

Ejemplo de balance macroscópico de materia
(Separación)

1880 lb/h de un “lodo” compuesto por BaSO_4 , H_2SO_4 y agua (con una fracción masa de sólidos de 0.35) es lavado en un tanque con una solución de H_2SO_4 con el fin de romper cúmulos en el sulfato de bario sólido para su posterior procesamiento. La parte líquida del lodo tiene una fracción masa de 0.54 de ácido sulfúrico y 0.46 de agua, por otra parte la solución de lavado está compuesta por 0.95 ácido sulfúrico y 0.05 de agua. La mezcla obtenida del tanque de lavado es posteriormente espesada, obteniéndose un “lodo” con una fracción masa de BaSO_4 igual a 0.48, mientras que la solución producto de la decantación presenta una fracción masa de solo 0.02 del mismo sulfato. Realiza el balance de masa para el sistema descrito y representado en el esquema anexo (ver Figura 1), obteniendo la composición química y el flujo másico de la solución decantada y el lodo lavado en estado estacionario, si se alimentan 454kg de solución de lavado cada 30 minutos.

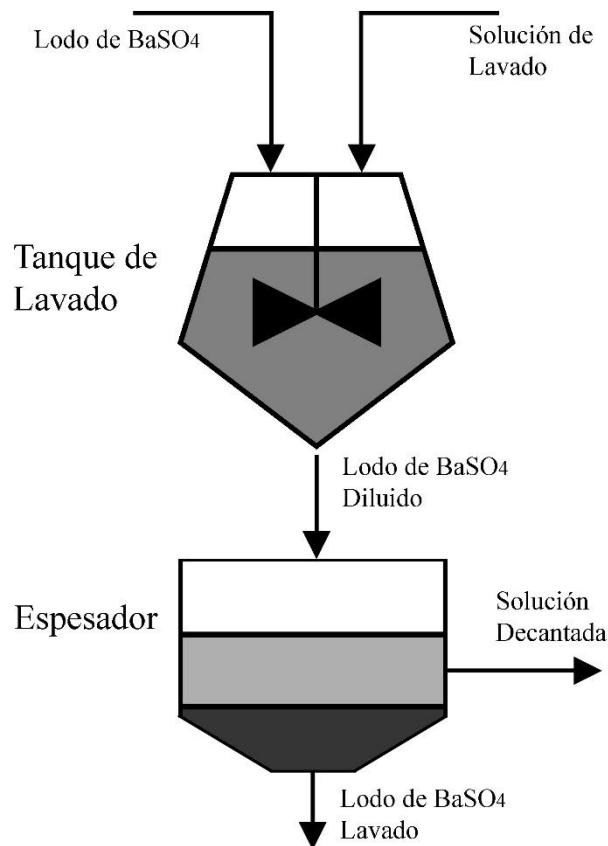


Figura 1.- Esquema del proceso de lavado de un lodo de BaSO_4 .

Antes de comenzar la resolución del problema recordemos la metodología de solución de un balance macroscópico de materia:

- 1.- Conocer el proceso y definir el sistema a estudiar incluyendo las suposiciones que se tendrán en el mismo.
- 2.- Realizar un esquema del proceso, en el cual se observen todas las entradas, salidas, términos fuente y las fronteras del sistema. En este punto se puede realizar una nueva definición del sistema simplemente colocando las fronteras del proceso donde sea más conveniente.
- 3.- Seleccionar si es mejor realizar el balance másico o molar y si es necesario se debe seleccionar una base de cálculo para realizar el mismo.
- 4.- Colocar todos los datos conocidos del proceso en el esquema previamente realizado, es decir, todos los flujos, composiciones químicas y reacciones químicas que se lleven a cabo en el mismo, colocar además toda la información extra que se tenga del proceso.
- 5.- Definir todas las ecuaciones de balance que se realizarán. En este punto se puede realizar el cálculo de los grados de libertad del sistema si se considera necesario.
- 6.- Escribir todas las ecuaciones de balance, sustituyendo los datos conocidos en las mismas y de ser necesario dejándolas en función de la composición química y los flujos involucrados.
- 7.- Resolver el sistema de ecuaciones obtenido, si es posible se pueden resolver las ecuaciones de balance conforme se van escribiendo.

Ahora procedemos a la solución.

Paso 1: Comencemos por definir el sistema. La Figura 2 presenta varias opciones para definir el sistema descrito, nótese que en la definición del sistema se deben visualizar claramente las corrientes de materia entrantes y salientes, que son las corrientes que podremos calcular, además de que existe la posibilidad de definir un proceso en varios sistemas, en un solo sistema de interés o bien colocar subsistemas dentro del mismo para poder resolver el balance de materia. En este caso trabajaremos con la segunda opción (ver Figura 2 b)), esto es porque nuestro principal interés son las corrientes que salen del decantador, mientras que no es realmente necesario conocer los detalles de la mezcla que lo alimenta.

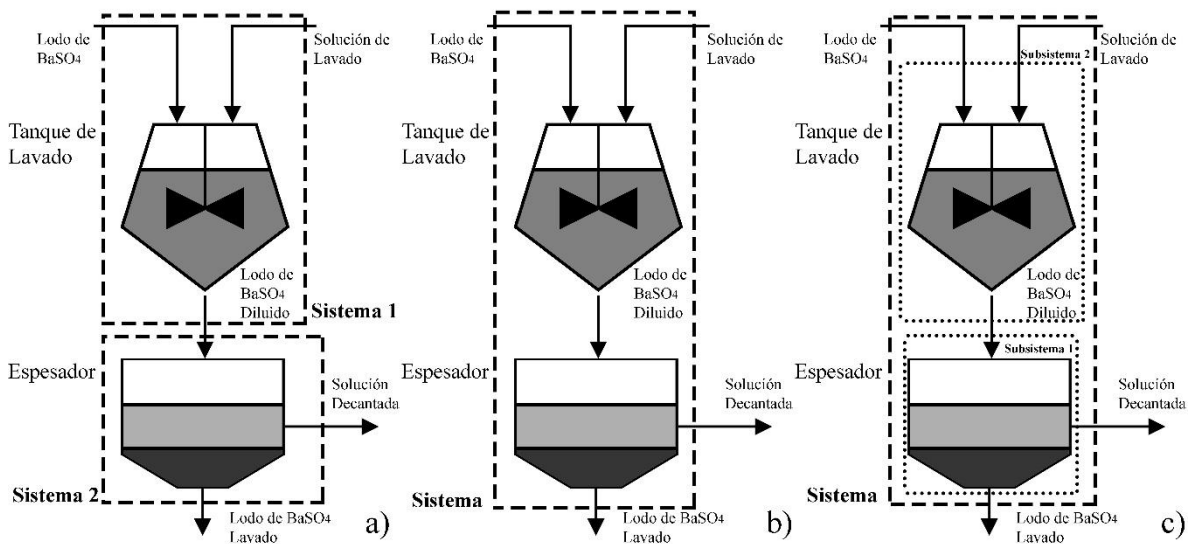


Figura 2.- Opciones de definición del sistema.

Paso 2: La Figura 3 presenta un esquema simplificado del proceso, el cual presenta todas las corrientes de entrada y salida del sistema, además de todos los datos conocidos de las mismas, que es el siguiente paso del proceso para hacer un balance. Recuerden que es posible redefinir las fronteras del sistema en caso de considerarlo necesario.

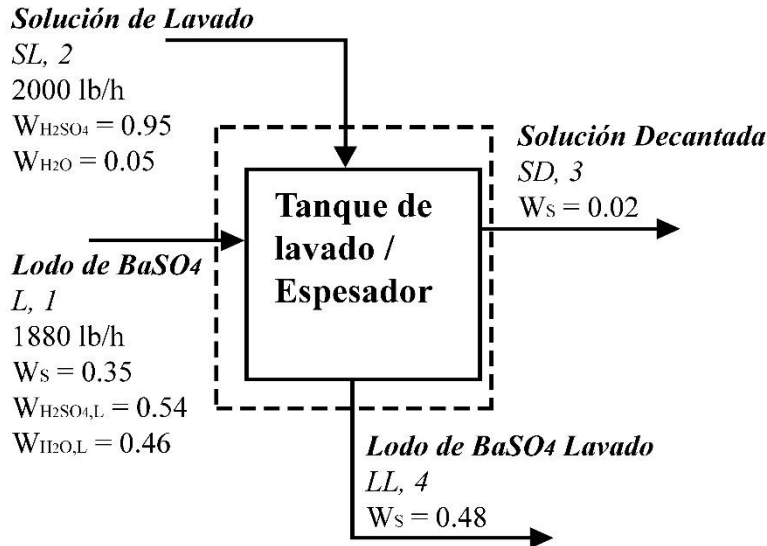


Figura 3.- Esquema del proceso de lavado/espesamiento de lodo de BaSO₄ con todos los datos conocidos.

Paso 3: En este caso, dado que el balance no tiene ninguna reacción química, sino que es un proceso completamente físico, además de involucrar exclusivamente elementos sólidos y líquidos, es mejor plantear el balance másico. No es necesario establecer una base de cálculo en este caso, pero se puede mencionar que se trabajara en lb/h debido a la facilidad de la conversión hacia las mismas unidades.

Paso 4: Para el presente balance ya se colocaron todos los datos conocidos del proceso en el paso 2, pero en caso de tener información adicional del proceso se puede anexar al esquema en este momento.

Paso 5: Es posible realizar una ecuación de balance para cada uno de los componentes del sistema, además de una ecuación de balance general, por lo tanto en este ejemplo se realizarán cuatro ecuaciones de balance, es decir, una para el H₂O, una para el H₂SO₄, una para el BaSO₄ y la ecuación de balance general. Es importante señalar que debido a que la ecuación de balance general se cumple necesariamente si se cumplen todas las demás, se cuenta con tres ecuaciones de balance independientes para el presente sistema.

Por ser el primer ejemplo, se calcularán los grados de libertad para el balance, este no es un proceso estrictamente necesario, pero es muy útil para saber si se requiere de información adicional para resolver el balance de materia. De ser necesario se recopilará información adicional de registros históricos, análisis teóricos del proceso, mediciones en planta o bien mediciones en laboratorio para poder realizar el balance.

Para el cálculo de los grados de libertad de un balance macroscópico de materia se utiliza la siguiente expresión:

$$DOF = SV - IB - IC - F - SR$$

Dónde: DOF son los grados de libertad, SV son las variables de corriente, IB son las ecuaciones de balance independientes, IC son las composiciones independientes conocidas, F son los flujos de corriente conocidos y SR son las relaciones especiales que se conozcan del proceso.

Para el cálculo de las variables de corriente (SV), se consideran todas las variables que deben conocerse de las corrientes del proceso, es decir, los flujos másicos y las composiciones independientes de cada una. En este caso nos apoyaremos de la Tabla 1 para poder realizar el cálculo.

Tabla 1.- Variables de corriente del proceso de lavado/espesamiento de lodo de BaSO₄.

Corriente	L, 1	SL, 2	SD, 3	LL, 4
Flujo másico	✓	✓	X	X
W _{BaSO₄}	✓	----	✓	✓
W _{H₂SO₄}	✓	✓	X	X
W _{H₂O}	✓	✓	X	X

En la Tabla 1 se presentan aquellas variables conocidas y aquellas desconocidas, además de saber que en la corriente 2 no existe sulfato de bario. En el caso de la corriente 1 el total de variables de corriente es 3, siendo el flujo másico una de ellas y dos composiciones independientes las otras dos, ya que, a pesar de contar con tres componentes esa corriente, dado que la suma de la fracción másica de los tres es la unidad, con conocer dos composiciones, la tercera se obtiene de la relación entre las mismas. De la misma manera se puede saber que las variables de corriente son 2, 3 y 3 para las corrientes 2, 3 y 4 respectivamente, por lo que el total de variables de corriente es de 11.

Ahora bien las ecuaciones de balance independientes (IB) son 3 como ya se mencionó anteriormente, ya que se puede escribir una ecuación de balance por cada componente, en este caso 4, y la ecuación general, siendo en este caso tres ecuaciones independientes.

Ahora bien se colocan las composiciones independientes conocidas (IC), si observamos la Tabla 1, vemos que en la corriente 1 conocemos 2 composiciones independientes y de las corrientes 2, 3 y 4 se conoce una composición independiente de cada una, con lo que en este caso se conocen 5 composiciones independientes.

Los flujos conocidos son 2, tal como se observa en la Tabla 1.

Finalmente se deben considerar las relaciones especiales (SR), en este caso existe una relación especial, la cual se explicará un poco más adelante.

Considerando lo anteriormente dicho, los grados de libertad de este proceso son:

$$DOF = 11 - 3 - 5 - 2 - 1 = 0$$

En caso de que los grados de libertad sean >0 se requiere de información adicional para resolver el balance y que la solución sea única. En caso de que sean <0 el sistema está sobredimensionado y hay que tener cuidado al momento de resolver el balance, ya que podrían encontrarse inconsistencia en la solución. Finalmente en caso de tener grados de libertad 0, el sistema está bien definido y la solución es única, como es el caso del presente ejemplo.

Regresando al asunto de las relaciones especiales (SR), en este caso existe una y es que la composición del líquido de las corrientes 3 y 4 es igual, es decir:

$$W_{H_2O,L,3} = W_{H_2O,L,4} = W_{H_2O,L}$$

$$W_{H_2SO_4,L,3} = W_{H_2SO_4,L,4} = W_{H_2SO_4,L}$$

Por lo que, si se conoce una composición independiente del líquido en cualquiera de las dos corrientes, se pueden conocer las demás. Esto es porque no existe una reacción química entre la fase sólida y la fase líquida, por lo que después del mezclado en el tanque de lavado, el líquido en contacto con el sólido alcanza la misma composición química, y al ser la decantación un proceso de separación físico solo se obtiene diferente proporción de sólidos en las corrientes que abandonan el espesador, mientras que el líquido conserva su composición.

Paso 6: Procedemos a escribir las ecuaciones de balance, tanto la general como la de cada uno de los componentes del sistema, para lo cual nos fijamos en la Figura 3 y la Tabla 1, para conocer las corrientes en la que se presenta cada uno de los componentes. Consideremos que en este caso, al ser un proceso físico y estar en estado estacionario, no existen términos fuente ni acumulación.

General:

Partimos de la ecuación general de balance, la cual simplificamos con las observaciones previamente escritas:

$$E - S + G = Ac$$

$$E - S = 0$$

Ahora sustituimos cada término de entrada y salida por los flujos másicos de las corrientes del sistema, en este caso podemos usar una nomenclatura que nos haga alusión a las corrientes o bien una notación numérica:

$$\dot{m}_L + \dot{m}_{SL} - \dot{m}_{SD} - \dot{m}_{LL} = 0$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3 - \dot{m}_4 = 0$$

Finalmente sustituimos los términos conocidos en la expresión y despejamos para que sea más fácil el manejo de la ecuación:

$$1880 \frac{lb}{h} + 2000 \frac{lb}{h} - \dot{m}_3 - \dot{m}_4 = 0$$

$$\dot{m}_3 + \dot{m}_4 = 3880 \frac{lb}{h}$$

BaSO₄:

Usamos los mismos pasos que para la ecuación general de balance, pero en esta ocasión podemos nos referimos a los flujos másicos de la especie correspondiente en cada una de las corrientes en donde se encuentre presente la misma:

$$E - S + G = Ac$$

$$E - S = 0$$

$$\dot{m}_{BaSO_4,1} - \dot{m}_{BaSO_4,3} - \dot{m}_{BaSO_4,4} = 0$$

Ahora bien, podemos reescribir la ecuación en términos de las fracciones másicas y los flujos másicos de las corrientes:

$$W_{BaSO_4,1} \dot{m}_1 - W_{BaSO_4,3} \dot{m}_3 - W_{BaSO_4,4} \dot{m}_4 = 0$$

Esto es porque:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{BaSO_4,1} &= W_{BaSO_4,1} \dot{m}_1 \\ \frac{m_{BaSO_4,1}}{t} &= \left(\frac{m_{BaSO_4,1}}{m_1} \right) \left(\frac{m_1}{t} \right)\end{aligned}$$

Procedemos a sustituir los datos conocidos y reagrupar los términos de la ecuación:

$$\begin{aligned}0.35 \frac{lb BaSO_4}{lb} \left(1880 \frac{lb}{h} \right) - 0.02 \dot{m}_3 - 0.48 \dot{m}_4 &= 0 \\ 0.02 \dot{m}_3 + 0.48 \dot{m}_4 &= 658 \frac{lb BaSO_4}{h}\end{aligned}$$

H₂O:

Realizamos el mismo procedimiento que para los balances anteriores:

$$\begin{aligned}E - S + G &= Ac \\ E - S &= 0 \\ \dot{m}_{H_2O,1} + \dot{m}_{H_2O,2} - \dot{m}_{H_2O,3} - \dot{m}_{H_2O,4} &= 0\end{aligned}$$

En este caso no conocemos la fracción másica de agua en las corrientes, sino que conocemos la composición del líquido en las mismas, y dado que el BaSO₄ es el único sólido y conocemos su composición en todas las corrientes, podemos reescribir la expresión realizando el balance solo para la parte líquida:

$$\dot{m}_{H_2O,L,1} + \dot{m}_{H_2O,L,2} - \dot{m}_{H_2O,L,3} - \dot{m}_{H_2O,L,4} = 0$$

Que se puede reescribir de la siguiente manera:

$$W_{H_2O,L,1} W_{L,1} \dot{m}_1 + W_{H_2O,L,2} W_{L,2} \dot{m}_2 - W_{H_2O,L,3} W_{L,3} \dot{m}_3 - W_{H_2O,L,4} W_{L,4} \dot{m}_4 = 0$$

Debido a que:

$$\begin{aligned}\dot{m}_{H_2O,L,1} &= W_{H_2O,L,1} W_{L,1} \dot{m}_1 \\ \frac{m_{H_2O,L,1}}{t} &= \left(\frac{m_{H_2O,L,1}}{m_{L,1}} \right) \left(\frac{m_{L,1}}{m_1} \right) \left(\frac{m_1}{t} \right)\end{aligned}$$

Terminamos sustituyendo los valores conocidos de la ecuación y reagrupándola:

$$\begin{aligned}(0.46)(0.65) \left(1880 \frac{lb}{h} \right) + (0.05)(1.0) \left(2000 \frac{lb}{h} \right) - W_{H_2O,L,3} (0.98) \dot{m}_3 - W_{H_2O,L,4} (0.52) \dot{m}_4 &= 0 \\ 0.98 W_{H_2O,L,3} \dot{m}_3 + 0.52 W_{H_2O,L,4} \dot{m}_4 &= 662.12 \frac{lb H_2O}{h}\end{aligned}$$

Recuerden que la suma de las fracciones másicas de todos los componentes de una corriente es igual a 1, eso aplica también para las fases presentes en un sistema, en este caso:

$$\begin{aligned}W_{BaSO_4,1} + W_{H_2O,1} + W_{H_2SO_4,1} &= 1.0 \\ W_{S,1} + W_{L,1} &= 1.0\end{aligned}$$

H₂SO₄:

Finalmente realizamos el mismo procedimiento para la última especie a balancear:

$$\begin{aligned}E - S + G &= Ac \\ E - S &= 0 \\ \dot{m}_{H_2SO_4,1} + \dot{m}_{H_2SO_4,2} - \dot{m}_{H_2SO_4,3} - \dot{m}_{H_2SO_4,4} &= 0 \\ W_{H_2SO_4,L,1} W_{L,1} \dot{m}_1 + W_{H_2SO_4,L,2} W_{L,2} \dot{m}_2 - W_{H_2SO_4,L,3} W_{L,3} \dot{m}_3 - W_{H_2SO_4,L,4} W_{L,4} \dot{m}_4 &= 0\end{aligned}$$

$$(0.54)(0.65) \left(1880 \frac{lb}{h} \right) + (0.95)(1) \left(2000 \frac{lb}{h} \right) - W_{H_2SO_4,L,3}(0.98)\dot{m}_3 - W_{H_2SO_4,L,4}(0.52)\dot{m}_4 = 0$$

$$0.98W_{H_2SO_4,L,3}\dot{m}_3 + 0.52W_{H_2SO_4,L,4}\dot{m}_4 = 2559.88 \frac{lb H_2SO_4}{h}$$

Finalmente, considerando la relación especial de este balance, que es:

$$W_{H_2O,L,3} = W_{H_2O,L,4} = W_{H_2O,L}$$

$$W_{H_2SO_4,L,3} = W_{H_2SO_4,L,4} = W_{H_2SO_4,L}$$

Las ecuaciones para el agua y el ácido sulfúrico se pueden reescribir de la siguiente forma:

$$W_{H_2O,L}(0.98\dot{m}_3 + 0.52\dot{m}_4) = 662.12 \frac{lb H_2O}{h}$$

$$W_{H_2SO_4,L}(0.98\dot{m}_3 + 0.52\dot{m}_4) = 2559.88 \frac{lb H_2SO_4}{h}$$

Paso 7: Procedemos a resolver el sistema de ecuaciones generado por los 4 balances realizados en el sistema, las cuales son:

General:

$$\dot{m}_3 + \dot{m}_4 = 3880 \frac{lb}{h}$$

BaSO₄:

$$0.02\dot{m}_3 + 0.48\dot{m}_4 = 658 \frac{lb BaSO_4}{h}$$

H₂O:

$$W_{H_2O,L}(0.98\dot{m}_3 + 0.52\dot{m}_4) = 662.12 \frac{lb H_2O}{h}$$

H₂SO₄:

$$W_{H_2SO_4,L}(0.98\dot{m}_3 + 0.52\dot{m}_4) = 2559.88 \frac{lb H_2SO_4}{h}$$

Una metodología de solución es la siguiente:

$$\dot{m}_3 = 3880 \frac{lb}{h} - \dot{m}_4$$

$$0.02 \left(3880 \frac{lb}{h} - \dot{m}_4 \right) + 0.48\dot{m}_4 = 658 \frac{lb BaSO_4}{h}$$

$$77.6 \frac{lb}{h} - 0.02\dot{m}_4 + 0.48\dot{m}_4 = 658 \frac{lb BaSO_4}{h}$$

$$0.46\dot{m}_4 = 580.4 \frac{lb BaSO_4}{h}$$

$$\dot{m}_4 = 1261.74 \frac{lb}{h}$$

$$\dot{m}_3 = 3880 \frac{lb}{h} - 1261.74 \frac{lb}{h}$$

$$\dot{m}_3 = 2618.26 \frac{lb}{h}$$

$$W_{H_2O,L} \left(0.98 \left(2618.26 \frac{lb}{h} \right) + 0.52 \left(1261.74 \frac{lb}{h} \right) \right) = 662.12 \frac{lb H_2O}{h}$$

$$W_{H_2O,L} \left(3222 \frac{lb}{h} \right) = 662.12 \frac{lb H_2O}{h}$$

$$W_{H_2O,L} = 0.2055$$

$$W_{H_2SO_4,L} \left(3222 \frac{lb}{h} \right) = 2559.88 \frac{lb H_2SO_4}{h}$$

$$W_{H_2SO_4,L} = 0.7945$$

Recuerden que lo que se calculó fueron las fracciones másicas del agua y el ácido sulfúrico en la parte líquida, por lo que se debe multiplicar por la fracción de líquido en la corriente para obtener la fracción masa de ese componente en la misma. Los resultados del balance de materia se presentan en la Tabla 2, en donde se colocó la fracción de los componentes con respecto a la corriente, las cuales deben sumar 1.

Tabla 2.- Resultados del balance de materia del proceso de lavado/espesamiento de lodo de BaSO₄.

Corriente	L, 1	SL, 2	SD, 3	LL, 4
Flujo másico (lb/h)	1880	2000	2618.26	1261.74
W _{BaSO₄}	0.3500	0.0000	0.0200	0.4800
W _{H₂SO₄}	0.3510	0.9500	0.7786	0.4131
W _{H₂O}	0.2990	0.0500	0.2014	0.1069

Una manera sencilla de comprobar el balance es sustituyendo los datos en la ecuación general de balance, en donde debe cumplirse el mismo:

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 - \dot{m}_3 - \dot{m}_4 = 0$$

$$1880 \frac{lb}{h} + 2000 \frac{lb}{h} - 2618.26 \frac{lb}{h} - 1261.74 \frac{lb}{h} = 0$$

Y dado que la suma de las fracciones másicas de los componentes en cada corriente es igual a la unidad, podemos concluir que el balance de materia para este proceso es correcto.