Ajuste lineal

Elizabeth Hernández Marín
Laboratorio de Física

Observaciones y Modelos

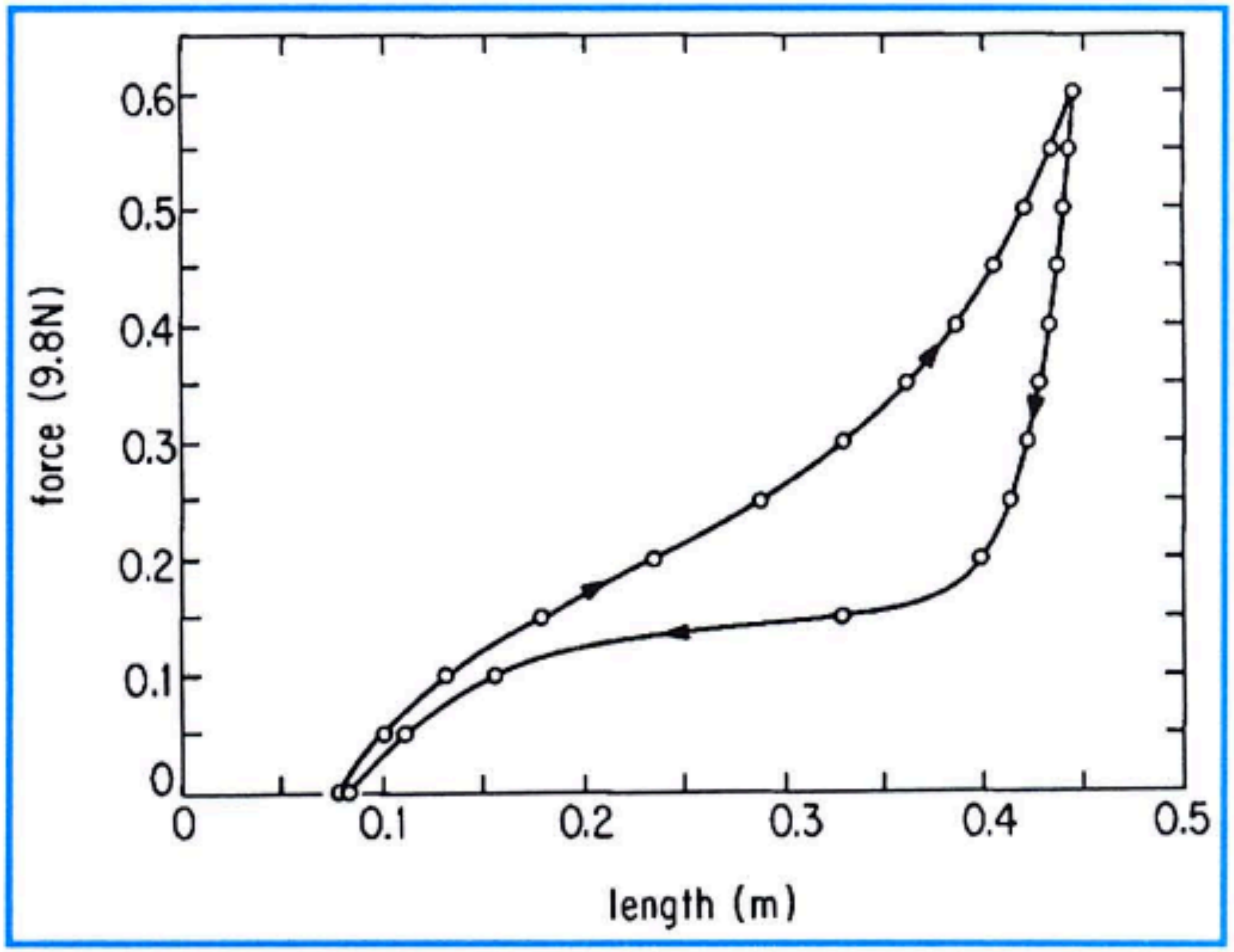


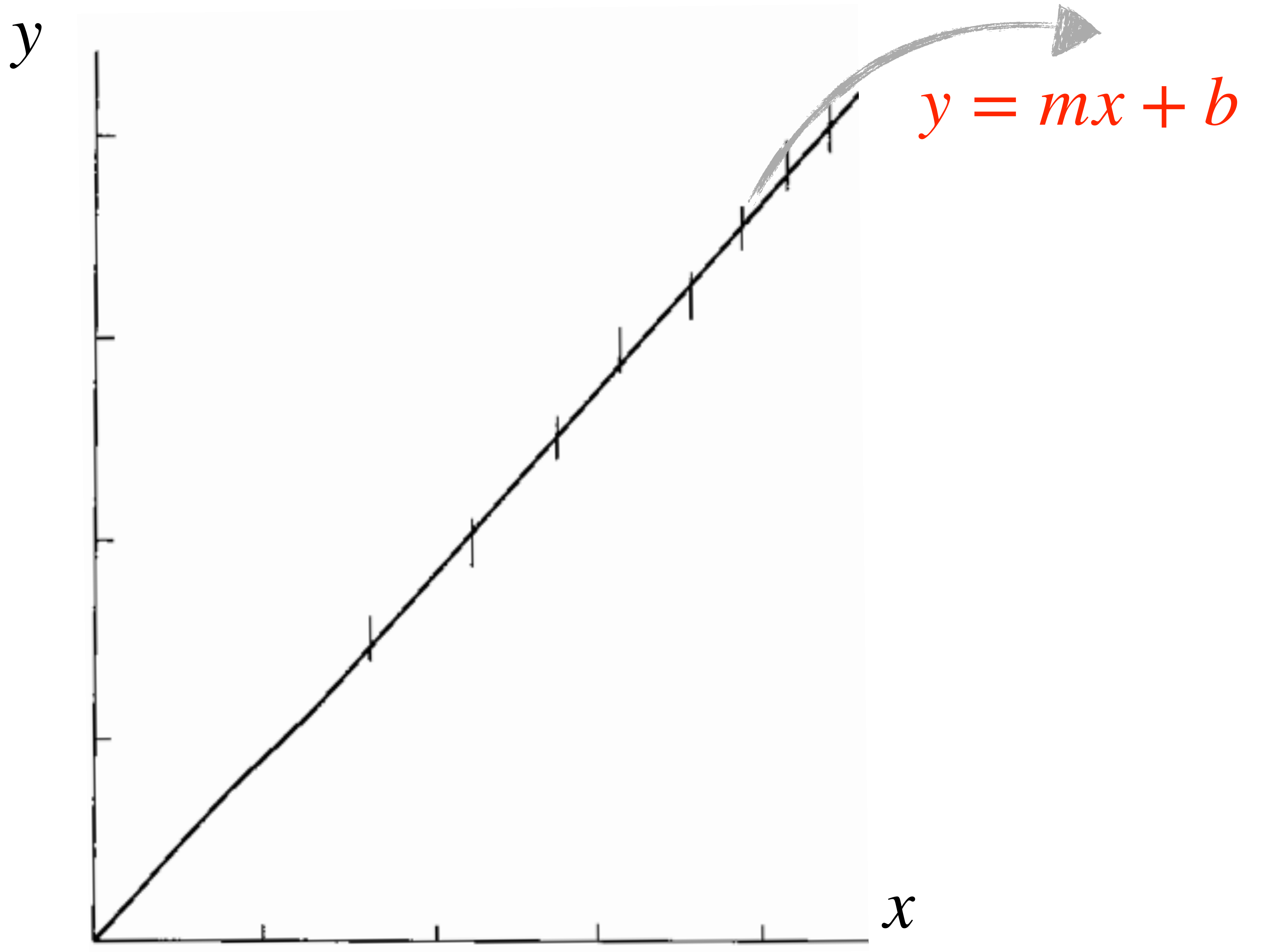
Fig. 2. Hysteresis loop for a rubber band.

Rubber hysteresis experiment

Bruce Denardo and Richard Masada

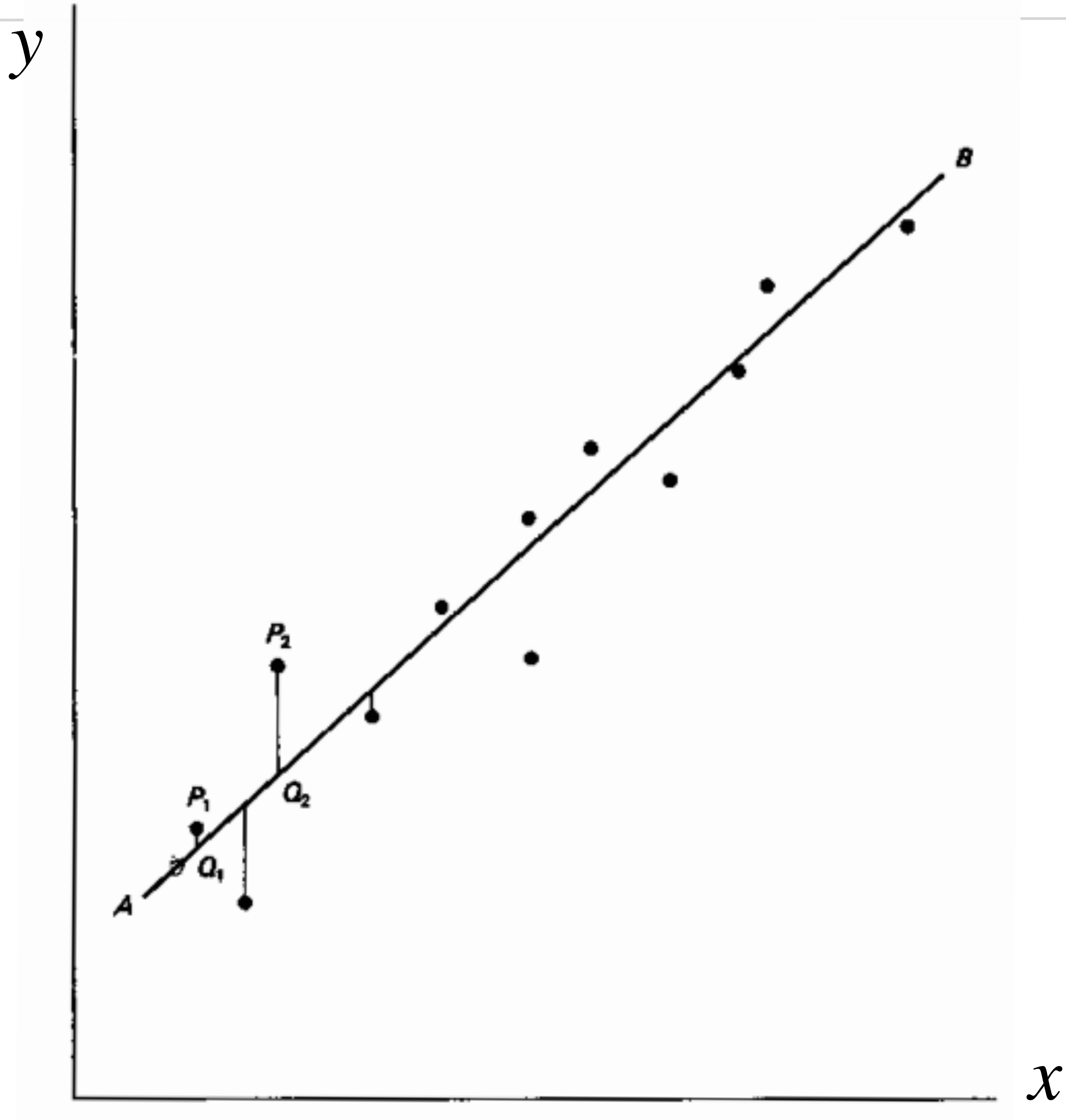
Citation: The Physics Teacher **28**, 489 (1990); doi: 10.1119/1.2343121

Comportamiento lineal



D. C. Baird *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y el diseño de experimentos.* 2a. ed. Prentice Hall, México 1988, pp 59-81.

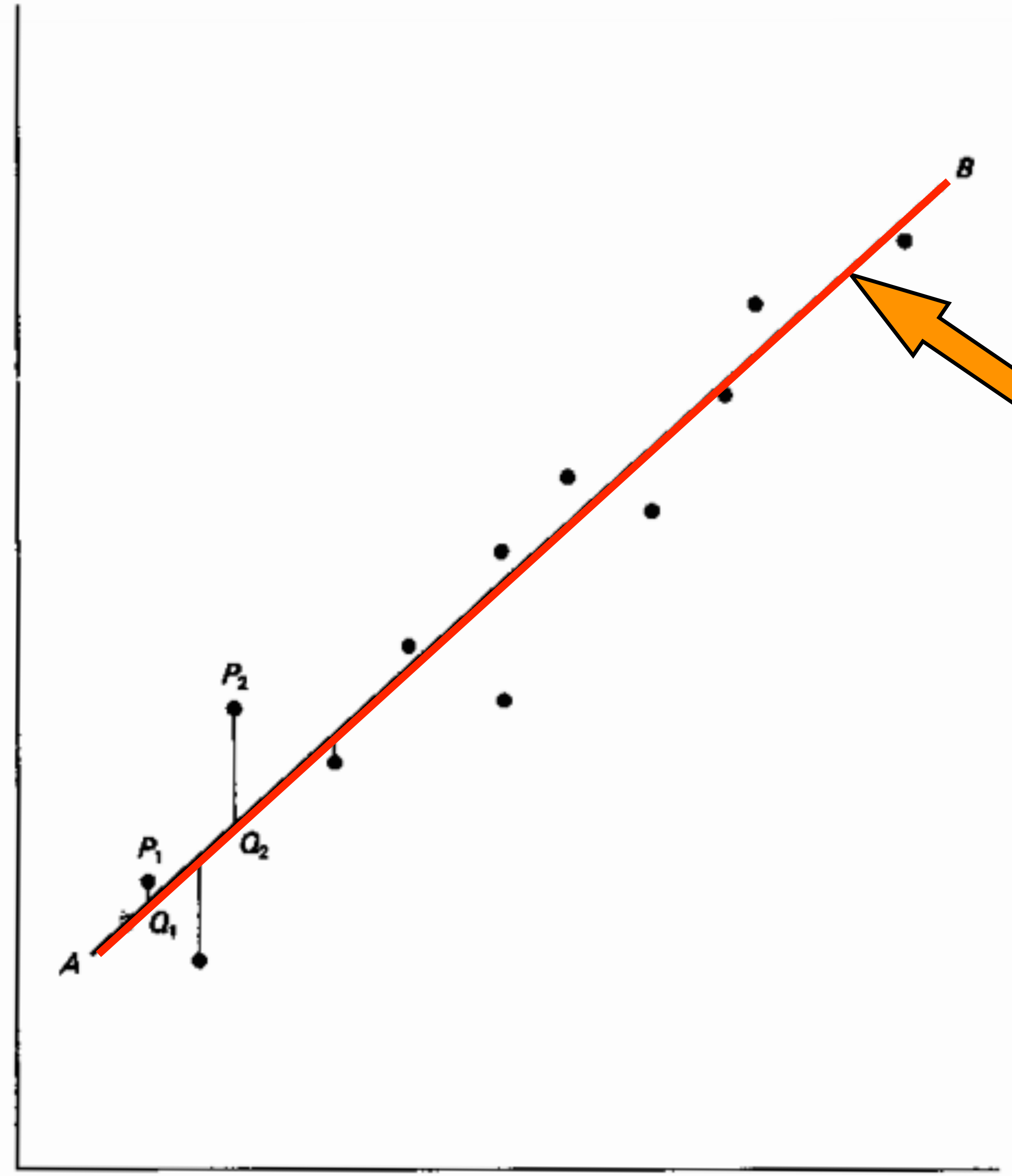
Método de cuadrados mínimos



D. C. Baird *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y el diseño de experimentos.* 2a. ed. Prentice Hall, México 1988, pp 172-174.

Método de cuadrados mínimos

Q1 y **Q2**
puntos sobre
la recta
y=mx + b

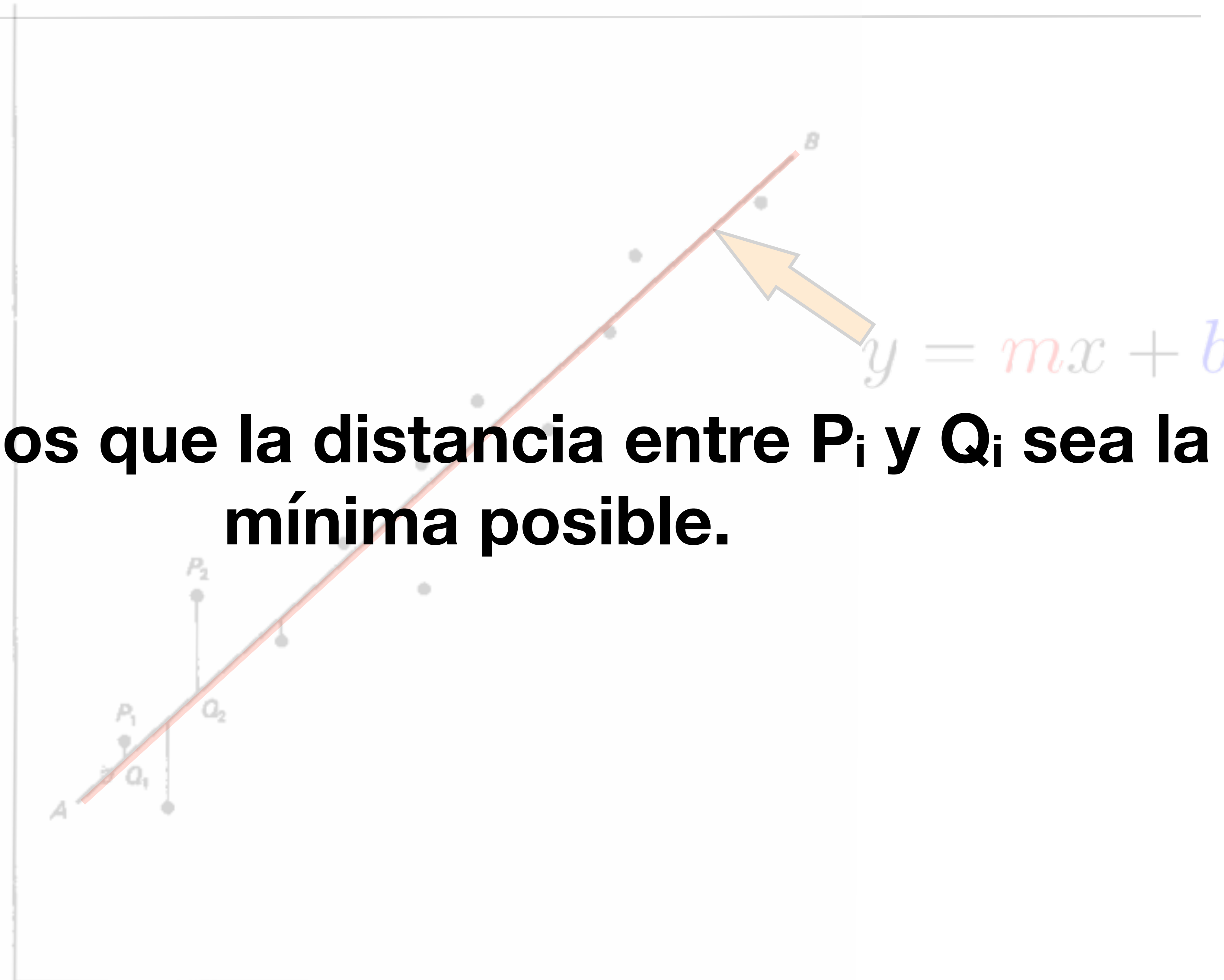


$$y = mx + b$$

P1 y **P2** son
algunos de los
valores
medidos

D. C. Baird *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y el diseño de experimentos.* 2a. ed. Prentice Hall, México 1988, pp 172-174.

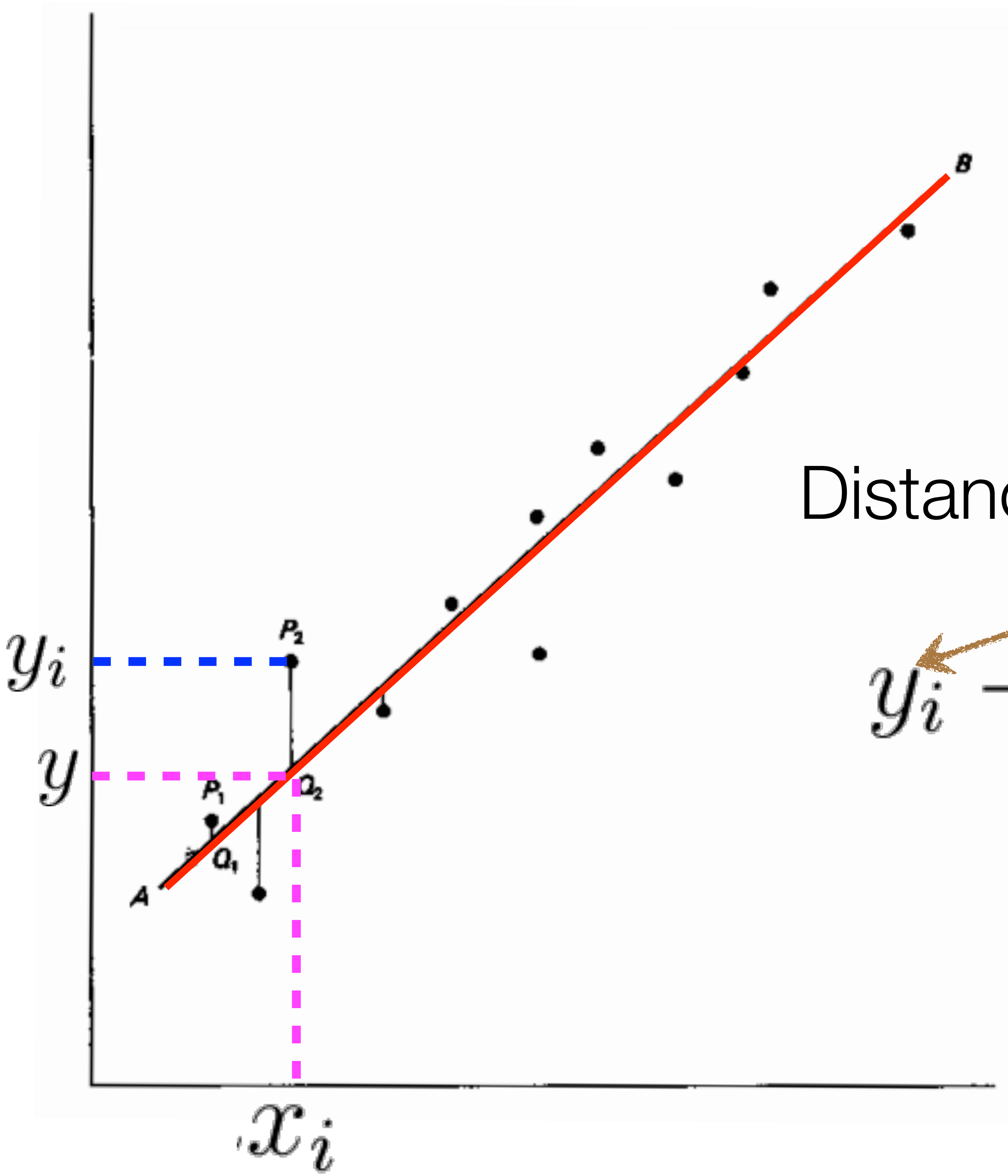
Método de cuadrados mínimos



Queremos que la distancia entre P_i y Q_i sea la mínima posible.

D. C. Baird *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y el diseño de experimentos.* 2a. ed. Prentice Hall, México 1988, pp 172-174.

Método de cuadrados mínimos



Distancia entre P_i y Q_i :

$$y_i - (mx_i + b)$$

El criterio de cuadrados mínimos nos permite obtener los valores desados de *m* y *b* a partir de la condición

$$\sum [y_i - (mx_i + b)]^2 = \text{mínimo}$$

Método de cuadrados mínimos

Escribimos

$$M = \sum \left[y_i - (mx_i + b)\right]^2$$

La condición para que sea un mínimo con respecto a m y a b es:

$$\frac{\partial M}{\partial m} = 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{\partial M}{\partial b} = 0$$

D. C. Baird *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y el diseño de experimentos.* 2a. ed. Prentice Hall, México 1988, pp 172-174.

Método de cuadrados mínimos

$$m = \frac{N\sum x_i y_i - (\sum y_i \sum x_i)}{N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$b = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

D. C. Baird *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y el diseño de experimentos.* 2a. ed. Prentice Hall, México 1988, pp 172-174.

R En este caso sería el coeficiente de regresión lineal

Puede tomar valores de -1 a +1

R^2 Toma valores de 0 a 1

$$R^2 = \frac{\left[N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i\right]^2}{\left[N \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2\right]\left[N \sum y_i^2 - \left(\sum y_i\right)^2\right]}$$

Método de cuadrados mínimos

$$SE = \sqrt{\frac{\sum \left(y_i - mx_i - b\right)^2}{N-2}}$$

Incertidumbre en la pendiente $$u(m) = SE * \sqrt{\frac{N}{(N\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}}$$

Incertidumbre en la ordenada al origen $$u(b) = SE * \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{(N\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}}$$

Método de cuadrados mínimos

Expresiones válidas cuando **la incertidumbre en los datos de eje *y* es constante**

(x_i, y_i) u_{y_i} es la misma para todos los y_i

$$m = \frac{N\sum x_i y_i - (\sum y_i \sum x_i)}{N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$u(m) = SE * \sqrt{\frac{N}{(N\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}}$$

$$u(b) = SE * \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{(N\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}}$$

$$b = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$SE = \sqrt{\frac{\sum (y_i - m x_i - b)^2}{N-2}}$$

$$R^2 = \frac{\left[N\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i\right]^2}{\left[N\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2\right]\left[N\sum y_i^2 - (\sum y_i)^2\right]}$$

Cuando la incertidumbre en los datos de eje *y* NO es constante

$$m = \frac{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i y_i}{u_{y_i}^2} - \sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \sum \frac{y_i}{u_{y_i}^2}}{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} - \left(\sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \right)^2}$$

$$u(m) = \sqrt{\frac{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2}}{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} - \left(\sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \right)^2}}$$

$$b = \frac{\sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} \sum \frac{y_i}{u_{y_i}^2} - \sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i y_i}{u_{y_i}^2}}{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} - \left(\sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \right)^2}$$

$$u(b) = \sqrt{\frac{\sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2}}{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} - \left(\sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \right)^2}}$$

u_{y_i} es la incertidumbre asociada a cada valor de y_i

TAREA

Realizar un instructivo para realizar el ajuste lineal
De un conjunto de datos x,y con su calculadora