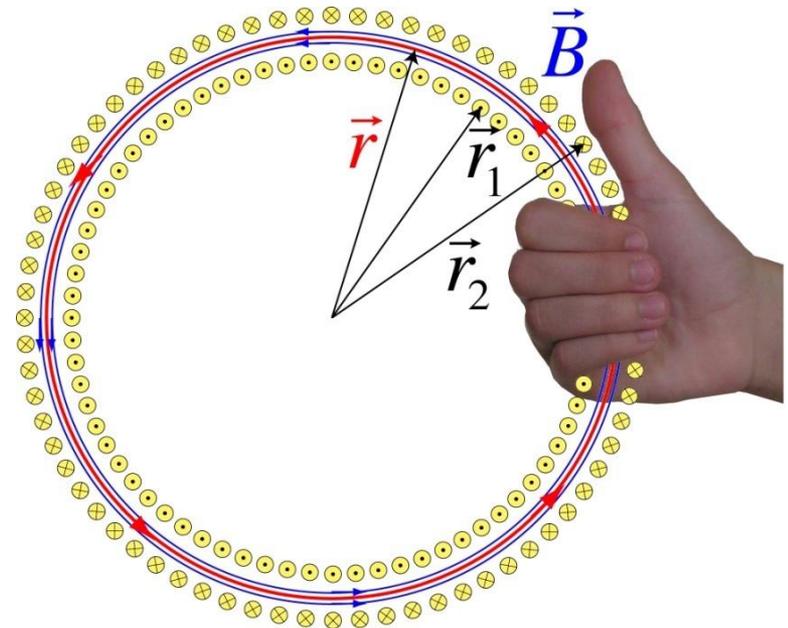
Aplicando la Ley de Ampère se obtiene la ecuación para cálculo de campo B en el toroide ideal.

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B \oint ds = B(2\pi r) = \mu_0 NI$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

r es el radio medio

Dirección del campo magnético dentro del **toroide ideal**: siga con los dedos de la mano derecha la dirección de la corriente en la bobina y el dedo pulgar indicará la dirección del campo B (flechas rojas al interior del toroide).



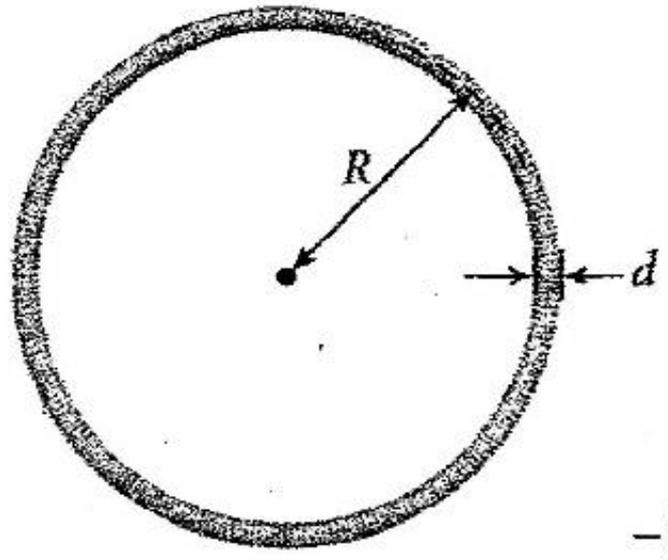
10.3 Fuentes de campo magnético: Toroide que conduce corriente

Ejemplo resuelto para su revisión.

Un imán toroidal hecho con 202 m de alambre de cobre es capaz de conducir una corriente de magnitud $I = 2.40$ A.

El toroide tiene un radio medio $R = 15.0$ cm y el diámetro de su sección transversal es $d = 1.60$ cm.

¿Cuál es el mayor campo magnético que puede producirse en el radio medio R del toroide?



La magnitud del campo magnético de un imán toroidal está dada por la ecuación

$$B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi R}$$

donde N es el número de vueltas y R es el radio en el que se mide el campo magnético. El número de vueltas, N , está dado por la longitud, L , del alambre dividida entre la circunferencia del área de la sección transversal

$$N = \frac{L}{\pi d} \leftarrow \text{diámetro del área de la sección transversal del toroide.}$$

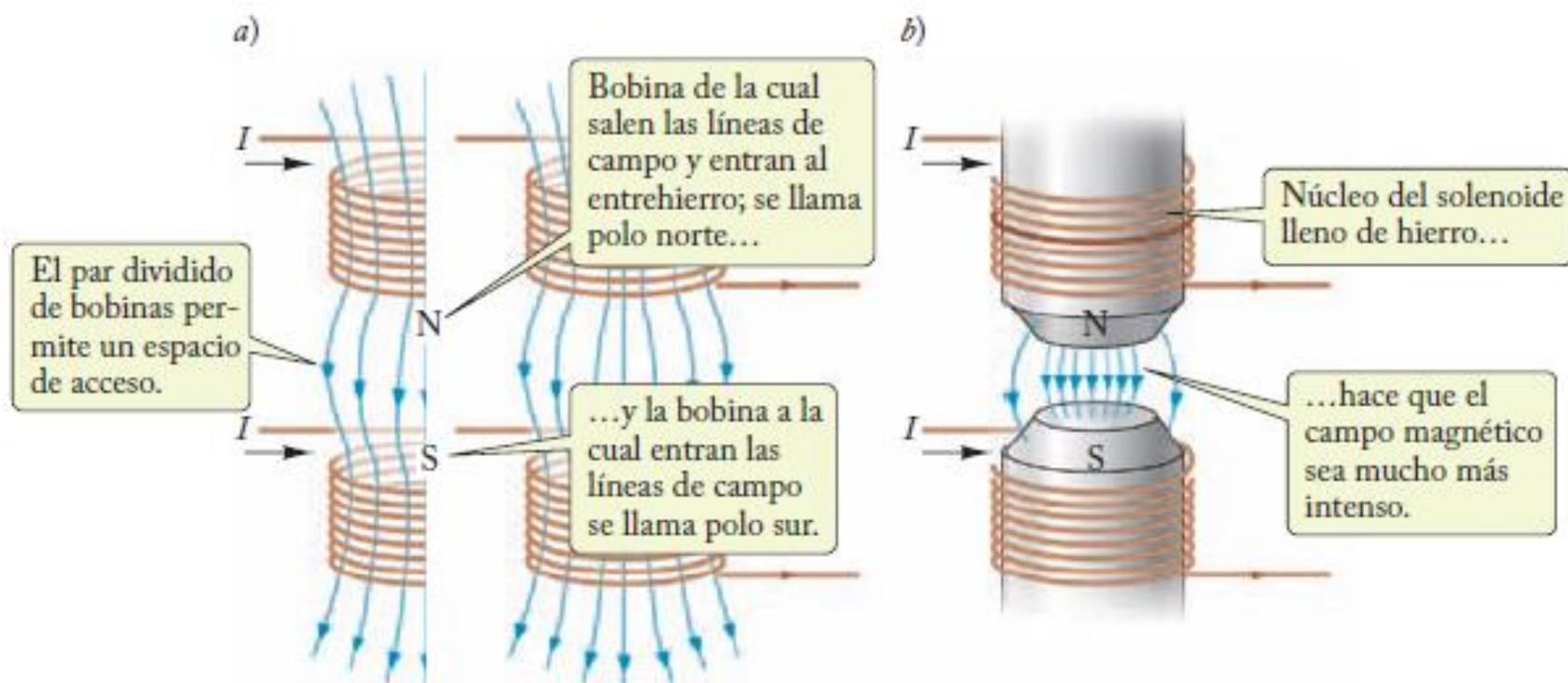
Combinando ambas ecuaciones

$$B = \frac{\mu_0 (L/\pi d) I}{2\pi R} = \frac{\mu_0 L I}{2\pi^2 R d}$$

$$B = \frac{(1.26 \times 10^{-6} \frac{N \cdot s^2}{C^2})(202 \text{ m})(2.40 \text{ A})}{2\pi^2 (15.0 \times 10^{-2} \text{ m})(1.60 \times 10^{-2} \text{ m})}$$

$$B = 1.29 \times 10^{-2} \text{ tesla}$$

Otro ejemplo de fuentes de campo magnético: electroimanes



- a) Un electroimán con dos bobinas de alambre
- b) Un electroimán con polos de hierro

Ejercicios 7 y 8 de la Serie 2

(para entregar en fecha posterior)

7) Un solenoide esta hecho con un alambre de resistencia = 0.55Ω , el cual genera un campo magnético uniforme de magnitud 0.50 T cuando se conectan sus terminales a una diferencia de potencial de 220 volt . El solenoide mide 8.0 m de longitud.

¿Cuál es el número de vueltas del solenoide, en el supuesto de que es ideal?

$$R \cong 8.0 \times 10^3 \text{ vueltas}$$

8) Dos solenoides tienen la misma longitud, pero el solenoide 1 tiene 15 veces el número de vueltas, $1/9$ del radio y 7 veces la corriente del solenoide 2.

¿Calcule la razón (o relación) del campo magnético dentro del solenoide 1 al campo magnético dentro del solenoide 2?

$$¿ R \cong 105 ?$$