

Ejemplo de balance macroscópico de materia (Cubilote)

El horno de cubilote se emplea para fundir grandes cantidades de aleaciones ferrosas. Se trata de un horno que opera verticalmente, es decir, se carga por la parte superior del mismo y en la parte inferior salen los productos de la fusión, la Figura 1 presenta un esquema típico de un horno de cubilote.

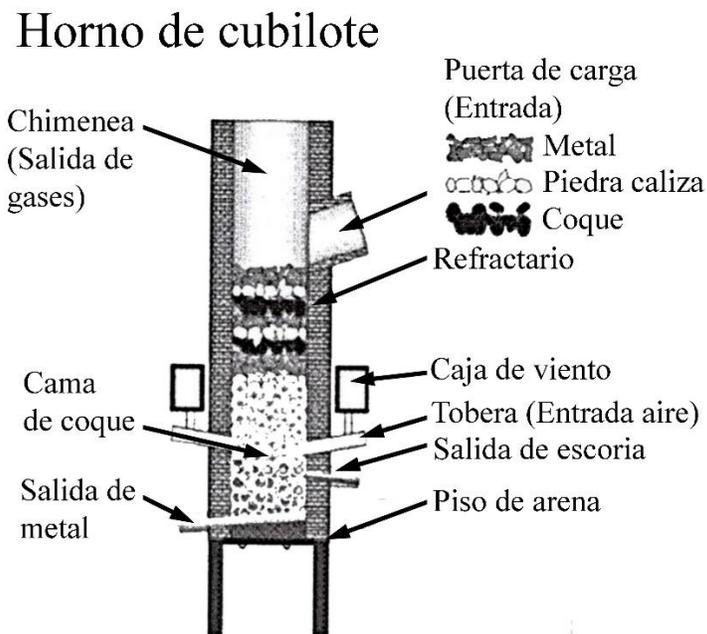


Figura 1.- Esquema de un horno de cubilote.

El cubilote es básicamente un cilindro de material refractario que en su parte baja está sostenido por una gran cantidad de arena con el fin de sostener la estructura principal del horno. El cilindro en la parte de arriba tiene una puerta de carga, la cual se emplea para adicionar continuamente las materias primas empleadas para producir la aleación deseada. [1,2]

Típicamente se cargan camas alternadas de coque, piedra caliza y el metal que se desea fundir. El coque es carbón destilado, lo cual elimina gran cantidad de las impurezas y permite por tanto que la combustión del mismo tenga mayor eficiencia térmica. La piedra caliza es fundamentalmente carbonato de calcio, tiene la función de ser un fundente o escorificante durante el proceso de fusión, ayudando a generar una escoria más estable y con una basicidad adecuada para no reaccionar con el material refractario del que está fabricado el horno. El metal adicionado puede ser arrabio, chatarra de acero o chatarra de fierros entre otras aleaciones ferrosas.

El horno presenta varias toberas incrustadas a lo largo de su diámetro, estas toberas están ubicadas de tal forma que apunten directamente a la denominada cama de coque, y su función principal es insuflar aire hacia el horno con el fin de que se realice la combustión del coque que se alimenta continuamente al mismo. Las toberas están conectadas a un cilindro hueco de material refractario que se denomina caja de viento, la cual tiene aire a una presión adecuada para que la inyección de gas al horno coincida con el flujo de metal producido por el horno.

En la parte baja del horno este presenta dos salidas, una más baja que la otra, siendo la más elevada por donde se extrae la escoria que produce el horno y la que está ubicada en el fondo del horno por donde se obtiene el metal fundido. La ubicación de las salidas y las toberas obedece a la manera en la que el horno opera. La carga baja a lo largo del cilindro, el cual presenta una estratificación térmica, siendo la parte superior la parte más fría del mismo y la parte baja la sección más caliente. Al llegar a la parte baja el coque comienza a reaccionar con el oxígeno del aire inyectado, el calor liberado de esta forma funde el metal y oxida parte del mismo, además de calcinar la piedra caliza que se añade al mismo. Los óxidos formados y el óxido de calcio producto de la oxidación de la piedra caliza forman una capa de óxidos fundidos o semi-sólidos que se denomina escoria.

Debido a la diferencia de densidades los productos de las reacciones químicas dentro del horno se estratifican, siendo el metal líquido el más denso se desplaza hasta el fondo del horno, al ser menos densa la escoria flota sobre el mismo y finalmente al ser el menos denso el coque flota sobre la escoria, lo que se denomina cama de coque. Dependiendo de la altura que alcancen estos productos se establece la colocación de las salidas del horno y la ubicación de las toberas.

Debido a la continua insuflación de aire y a que la combustión continúa de coque libera gases, la parte superior del horno permanece abierta, permitiendo el escape de los gases en la llamada chimenea y de esta manera evitando la presurización del sistema.

El horno de cubilote permite la producción de grandes cantidades de metal líquido, sin embargo, al tener en contacto la materia prima, tanto con el combustible, como con los gases productos de la combustión, la escoria y el escorificante, el metal producido mediante un horno de cubilote tiene una calidad metalúrgica baja y el control de la composición química que se obtiene del mismo es muy complicado.

Una vez conocido este preámbulo del horno de cubilote, procedamos a resolver un balance de materia que se establece sobre el mismo.

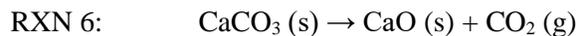
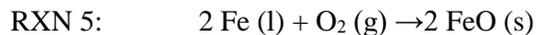
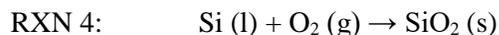
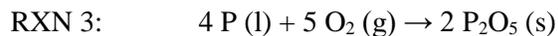
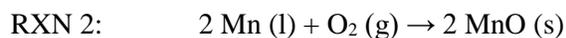
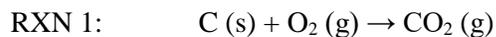
Referencias:

- [1] Leth-Miller, R., Jensen, A. D., Glarborg, P., Jensen, L. M., Hansen, P. B., & Jørgensen, S. B. (2003). Investigation of a mineral melting cupola furnace. Part I. Experimental work. *Industrial & engineering chemistry research*, 42(26), 6872-6879.
- [2] Leth-Miller, R., Jensen, A. D., Glarborg, P., Jensen, L. M., Hansen, P. B., & Jørgensen, S. B. (2003). Investigation of a mineral melting cupola furnace. Part II. Mathematical modeling. *Industrial & engineering chemistry research*, 42(26), 6880-6892.

Chatarra ferrosa es cargada en un horno de cubilote para reciclarla, la masa total de chatarra es de 10 toneladas métricas por día y tiene la siguiente composición química: 3.6 % C, 2.0 % Si, 0.7 % Mn, 0.7 % P, 2.0 % óxidos (75.0 % SiO₂ y 25.0 % Al₂O₃) y el resto Fe. El horno funciona mediante la combustión de coque, este se encuentra en contacto con la carga metálica, siendo necesario inyectar aire (79.0 % N₂ y 21.0 % O₂) al horno para realizar la combustión. Se utilizan en total 1.25 toneladas métricas de coque por día con una composición de 5.0 % SiO₂, 3.0 % Al₂O₃, 2.0 % FeO y el resto es C. Además de estos dos elementos al horno se le agrega fundente (250 kg/día) para producir una escoria básica estable que además remueva los óxidos del metal líquido, este tiene una composición de 1.0 % SiO₂, 1.0 % Al₂O₃ y el resto es CaCO₃.

Al terminar el proceso se obtiene metal líquido y escoria, además de los gases producto de las reacciones que se llevan a cabo dentro del horno y de la inyección de aire. El metal tiene 4.8 % de C además de Si y Mn, pero no posee ningún otro elemento en cantidades apreciables salvo el Fe que es la base de la aleación. La escoria se analiza y tiene una composición de 10.0 % FeO, 46.0 % SiO₂, 3.0 % MnO, además de contener CaO, Al₂O₃ y P₂O₅. Los gases obtenidos a la salida del proceso son únicamente CO₂ y N₂, es decir, se inyecta la cantidad necesaria de aire para que no quede O₂ remanente.

Las reacciones ocurridas dentro del horno son:



Las masas molares (en g/gmol) de los elementos que intervienen en el proceso son:

C = 12, O = 16, Fe = 56, Si = 28, Mn = 55, P = 31, Al = 27, N = 14 y Ca = 40.

- Bosqueje un diagrama del proceso colocando toda la información conocida en el mismo.
- Obtener la masa y la composición química de la escoria.
- Calcule la masa y la composición química del metal fundido.
- ¿Qué volumen de aire que se debe inyectar para el proceso, si este se inyecta en condiciones normales de temperatura y presión?

Notas: Típicamente el fósforo no se oxida durante los procesos de fundición, y termina siendo una impureza dentro de la aleación al final de los mismos, sin embargo, en este ejemplo se considerará que las condiciones son suficientemente oxidantes para que el óxido de fósforo pase a formar parte de la escoria. En general el óxido de hierro al final del proceso de fundición, es una mezcla de óxidos de hierro con distintas estequiometrias hierro-oxígeno que se calculan a partir de diferentes reacciones que dependen de la termodinámica del sistema, en el presente ejemplo solo se considerará la reacción planteada. Finalmente hay que mencionar que la mayoría de los quemadores operan con un exceso de oxígeno para asegurar una combustión completa, en este caso eso no se considerará, y se considera que solo entra al horno la cantidad estequiométrica de aire.

Antes de comenzar la resolución del problema recordemos la metodología de solución de un balance macroscópico de materia:

- 1.- Conocer el proceso y definir el sistema a estudiar incluyendo las suposiciones que se tendrán en el mismo.
- 2.- Realizar un esquema del proceso, en el cual se observen todas las entradas, salidas, términos fuente y las fronteras del sistema. En este punto se puede realizar una nueva definición del sistema simplemente colocando las fronteras del proceso donde sea más conveniente.
- 3.- Seleccionar si es mejor realizar el balance másico o molar y si es necesario se debe seleccionar una base de cálculo para realizar el mismo.
- 4.- Colocar todos los datos conocidos del proceso en el esquema previamente realizado, es decir, todos los flujos, composiciones químicas y reacciones químicas que se lleven a cabo en el mismo, colocar además toda la información extra que se tenga del proceso.
- 5.- Definir todas las ecuaciones de balance que se realizarán. En este punto se puede realizar el cálculo de los grados de libertad del sistema si se considera necesario.
- 6.- Escribir todas las ecuaciones de balance, sustituyendo los datos conocidos en las mismas y de ser necesario dejándolas en función de la composición química y los flujos involucrados.
- 7.- Resolver el sistema de ecuaciones obtenido, si es posible se pueden resolver las ecuaciones de balance conforme se van escribiendo.

a) Bosqueje un diagrama del proceso colocando toda la información conocida en el mismo.

Observemos que este primer inciso nos requiere que sigamos la metodología de resolución hasta el cuarto punto de la misma.

El primer punto está cubierto, al describir a profundidad el horno de cubilote en la introducción del presente texto, conocemos su funcionamiento, siendo el sistema que estudiaremos la totalidad del horno. En este caso es sencillo establecer el sistema dado que se plantea un único reactor, en el caso de que se consideren varios sistemas interconectados, la definición puede solo considerar varios de ellos o solo uno, dependiendo del objetivo del balance.

Ahora procederemos a realizar un esquema del horno mostrando claramente las entradas y salidas del mismo, el cual se presenta en la Figura 2. Nótese que se dibujan las fronteras del sistema, pudiéndose observar claramente las corrientes de entrada y salida con la dirección de las flechas que la representan. En este caso se colocó entre paréntesis un identificador para cada corriente, que será de utilidad para que el balance sea más claro al escribir las ecuaciones del mismo.

Dado que el proceso descrito posee principalmente sólidos y líquidos, además de que los gases no representan un impedimento para las reacciones químicas podemos realizar un balance de masa. Además dadas las cantidades manejadas podemos estipular una base de cálculo de un día. Con esto satisfacemos el tercer punto de la metodología.

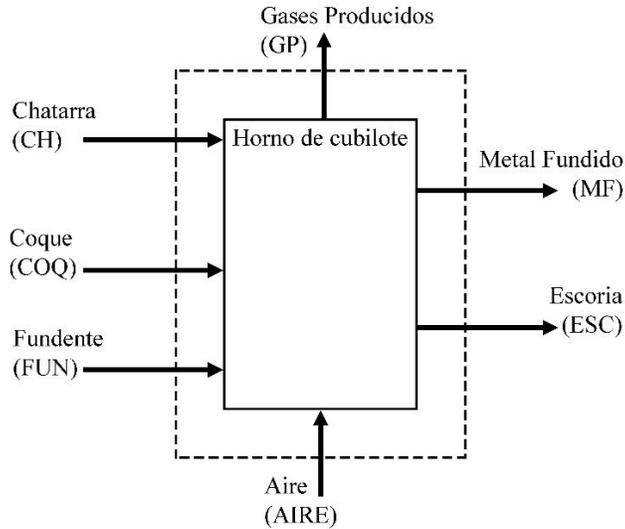


Figura 2.- Esquema del horno de cubilote descrito en el problema, mostrando entradas y salidas del proceso.

Procedamos entonces a colocar todos los datos conocidos en el esquema planteado (ver Figura 2), para ello revisaremos los datos que conocemos y aquellos que podamos calcular con los datos que conocemos. El esquema que presenta todos los datos conocidos se presenta en la Figura 3.

La Figura 3 recopila todos los datos del sistema conocidos y descritos en el enunciado del ejemplo, es conveniente una vez recopilados hacer observaciones sobre los mismos. Primeramente debe observarse que de las corrientes de entrada, salvo del aire, se conocen tanto las masas como las composiciones, con lo cual están completamente definidas. En cuanto a las corrientes de salida, no se conocen las masas ni las composiciones en su totalidad, no obstante se cuentan con varios datos de las mismas.

Véase también que dentro del sistema se colocaron las reacciones químicas que se llevan a cabo, esto es porque son términos fuente, por lo que se llevan a cabo al interior del sistema. Es en general una buena práctica, calcular los términos fuente y colocar el valor de los mismos directamente en el esquema, sin embargo, en este caso no se hará debido principalmente a dos motivos, el primero es el espacio, ya que el esquema se ha saturado dada la cantidad de datos con los que se cuenta, el segundo es que no se pueden calcular varios términos fuente dado que las reacciones no se llevan a cabo en su totalidad, por ejemplo, en el caso de Fe no reacciona todo, teniéndose a la salida del proceso aun una gran cantidad del mismo, por lo que solo con estequiometría no es posible calcular este término fuente. En esos casos podemos usar datos termodinámicos y/o cinéticos para realizar el cálculo, o bien como se verá en este ejemplo calcularlos a partir del balance.

Hay que considerar también que las composiciones mostradas en el esquema son másicas para los sólidos y los líquidos, y molares para los gases, en general es necesario que el esquema muestre solo másicas o solo molares dependiendo de qué balance se haya decidido realizar, pero en este caso los gases prácticamente no interactúan en sus ecuaciones con los otros componentes, por lo que no es necesario.

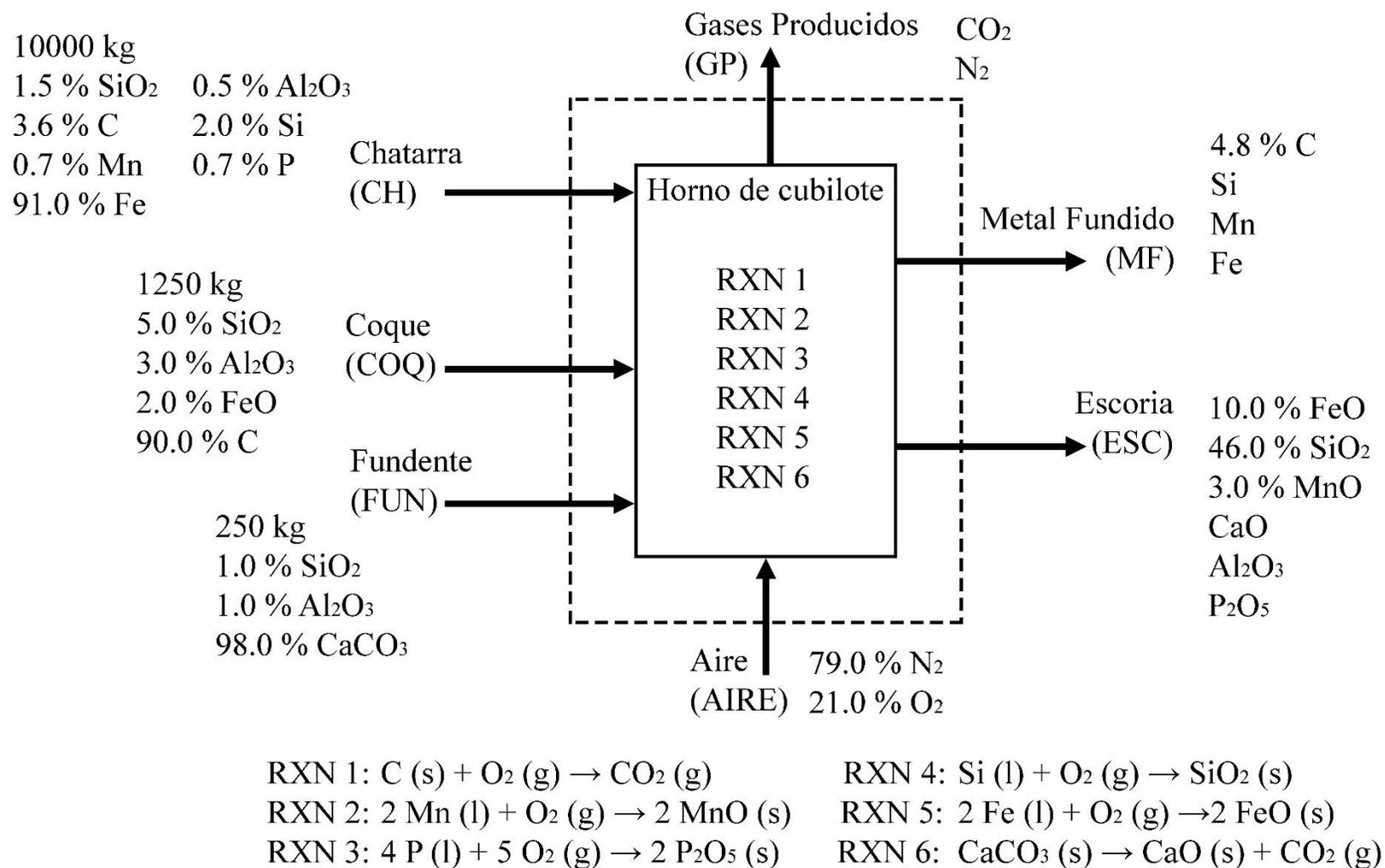
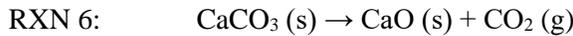


Figura 3.- Esquema del horno de cubilote con todos los datos conocidos del proceso.

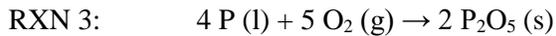
b) Obtener la masa y la composición química de la escoria.

Observemos nuevamente el esquema presentado en la Figura 3, observemos que tenemos varios datos de los componentes de la escoria, específicamente su composición química, pero además podemos calcular el valor de varios términos fuente de sus componentes, específicamente el del CaO que proviene de la calcinación de CaCO₃, y el del P₂O₅ proveniente de la oxidación del P, ya que en las salidas no se presenta ni CaCO₃ ni P, lo que implica la reacción completa de los mismos:



$$G_{\text{CaO},\text{RXN } 6} = 245 \text{ kg CaCO}_3 \left(\frac{1 \text{ kg mol CaCO}_3}{100 \text{ kg CaCO}_3} \right) \left(\frac{1 \text{ kg mol CaO}}{1 \text{ kg mol CaCO}_3} \right) \left(\frac{56 \text{ kg CaO}}{1 \text{ kg mol CaO}} \right)$$

$$G_{\text{CaO},\text{RXN } 6} = 137.2 \text{ kg CaO}$$



$$G_{\text{P}_2\text{O}_5,\text{RXN } 3} = 70 \text{ kg P} \left(\frac{1 \text{ kg mol P}}{31 \text{ kg P}} \right) \left(\frac{2 \text{ kg mol P}_2\text{O}_5}{4 \text{ kg mol P}} \right) \left(\frac{142 \text{ kg P}_2\text{O}_5}{1 \text{ kg mol P}_2\text{O}_5} \right)$$

$$G_{\text{P}_2\text{O}_5,\text{RXN } 3} = 160.3226 \text{ kg P}_2\text{O}_5$$

Una vez calculados los términos fuente, podemos escribir las ecuaciones de balance para todas las especies que componen la escoria (definir las ecuaciones es el quinto paso de la metodología de balance), es decir, las ecuaciones de los componentes FeO, SiO₂, MnO, CaO, Al₂O₃ y P₂O₅. Escribir las ecuaciones de balance es el sexto paso de nuestra metodología para resolver un balance de materia. En este caso vamos a considerar un proceso continuo en estado estable y dado que consideramos una base de cálculo de un día, la ecuación considera masas en lugar de flujos másicos, por lo que las ecuaciones de balance tendrán la siguiente forma:

$$E - S + G = 0$$

FeO:

$$m_{\text{FeO},\text{COQ}} - m_{\text{FeO},\text{ESC}} + G_{\text{FeO},\text{RXN } 5} = 0$$

$$W_{\text{FeO},\text{COQ}} m_{\text{COQ}} - W_{\text{FeO},\text{ESC}} m_{\text{ESC}} + G_{\text{FeO},\text{RXN } 5} = 0$$

$$\left(0.02 \frac{\text{kg FeO}}{\text{kg COQ}} \right) 1250 \text{ kg COQ} - \left(0.10 \frac{\text{kg FeO}}{\text{kg ESC}} \right) m_{\text{ESC}} + G_{\text{FeO},\text{RXN } 5} = 0$$

$$25 \text{ kg FeO} - 0.10 m_{\text{ESC}} + G_{\text{FeO},\text{RXN } 5} = 0$$

$$G_{\text{FeO},\text{RXN } 5} = 0.10 m_{\text{ESC}} - 25 \text{ kg FeO}$$

SiO₂:

$$m_{SiO_2,CH} + m_{SiO_2,COQ} + m_{SiO_2,FUN} - m_{SiO_2,ESC} + G_{SiO_2,RXN 4} = 0$$

$$W_{SiO_2,CH}m_{CH} + W_{SiO_2,COQ}m_{COQ} + W_{SiO_2,FUN}m_{FUN} - W_{SiO_2,ESC}m_{ESC} + G_{SiO_2,RXN 4} = 0$$

$$0.015(10000 \text{ kg}) + 0.05(1250 \text{ kg}) + 0.01(250 \text{ kg}) - 0.46 m_{ESC} + G_{SiO_2,RXN 4} = 0$$

$$150 \text{ kg SiO}_2 + 62.5 \text{ kg SiO}_2 + 2.5 \text{ kg SiO}_2 - 0.46 m_{ESC} + G_{SiO_2,RXN 4} = 0$$

$$215 \text{ kg SiO}_2 - 0.46 m_{ESC} + G_{SiO_2,RXN 4} = 0$$

$$G_{SiO_2,RXN 4} = 0.46 m_{ESC} - 215 \text{ kg SiO}_2$$

MnO:

$$-m_{MnO,ESC} + G_{MnO,RXN 2} = 0$$

$$-W_{MnO,ESC}m_{ESC} + G_{MnO,RXN 2} = 0$$

$$-0.03 m_{ESC} + G_{MnO,RXN 2} = 0$$

$$G_{MnO,RXN 2} = 0.03 m_{ESC}$$

CaO:

$$-m_{CaO,ESC} + G_{CaO,RXN 6} = 0$$

$$m_{CaO,ESC} = G_{CaO,RXN 6}$$

$$m_{CaO,ESC} = 137.2 \text{ kg CaO}$$

$$W_{CaO,ESC}m_{ESC} = 137.2 \text{ kg CaO}$$

Al₂O₃:

$$m_{Al_2O_3,CH} + m_{Al_2O_3,COQ} + m_{Al_2O_3,FUN} - m_{Al_2O_3,ESC} = 0$$

$$W_{Al_2O_3,CH}m_{CH} + W_{Al_2O_3,COQ}m_{COQ} + W_{Al_2O_3,FUN}m_{FUN} - m_{Al_2O_3,ESC} = 0$$

$$0.005(10000 \text{ kg}) + 0.03(1250 \text{ kg}) + 0.01(250 \text{ kg}) - m_{Al_2O_3,ESC} = 0$$

$$50 \text{ kg Al}_2\text{O}_3 + 37.5 \text{ kg Al}_2\text{O}_3 + 2.5 \text{ kg Al}_2\text{O}_3 - m_{Al_2O_3,ESC} = 0$$

$$90 \text{ kg Al}_2\text{O}_3 - m_{Al_2O_3,ESC} = 0$$

$$m_{Al_2O_3,ESC} = 90 \text{ kg Al}_2\text{O}_3$$

$$W_{Al_2O_3,ESC}m_{ESC} = 90 \text{ kg Al}_2\text{O}_3$$

P₂O₅:

$$-m_{P_2O_5,ESC} + G_{P_2O_5,RXN 3} = 0$$

$$m_{P_2O_5,ESC} = G_{P_2O_5,RXN 3}$$

$$m_{P_2O_5,ESC} = 160.3226 \text{ kg } P_2O_5$$

$$W_{P_2O_5,ESC} m_{ESC} = 160.3226 \text{ kg } P_2O_5$$

Ahora debemos resolver el sistema de ecuaciones:

$$G_{FeO,RXN 5} = 0.10 m_{ESC} - 25 \text{ kg } FeO$$

$$G_{SiO_2,RXN 4} = 0.46 m_{ESC} - 215 \text{ kg } SiO_2$$

$$G_{MnO,RXN 2} = 0.03 m_{ESC}$$

$$W_{CaO,ESC} m_{ESC} = 137.2 \text{ kg } CaO$$

$$W_{Al_2O_3,ESC} m_{ESC} = 90 \text{ kg } Al_2O_3$$

$$W_{P_2O_5,ESC} m_{ESC} = 160.3226 \text{ kg } P_2O_5$$

En principio tenemos seis ecuaciones con siete incógnitas, sin embargo, contamos con una relación adicional:

$$W_{FeO,ESC} + W_{SiO_2,ESC} + W_{MnO,ESC} + W_{CaO,ESC} + W_{Al_2O_3,ESC} + W_{P_2O_5,ESC} = 1.0$$

$$0.10 + 0.46 + 0.03 + W_{CaO,ESC} + W_{Al_2O_3,ESC} + W_{P_2O_5,ESC} = 1.0$$

$$W_{CaO,ESC} + W_{Al_2O_3,ESC} + W_{P_2O_5,ESC} = 0.41$$

Con lo que tenemos siete ecuaciones con siete incógnitas, y el sistema de ecuaciones puede ser resuelto, que es el séptimo y último paso de nuestra metodología de solución de balances macroscópicos de materia:

$$\frac{137.2 \text{ kg}}{m_{ESC}} + \frac{90 \text{ kg}}{m_{ESC}} + \frac{160.3226 \text{ kg}}{m_{ESC}} = 0.41$$

$$137.2 \text{ kg} + 90 \text{ kg} + 160.3226 \text{ kg} = 0.41 m_{ESC}$$

$$387.5226 \text{ kg} = 0.41 m_{ESC}$$

$$m_{ESC} = \frac{387.5226 \text{ kg}}{0.41}$$

$$m_{ESC} = 945.1770 \text{ kg}$$

Obtenemos las composiciones restantes:

$$W_{CaO,ESC} = \frac{137.2 \text{ kg } CaO}{945.1770 \text{ kg}}$$

$$W_{Al_2O_3,ESC} = \frac{90 \text{ kg } Al_2O_3}{945.1770 \text{ kg}}$$

$$W_{P_2O_5,ESC} = \frac{160.3226 \text{ kg } P_2O_5}{945.1770 \text{ kg}}$$

$$W_{CaO,ESC} = 0.1452$$

$$W_{Al_2O_3,ESC} = 0.0952$$

$$W_{P_2O_5,ESC} = 0.1696$$

Obtenemos los términos fuentes restantes:

$$G_{FeO,RXN 5} = 0.10 (945.1770 \text{ kg}) - 25 \text{ kg } FeO$$

$$G_{SiO_2,RXN 4} = 0.46 (945.1770 \text{ kg}) - 215 \text{ kg } SiO_2$$

$$G_{MnO,RXN 2} = 0.03 (945.1770 \text{ kg})$$

$$G_{FeO,RXN 5} = 69.5177 \text{ kg } FeO$$

$$G_{SiO_2,RXN 4} = 219.7814 \text{ kg } SiO_2$$

$$G_{MnO,RXN 2} = 28.3553 \text{ kg } MnO$$

Con los resultados de la solución del sistema de ecuaciones podemos considerar completo el balance de materia para la escoria, teniendo la misma la siguiente masa y composición química:

$$m_{ESC} = 945.1770 \text{ kg}$$

$$W/O_{FeO,ESC} = 10.00 \%$$

$$W/O_{SiO_2,ESC} = 46.00 \%$$

$$W/O_{MnO,ESC} = 3.00 \%$$

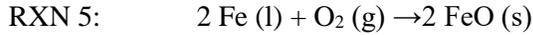
$$W/O_{CaO,ESC} = 14.52 \%$$

$$W/O_{Al_2O_3,ESC} = 9.52 \%$$

$$W/O_{P_2O_5,ESC} = 16.96 \%$$

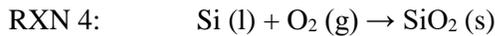
c) Calcule la masa y la composición química del metal fundido.

Una vez obtenidos los datos de la escoria, es posible calcular fácilmente mediante relaciones estequiométrica los términos fuente requeridos para el balance de los componentes del metal fundido, es decir, los términos fuente del Fe, Si y Mn:



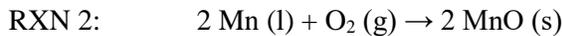
$$G_{Fe,RXN 5} = -69.5177 \text{ kg FeO} \left(\frac{1 \text{ kg mol FeO}}{72 \text{ kg FeO}} \right) \left(\frac{2 \text{ kg mol Fe}}{2 \text{ kg mol FeO}} \right) \left(\frac{56 \text{ kg Fe}}{1 \text{ kg mol Fe}} \right)$$

$$G_{Fe,RXN 5} = -54.0693 \text{ kg Fe}$$



$$G_{Si,RXN 4} = -219.7814 \text{ kg SiO}_2 \left(\frac{1 \text{ kg mol SiO}_2}{60 \text{ kg SiO}_2} \right) \left(\frac{1 \text{ kg mol Si}}{1 \text{ kg mol SiO}_2} \right) \left(\frac{28 \text{ kg Si}}{1 \text{ kg mol Si}} \right)$$

$$G_{Si,RXN 4} = -102.5647 \text{ kg Si}$$



$$G_{Mn,RXN 2} = -28.3553 \text{ kg MnO} \left(\frac{1 \text{ kg mol MnO}}{71 \text{ kg MnO}} \right) \left(\frac{2 \text{ kg mol Mn}}{2 \text{ kg mol MnO}} \right) \left(\frac{55 \text{ kg Mn}}{1 \text{ kg mol Mn}} \right)$$

$$G_{Mn,RXN 2} = -21.9654 \text{ kg Mn}$$

Nótese que en este caso se plantean los términos fuente negativos, esto es porque en las reacciones correspondientes son reactivos, por lo que se consumen en lugar de producirse, como era el caso de los óxidos correspondientes.

Ahora definimos las ecuaciones de balance requeridas (quinto paso de la metodología). Dado que nuestro interés se centra en el metal fundido, realizaremos las ecuaciones de balance para sus cuatro componentes, es decir, escribiremos las ecuaciones de C, Si, Mn y Fe. Escribir las ecuaciones previamente definidas es el sexto paso de nuestra metodología de solución de balances macroscópicos de materia.

C:

$$\begin{aligned}m_{C,CH} + m_{C,COQ} - m_{C,MF} + G_{C,RXN 1} &= 0 \\W_{C,CH}m_{CH} + W_{C,COQ}m_{COQ} - W_{C,MF}m_{MF} + G_{C,RXN 1} &= 0 \\0.036 (10000 \text{ kg}) + 0.90 (1250 \text{ kg}) - 0.048 m_{MF} + G_{C,RXN 1} &= 0 \\360 \text{ kg} + 1125 \text{ kg} - 0.048 m_{MF} + G_{C,RXN 1} &= 0 \\1485 \text{ kg} - 0.048 m_{MF} + G_{C,RXN 1} &= 0 \\G_{C,RXN 1} &= 0.048 m_{MF} - 1485 \text{ kg}\end{aligned}$$

Si:

$$\begin{aligned}m_{Si,CH} - m_{Si,MF} + G_{Si,RXN 4} &= 0 \\W_{Si,CH}m_{CH} - m_{Si,MF} + G_{Si,RXN 4} &= 0 \\0.02 (10000 \text{ kg}) - m_{Si,MF} - 102.5647 \text{ kg Si} &= 0 \\200 \text{ kg} - m_{Si,MF} - 102.5647 \text{ kg Si} &= 0 \\m_{Si,MF} &= 200 \text{ kg} - 102.5647 \text{ kg Si} \\m_{Si,MF} &= 97.4353 \text{ kg Si} \\W_{Si,MF}m_{MF} &= 97.4353 \text{ kg Si}\end{aligned}$$

Fe:

$$\begin{aligned}m_{Fe,CH} - m_{Fe,MF} + G_{Fe,RXN 5} &= 0 \\W_{Fe,CH}m_{CH} - m_{Fe,MF} + G_{Fe,RXN 5} &= 0 \\0.91 (10000 \text{ kg}) - m_{Fe,MF} - 54.0693 \text{ kg Fe} &= 0 \\9100 \text{ kg} - m_{Fe,MF} - 54.0693 \text{ kg Fe} &= 0 \\m_{Fe,MF} &= 9100 \text{ kg} - 54.0693 \text{ kg Fe} \\m_{Fe,MF} &= 9045.9307 \text{ kg Fe} \\W_{Fe,MF}m_{MF} &= 9045.9307 \text{ kg Fe}\end{aligned}$$

Mn:

$$m_{Mn,CH} - m_{Mn,MF} + G_{Mn,RXN 2} = 0$$

$$W_{Mn,CH}m_{CH} - m_{Mn,MF} + G_{Mn,RXN 2} = 0$$

$$0.007 (10000 \text{ kg}) - m_{Mn,MF} - 21.9654 \text{ kg Mn} = 0$$

$$70 \text{ kg} - m_{Mn,MF} - 21.9654 \text{ kg Mn} = 0$$

$$m_{Mn,MF} = 70 \text{ kg} - 21.9654 \text{ kg Mn}$$

$$m_{Mn,MF} = 48.0346 \text{ kg Mn}$$

$$W_{Mn,MF}m_{MF} = 48.0346 \text{ kg Mn}$$

Fracción masa del metal fundido:

$$W_{C,MF} + W_{Si,MF} + W_{Fe,MF} + W_{Mn,MF} = 1.0$$

$$0.048 + W_{Si,MF} + W_{Fe,MF} + W_{Mn,MF} = 1.0$$

$$W_{Si,MF} + W_{Fe,MF} + W_{Mn,MF} = 0.9520$$

El séptimo y último paso de la metodología de solución es resolver el sistema de ecuaciones obtenido, el cual tiene cinco ecuaciones con cinco incógnitas:

$$G_{C,RXN 1} = 0.048 m_{MF} - 1485 \text{ kg}$$

$$W_{Si,MF}m_{MF} = 97.4353 \text{ kg Si}$$

$$W_{Fe,MF}m_{MF} = 9045.9307 \text{ kg Fe}$$

$$W_{Mn,MF}m_{MF} = 48.0346 \text{ kg Mn}$$

$$W_{Si,MF} + W_{Fe,MF} + W_{Mn,MF} = 0.9520$$

Resolvemos para la masa de metal fundido:

$$97.4353 \text{ kg Si} + 9045.9307 \text{ kg Fe} + 48.0346 \text{ kg Mn} = 0.9520 m_{MF}$$

$$m_{MF} = \frac{9191.4006 \text{ kg}}{0.9520}$$

$$m_{MF} = 9654.8326 \text{ kg}$$

Sustituimos el valor obtenido en el resto de ecuaciones:

$$W_{Si, MF} = 0.0101$$

$$W_{Fe, MF} = 0.9369$$

$$W_{Mn, MF} = 0.0050$$

$$G_{C, RXN 1} = -1021.5680 \text{ kg C}$$

Por lo que la masa y composición del metal fundido es la siguiente:

$$m_{MF} = 9654.8326 \text{ kg}$$

$$W/O_{C, MF} = 4.80 \%$$

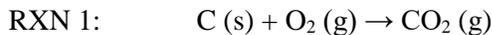
$$W/O_{Si, MF} = 1.01 \%$$

$$W/O_{Fe, MF} = 93.69 \%$$

$$W/O_{Mn, MF} = 0.50 \%$$

- d) ¿Qué volumen de aire que se debe inyectar para el proceso, si este se inyecta en condiciones normales de temperatura y presión?

Observemos que ya hemos completado el balance de todos los componentes sólidos y líquidos, por lo que el balance de los gases se puede realizar en forma molar, lo que facilitará calcular el volumen de aire adicionado, ya que en elementos gaseosos que se comporten como un gas ideal, se puede considerar que la fracción mol y la fracción volumen son iguales. Comencemos calculando los términos fuente para el O_2 y el CO_2 :

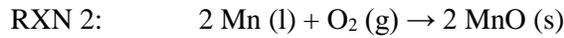


$$G_{O_2, RXN 1} = -1021.5680 \text{ kg C} \left(\frac{1 \text{ kg mol C}}{12 \text{ kg C}} \right) \left(\frac{1 \text{ kg mol } O_2}{1 \text{ kg mol C}} \right)$$

$$G_{O_2, RXN 1} = -85.1307 \text{ kg mol } O_2$$

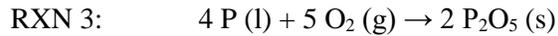
$$G_{CO_2, RXN 1} = 1021.5680 \text{ kg C} \left(\frac{1 \text{ kg mol C}}{12 \text{ kg C}} \right) \left(\frac{1 \text{ kg mol } CO_2}{1 \text{ kg mol C}} \right)$$

$$G_{CO_2, RXN 1} = 85.1307 \text{ kg mol } CO_2$$



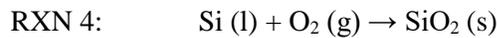
$$G_{O_2, RXN 2} = -21.9654 \text{ kg Mn} \left(\frac{1 \text{ kg mol Mn}}{55 \text{ kg Mn}} \right) \left(\frac{1 \text{ kg mol O}_2}{2 \text{ kg mol Mn}} \right)$$

$$G_{O_2, RXN 2} = -0.1997 \text{ kg mol O}_2$$



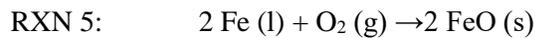
$$G_{O_2, RXN 3} = -70 \text{ kg P} \left(\frac{1 \text{ kg mol P}}{31 \text{ kg P}} \right) \left(\frac{5 \text{ kg mol O}_2}{4 \text{ kg mol P}} \right)$$

$$G_{O_2, RXN 3} = -2.8226 \text{ kg mol O}_2$$



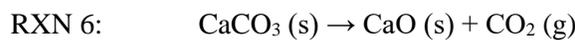
$$G_{O_2, RXN 4} = -102.5647 \text{ kg Si} \left(\frac{1 \text{ kg mol Si}}{28 \text{ kg Si}} \right) \left(\frac{1 \text{ kg mol O}_2}{1 \text{ kg mol Si}} \right)$$

$$G_{O_2, RXN 4} = -3.6630 \text{ kg mol O}_2$$



$$G_{O_2, RXN 5} = -54.0693 \text{ kg Fe} \left(\frac{1 \text{ kg mol Fe}}{56 \text{ kg Fe}} \right) \left(\frac{1 \text{ kg mol O}_2}{2 \text{ kg mol Fe}} \right)$$

$$G_{O_2, RXN 5} = -0.4828 \text{ kg mol O}_2$$



$$G_{CO_2, RXN 6} = 137.2 \text{ kg CaO} \left(\frac{1 \text{ kg mol CaO}}{56 \text{ kg CaO}} \right) \left(\frac{1 \text{ kg mol CO}_2}{1 \text{ kg mol CaO}} \right)$$

$$G_{O_2, RXN 6} = 2.45 \text{ kg mol CO}_2$$

Ahora realizaremos el balance para los gases, es decir, para el O₂, el N₂ y el CO₂, sin embargo, realizaremos el balance molar en lugar de másico.

O₂:

$$n_{O_2, AIRE} + G_{O_2, RXN 1} + G_{O_2, RXN 2} + G_{O_2, RXN 3} + G_{O_2, RXN 4} + G_{O_2, RXN 5} = 0$$

$$n_{O_2, AIRE} - 85.1307 \text{ kg mol O}_2 - 0.1997 \text{ kg mol O}_2 - 2.8226 \text{ kg mol O}_2 - 3.6630 \text{ kg mol O}_2 - 0.4828 \text{ kg mol O}_2 = 0$$

$$n_{O_2,AIRE} = 92.2987 \text{ kg mol } O_2$$

$$X_{O_2,AIRE}n_{AIRE} = 92.2987 \text{ kg mol } O_2$$

$$0.21 n_{AIRE} = 92.2987 \text{ kg mol } O_2$$

$$n_{AIRE} = \frac{92.2987 \text{ kg mol } O_2}{0.21}$$

$$n_{AIRE} = 439.5177 \text{ kg mol}$$

Por lo que ya conocemos tanto la cantidad de sustancia, como la composición química del aire que ingresa al horno.

N₂:

$$n_{N_2,AIRE} - n_{N_2,GP} = 0$$

$$X_{N_2,AIRE}n_{AIRE} - n_{N_2,GP} = 0$$

$$0.79 (439.5177 \text{ kg mol}) - n_{N_2,GP} = 0$$

$$n_{N_2,GP} = 347.2190 \text{ kg mol } N_2$$

$$X_{N_2,GP}n_{GP} = 347.2190 \text{ kg mol } N_2$$

CO₂:

$$-n_{CO_2,GP} + G_{CO_2,RXN 1} + G_{CO_2,RXN 6} = 0$$

$$-n_{CO_2,GP} + 85.1307 \text{ kg mol } CO_2 + 2.45 \text{ kg mol } CO_2 = 0$$

$$n_{CO_2,GP} = 87.5807 \text{ kg mol } CO_2$$

$$X_{CO_2,GP}n_{GP} = 87.5807 \text{ kg mol } CO_2$$

Como conocemos la cantidad de sustancia de todos los componentes de los gases de salida, podemos calcular el número de moles total y la composición del mismo:

$$n_{GP} = n_{N_2,GP} + n_{CO_2,GP}$$

$$n_{GP} = 347.2190 \text{ kg mol} + 87.5807 \text{ kg mol}$$

$$n_{GP} = 434.7997 \text{ kg mol}$$

$$X_{N_2,GP} = \frac{n_{N_2,GP}}{n_{GP}}$$

$$X_{N_2,GP} = \frac{347.2190 \text{ kg mol } N_2}{434.7997 \text{ kg mol}}$$

$$X_{N_2,GP} = 0.7986$$

$$\%_{N_2,GP} = 79.86 \%$$

$$X_{CO_2,GP} = \frac{n_{CO_2,GP}}{n_{GP}}$$

$$X_{CO_2,GP} = \frac{87.5807 \text{ kg mol } CO_2}{434.7997 \text{ kg mol}}$$

$$X_{CO_2,GP} = 0.2014$$

$$\%_{CO_2,GP} = 20.14 \%$$

Ahora calculamos el volumen de aire inyectado, que es el objetivo de cálculo que tiene este último inciso del ejemplo:

$$V_{AIRE} = 439.5177 \text{ kg mol} \left(\frac{24.45 \text{ m}^3 \text{ NTP}}{1 \text{ kg mol gas NTP}} \right)$$

$$V_{AIRE} = 10745.4611 \text{ m}^3 \text{ NTP}$$

Calcularemos también el volumen de los gases producidos en condiciones NTP:

$$V_{GP} = 434.7997 \text{ kg mol} \left(\frac{24.45 \text{ m}^3 \text{ NTP}}{1 \text{ kg mol gas NTP}} \right)$$

$$V_{GP} = 10630.1127 \text{ m}^3 \text{ NTP}$$

Para verificar que el balance de materia se cumple, podemos calcular la masa tanto del aire como de los gases que se producen durante la fusión del metal y después sustituir todas las masas en la ecuación general de balance:

$$m_{O_2,AIRE} = 92.2987 \text{ kg mol } O_2 \left(\frac{32 \text{ kg } O_2}{1 \text{ kg mol } O_2} \right)$$

$$m_{O_2,AIRE} = 2953.5591 \text{ kg } O_2$$

$$m_{N_2,AIRE} = 347.2190 \text{ kg mol } N_2 \left(\frac{28 \text{ kg } N_2}{1 \text{ kg mol } N_2} \right)$$

$$m_{N_2,AIRE} = 9722.1320 \text{ kg } N_2$$

$$m_{AIRE} = 12675.6911 \text{ kg}$$

$$m_{CO_2,GP} = 87.5807 \text{ kg mol } CO_2 \left(\frac{44 \text{ kg } CO_2}{1 \text{ kg mol } CO_2} \right)$$

$$m_{CO_2,GP} = 3853.5495 \text{ kg } CO_2$$

$$m_{N_2,GP} = 347.2190 \text{ kg mol } N_2 \left(\frac{28 \text{ kg } N_2}{1 \text{ kg mol } N_2} \right)$$

$$m_{N_2,GP} = 9722.1320 \text{ kg } N_2$$

$$m_{GP} = 13575.6815 \text{ kg}$$

Ahora verificamos que se cumpla el balance de materia en el horno de cubilote, con el balance general del sistema:

$$m_{CH} + m_{COQ} + m_{FUN} + m_{AIRE} - m_{MF} - m_{ESC} - m_{GP} = 0$$

$$10000 \text{ kg} + 1250 \text{ kg} + 250 \text{ kg} + 12675.6911 \text{ kg} - 9654.8326 \text{ kg} - 945.1770 \text{ kg} \\ - 13575.6815 \text{ kg} = 0$$

$$24175.6911 \text{ kg} - 24175.6911 \text{ kg} = 0$$

Con lo que se comprueba que el balance de materia se cumple.

La Figura 4 presenta nuevamente el esquema del sistema, solo que en este caso se han colocado todos los datos calculados durante el balance, esta representación ayuda a que se pueda analizar de mejor manera el comportamiento del sistema y realizar ajustes en el proceso en caso de ser requerido.

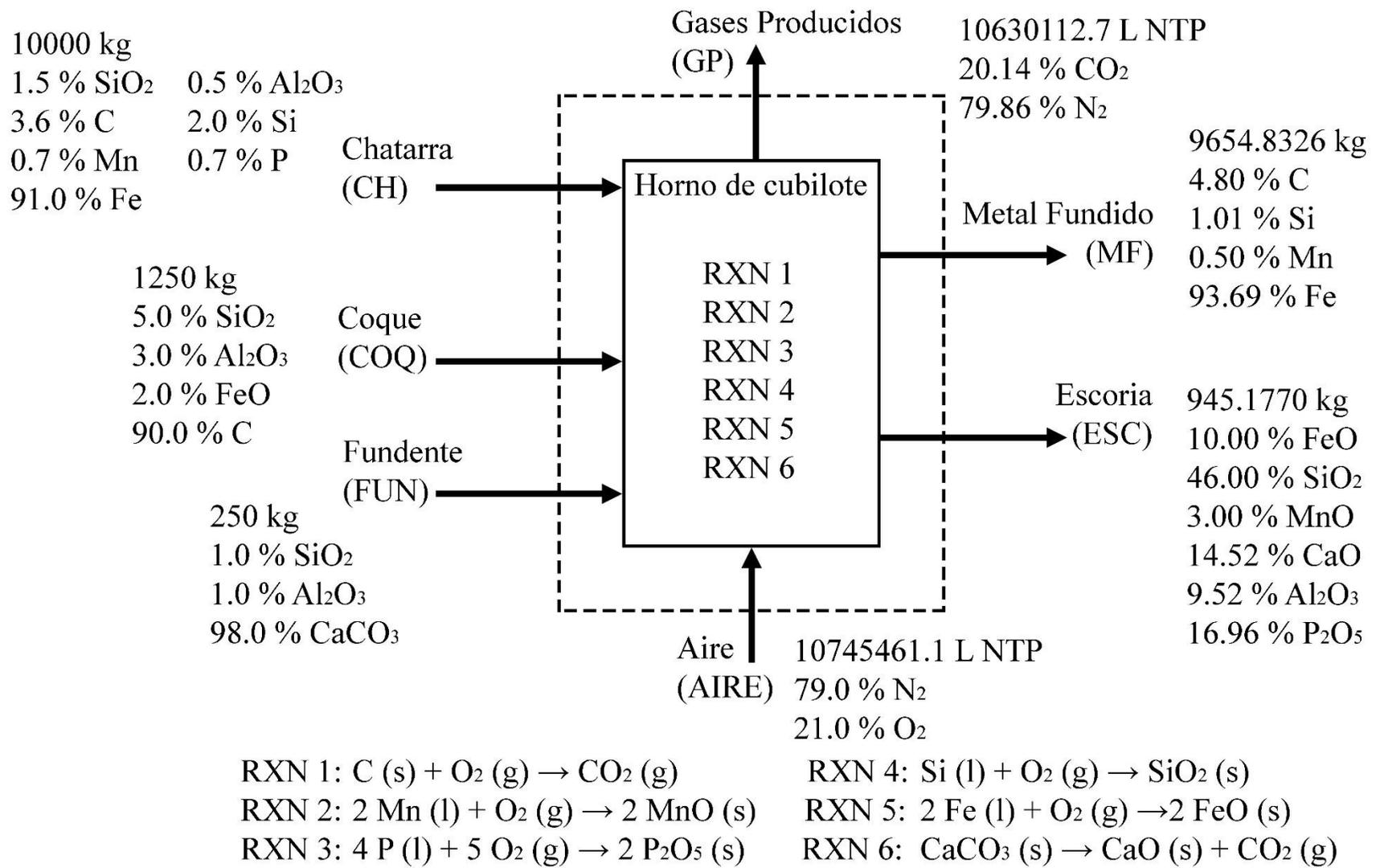


Figura 4.- Esquema del horno de cubilote con todos los datos conocidos y calculados del proceso.