

Ejemplo de Balance Macroscópico de Energía Térmica
(Polvo de cobre)

Se produce polvo de cobre atomizando cobre (fundido) con Ar, el gas se impacta sobre una corriente de metal fundido a 1250°C , solidificándolo en pequeñas partículas. Se utiliza un flujo de argón en la entrada de $25\text{ m}^3/\text{h}$, a la salida el argón abandona el reactor a 700°C . Las pérdidas de calor en el reactor son de 5000 kJ/h . Todo el proceso se desarrolla a 1 atm de presión. Ver Figura 1.

a) El polvo de cobre debe salir a una temperatura de entre 100°C y 150°C para que no sufra oxidación, calcule el flujo másico mínimo y máximo que se puede procesar de cobre bajo las condiciones de operación.

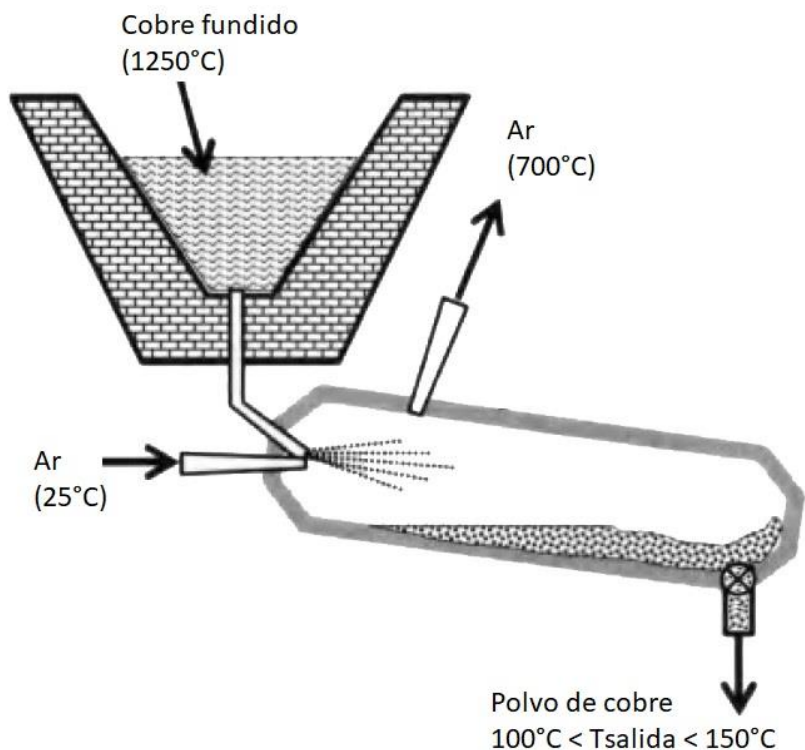


Figura 1.- Esquema del proceso de producción de polvo de cobre.

El flujo másico de cobre se controla mediante un distribuidor usando la altura del líquido. Para alimentar este distribuidor previamente se debe fundir cobre en un horno continuo de fusión obteniéndose a 1300 °C (esos 50 °C extras son para compensar las pérdidas de calor durante el transporte al distribuidor). Para ello se parte de lingotes sólidos de cobre (a 25 °C), estos son precalentados mediante el Ar que se obtiene a la salida del reactor, este proceso se lleva a cabo en un horno de precalentamiento, alimentado por el flujo másico medio de cobre requerido por el distribuidor. En este horno de precalentamiento se pierde 26.425 % del calor que entra y los lingotes de Cu absorben el resto. El Ar y el Cu logran un equilibrio térmico, abandonando el reactor a la misma temperatura.

En el horno de fusión se funde el flujo másico medio de cobre requerido (el flujo másico medio que se calcula promediando los flujos másicos calculados en el inciso a)) por el distribuidor partiendo de los lingotes precalentados y saliendo el cobre a 1300 °C, el calor requerido se produce mediante resistencias eléctricas. En este horno hay pérdidas de calor correspondientes a 3000 kJ/h. Ambos hornos trabajan a 1 atm de presión.

b) Realice un balance energético para el horno de precalentamiento.

c) Realice el balance energético para el horno de fusión.

d) Realice un bosquejo completo del sistema: horno de fusión – reactor – horno de precalentamiento. Colocando los flujos másicos para los elementos sólidos y líquidos, los flujos volumínicos para los elementos gaseosos y las temperaturas, esto para todas las entradas y las salidas.

e) Bosqueje el diagrama de Sankey para el balance de energía del sistema: horno de fusión – reactor – horno de precalentamiento. Para esto considere como una salida del horno de fusión los 50°C que tiene de sobrecalentamiento el cobre líquido.

Datos:

$$C_{pCu, \text{sólido}} = 5.41 + 0.0015T \text{ (cal/molK)} \quad \text{de} \quad 298K \text{ a } T_{\text{fus}}$$

$$C_{pCu, \text{líquido}} = 7.50 \text{ (cal/molK)} \quad \text{de} \quad T_{\text{fus}} \text{ a } 1600K$$

$$\lambda_{\text{fus, Cu}} = 3100 \text{ (cal/mol)}$$

$$T_{\text{fus}} = 1085 \text{ (°C)}$$

$$C_{pAr} = 20.79 \text{ (J/molK)} \quad \text{de} \quad 298K \text{ a } 6000K$$

$$M_{Cu} = 63.546 \text{ (g/mol)}$$

$$M_{Ar} = 39.948 \text{ (g/mol)}$$

a) En este caso el problema tiene dos especies químicas Cu y Ar, para ambas solo se cuenta con una entrada y una salida, por lo que el balance de materia esta acoplado con el balance de energía. Los datos conocidos del sistema se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1.- Resumen de entradas y salidas del sistema.

Especie química	Dimensión	Entrada	Salida	Unidades
Cobre	Temperatura	1250	100 – 150	°C
		1523.15	373.15 – 423.15	K
Argón	Temperatura	25	700	°C
		298.15	973.15	K
	Flujo volumínico	25.00	81.63	m ³ /h
	Flujo molar	1.0231	1.0231	kgmol/h

Ahora planteamos el balance de energía térmica, para lo cual nos podemos apoyar de un esquema como el que se muestra en la Figura 2. En este caso, al involucrar un balance de energía, nos conviene trabajar en unidades molares. Dado que es un proceso que requiere de muchas etapas, es conveniente que tomemos una temperatura de referencia para trabajar, en este caso 298.15 K, lo cual nos permitirá obtener más información del proceso.

Nótese que se ha decidido en el caso del cobre sólido dividir el calor sensible en dos partes, primeramente enfriar a la temperatura de referencia y después calentar a la temperatura de salida. Una vez planteado el balance se procede a calcular cada uno de los calores involucrados.

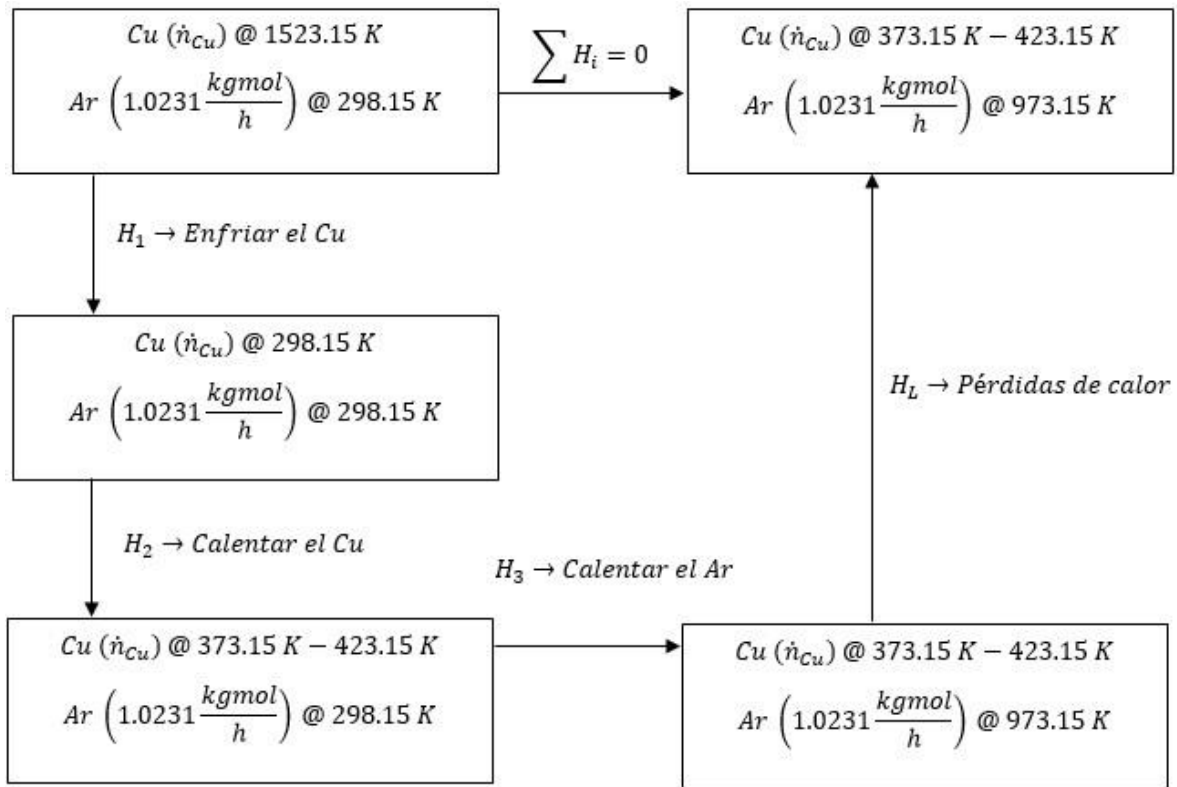


Figura 2.- Esquema del balance de energía (Ley de Hess) para la producción de polvo de cobre.

$H_1 \rightarrow$ Enfriar el Cu.

Enfriar el cobre desde la temperatura de entrada hasta su temperatura de referencia implica, primeramente enfriar el cobre fundido hasta su temperatura de solidificación, después solidificar el Cu, finalmente enfriar el Cu sólido desde su temperatura de fusión hasta la temperatura de referencia. El cálculo de H_1 queda de la siguiente manera:

$$H_1 = -\dot{n}_{Cu} \left(\int_{T_{Entrada,Cu}}^{T_{fus}} C_{p_{Cu,liquido}} dT - \lambda_{fus,Cu} + \int_{T_{fus}}^{T_{Ref}} C_{p_{Cu,sólido}} dT \right)$$

$$H_1 = -\dot{n}_{Cu} \left(\int_{1523.15 K}^{1358.15} (7.50) dT - 3100 + \int_{1358.15}^{298.15} (5.41 + 0.0015T) dT \right) \frac{kcal}{kgmol}$$

$$H_1 = \dot{n}_{Cu} \left(11406.4234 \frac{kcal}{kgmol} \right)$$

Nótese que en este caso la solidificación se cuantifica como el negativo del calor de fusión. Es importante también mencionar, que se ha colocado un signo negativo en el cálculo con el fin de que la entalpía calculada no sea sobre el cobre, sino sobre el calor que recibe del cobre el sistema. Dado que no se conoce el número de moles de Cu que se procesan, se ha dejado como una incógnita en el cálculo de la entalpía.

$H_2 \rightarrow$ Calentar el Cu.

Calentar el cobre involucra exclusivamente calor sensible:

$$H_2 = -\dot{n}_{Cu} \left(\int_{T_{Ref}}^{T_{Salida,Cu}} C_{p_{Cu,sólido}} dT \right)$$

$$H_2 = -\dot{n}_{Cu} \left(\int_{298.15}^{T_{Salida,Cu}} (5.41 + 0.0015T) dT \right)$$

$$H_2 = \dot{n}_{Cu} \left(-0.00075 T_{Salida,Cu}^2 - 5.41 T_{Salida,Cu} + 1662.0966 \frac{kcal}{kgmol} \right)$$

En este caso, dado que la temperatura a la que el cobre abandona el reactor varía se ha dejado como una incógnita adicional al flujo molar.

$H_3 \rightarrow$ Calentar el Ar.

Calentar el argón involucra exclusivamente calor sensible:

$$H_3 = -1.0231 \frac{kgmol}{h} \left(\int_{T_{Entrada,Ar}}^{T_{Salida,Ar}} C_{p_{Ar}} dT \right)$$

$$H_3 = -1.0231 \frac{kgmol}{h} \left(\int_{298.15 K}^{973.15 K} 20.79 \frac{kJ}{kgmolK} dT \right)$$

$$= -1.0231 \frac{kgmol}{h} \left(14033.25 \frac{kJ}{kgmol} \right) \left(\frac{1kcal}{4.185kJ} \right)$$

$$H_3 = -3430.6853 \frac{kcal}{h}$$

$H_L \rightarrow$ Pérdidas de calor.

Finalmente se cuantifican las pérdidas de calor:

$$H_L = -5000.00 \frac{kJ}{h} \left(\frac{1kcal}{4.185kJ} \right)$$

$$H_L = -1194.7631 \frac{kcal}{h}$$

Ahora se establece el balance de energía térmica

$$\begin{aligned} \sum H_i = 0 = H_1 + H_2 + H_3 + H_L \\ \dot{n}_{Cu} \left(11406.4234 \frac{kcal}{kgmol} \right) \\ + \dot{n}_{Cu} \left(-0.00075 T_{Salida,Cu}^2 - 5.41 T_{Salida,Cu} + 1662.0966 \frac{kcal}{kgmol} \right) \\ - 3430.6853 \frac{kcal}{h} - 1194.7631 \frac{kcal}{h} = 0 \end{aligned}$$

Dado que se conocen los límites de la temperatura de salida se puede sustituir este valor directamente (en K), y una vez sustituido se puede obtener del balance el valor del flujo molar del cobre. La Tabla 2 presenta los resultados del flujo molar y el flujo másico con respecto a la temperatura de salida del cobre.

Los resultados del balance de energía térmica muestran que el flujo másico de cobre incrementa conforme la temperatura a la que abandona el reactor es mayor (ver Figura 3), esto se debe a que cuanto menos enfriamiento requiera el Cu mayor será la producción del mismo.

Tabla 2.- Resultados del balance de materia

Temperatura (°C)	\dot{n}_{Cu} (kgmol/h)	\dot{m}_{Cu} (kg/h)
100	0.4226	26.85
110	0.4249	27.00
120	0.4273	27.15
130	0.4296	27.30
140	0.4321	27.46
150	0.4345	27.61

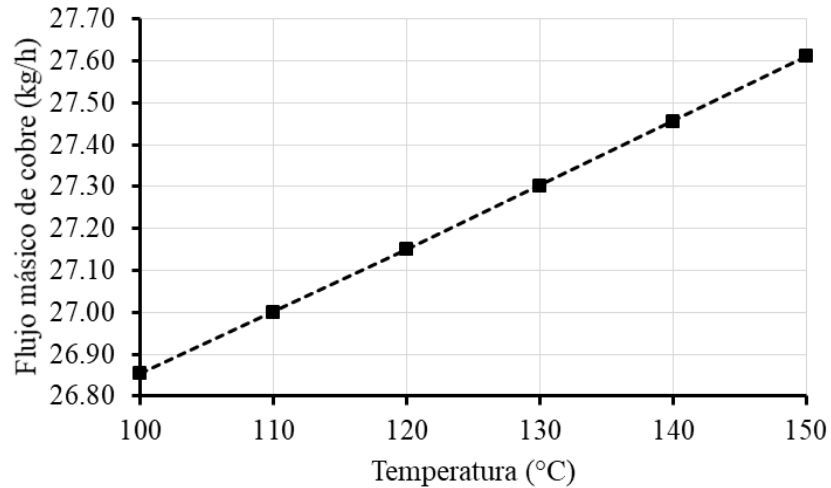


Figura 3.- Flujo másico de cobre con respecto a la temperatura a la que abandona el reactor.

La temperatura promedio a la que abandona el reactor el Cu es de 125 °C, el flujo molar promedio es de 0.4285 kgmol/h y el flujo másico promedio es de 27.23 kg/h, con estos datos se realizarán el resto de los cálculos necesarios para el proceso.

Los resultados del balance de energía para el reactor considerando el flujo molar promedio de cobre se presentan en la Tabla 3, se observa que se cumple el balance de energía térmica:

Tabla 3.- Resultados del balance de energía para la producción de polvo de cobre considerando el flujo molar y la temperatura de salida promedio.

Fuente	Calor (kcal)	Calor (%)
Entradas		
H ₁ : Enfriar el Cu	4887.6630	100.00
Total	4887.6630	100.00
Salidas		
H ₂ : Calentar el Cu	-261.7230	5.36
H ₃ : Calentar el Ar	-3430.6853	70.20
H _L : Pérdidas de calor	-1194.7431	24.45
Total	-4887.1514	100.00
Balance	0.5116	

b) Primero se plantea el balance a realizar, la Figura 4 presenta una propuesta de balance considerando nuevamente la temperatura de referencia previamente establecida (298.15 K).

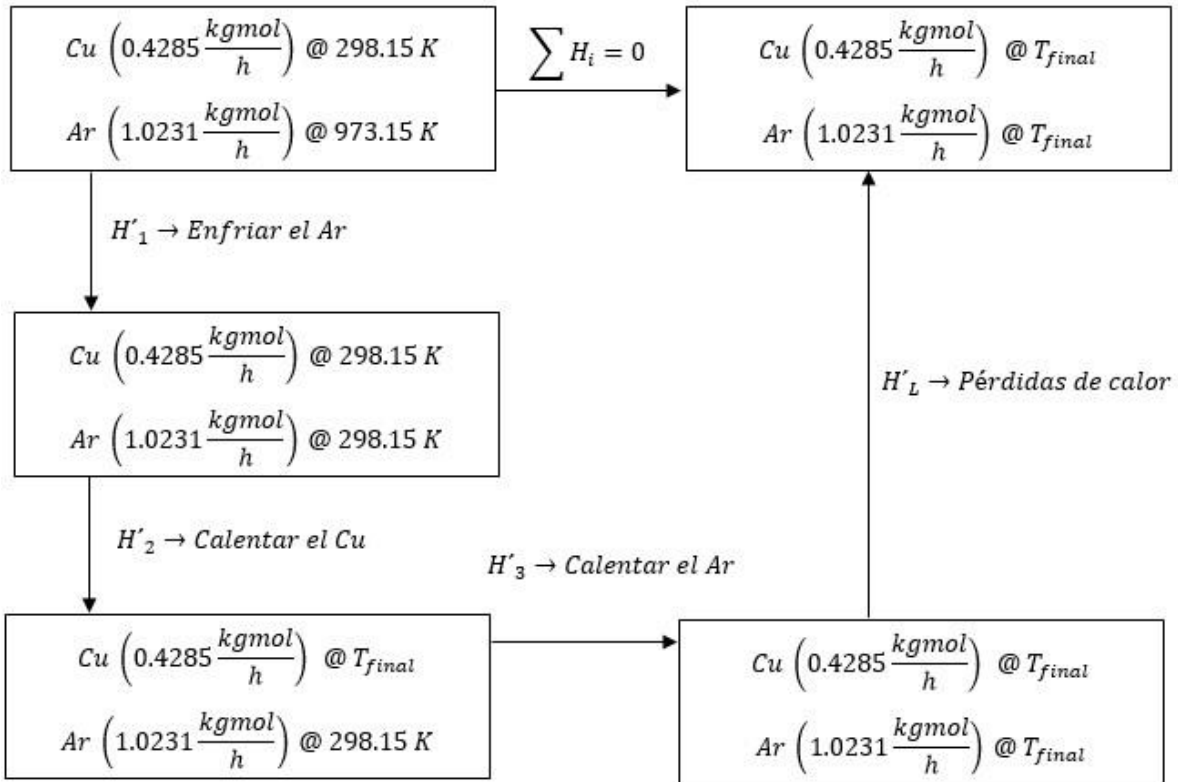


Figura 4.- Esquema del balance de energía para el horno de precalentamiento.

$H'_1 \rightarrow$ Enfriar el Ar.

En este caso H'_1 es equivalente a H_3 (calentar el Ar) pero con signo contrario, esto se debe a que ambos consideran una temperatura de referencia de 298.15 K y por lo tanto los límites de integración son los mismos pero invertidos. Esto además es concordante con el proceso descrito, ya que las pérdidas de calor debido al incremento de la temperatura del argón durante la producción de polvo de cobre, se convierten en la entrada de calor que recibirá el horno de precalentamiento. Por lo tanto H'_1 es:

$$H'_1 = -1.0231 \frac{\text{kgmol}}{\text{h}} \left(\int_{973.15 \text{ K}}^{298.15 \text{ K}} 20.79 \frac{\text{kJ}}{\text{kgmolK}} dT \right) = -H_3$$

$$H'_1 = 3430.6853 \frac{\text{kcal}}{\text{h}}$$

$H'_2 \rightarrow$ Calentar el Cu.

Se cuantifica como un calor sensible, sin embargo, se deja como incógnita la temperatura final alcanzada:

$$H'_2 = -0.4285 \frac{\text{kgmol}}{h} \left(\int_{298.15}^{T_{Final}} C_{p_{Cu,sólido}} dT \right)$$
$$H'_2 = -0.4285 \frac{\text{kgmol}}{h} \left(\int_{298.15}^{T_{Final}} (5.41 + 0.0015T) dT \right)$$
$$H'_2 = 0.4285 \frac{\text{kgmol}}{h} \left(-0.00075 T_{Final}^2 - 5.41 T_{Final} + 1662.0966 \frac{\text{kcal}}{\text{kgmol}} \right)$$
$$H'_2 = -0.000321 T_{Final}^2 - 2.3182 T_{Final} + 712.2100 \frac{\text{kcal}}{h}$$

$H'_3 \rightarrow$ Calentar el Ar.

Nuevamente se cuantifica como un calor sensible, nuevamente la temperatura final alcanzada es una incógnita y tendrá el mismo valor que la temperatura final del cobre:

$$H'_3 = -1.0231 \frac{\text{kgmol}}{h} \left(\int_{298.15}^{T_{Final}} C_{p_{Ar}} dT \right)$$
$$H'_3 = -1.0231 \frac{\text{kgmol}}{h} \left(\int_{298.15}^{T_{Final}} 20.79 \frac{\text{kJ}}{\text{kgmolK}} dT \right)$$
$$H'_3 = 1.0231 \frac{\text{kgmol}}{h} \left(-20.79 T_{Final} + 6198.5385 \frac{\text{kJ}}{\text{kgmol}} \right) \left(\frac{1 \text{kcal}}{4.185 \text{kJ}} \right)$$
$$H'_3 = -5.0825 T_{Final} + 1500.0990 \frac{\text{kcal}}{h}$$

$H'_L \rightarrow$ Pérdidas de calor.

Dado que la única fuente de calor es el argón que entra a temperatura elevada, el 26.425% de pérdidas de calor se cuantifican a partir de H'_1 :

$$H'_L = -0.26425 H'_1$$
$$H'_L = -906.5586 \frac{\text{kcal}}{h}$$

Una vez calculadas todas las fuentes de calor se plantea el balance de energía:

$$\sum H'_i = 0 = H'_1 + H'_2 + H'_3 + H'_L$$

$$3430.6853 \frac{kcal}{h} - 0.000321 T_{Final}^2 - 2.3182 T_{Final} + 712.2100 \frac{kcal}{h} - 5.0825 T_{Final}$$

$$+ 1500.0990 \frac{kcal}{h} - 906.5586 \frac{kcal}{h} = 0$$

$$-0.000321 T_{Final}^2 - 7.4007 T_{Final} + 4736.4356 \frac{kcal}{h} = 0$$

Resolvemos para obtener la temperatura final del cobre y el argón:

$$T_{Final} = 623.15 K$$

$$T_{Final} = 350 \text{ } ^\circ C$$

Una vez obtenida la temperatura a la que abandonan el cobre y el argón el horno, se procede a realizar el balance de energía térmica, los resultados se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4.- Resultados del balance de energía para el horno de precalentamiento.

Fuente	Calor (kcal)	Calor (%)
Entradas		
H ₁ : Enfriar el Ar	3430.6853	100.00
Total	3430.6853	100.00
Salidas		
H ₂ : Calentar el Cu	-857.1314	24.98
H ₃ : Calentar el Ar	-1666.9953	48.59
H _L : Pérdidas de calor	-906.5586	26.43
Total	-3430.6853	100.00
Balance	0.0000	

c) Nuevamente se comienza planteando el balance para el horno de fusión (Ver Figura 5).

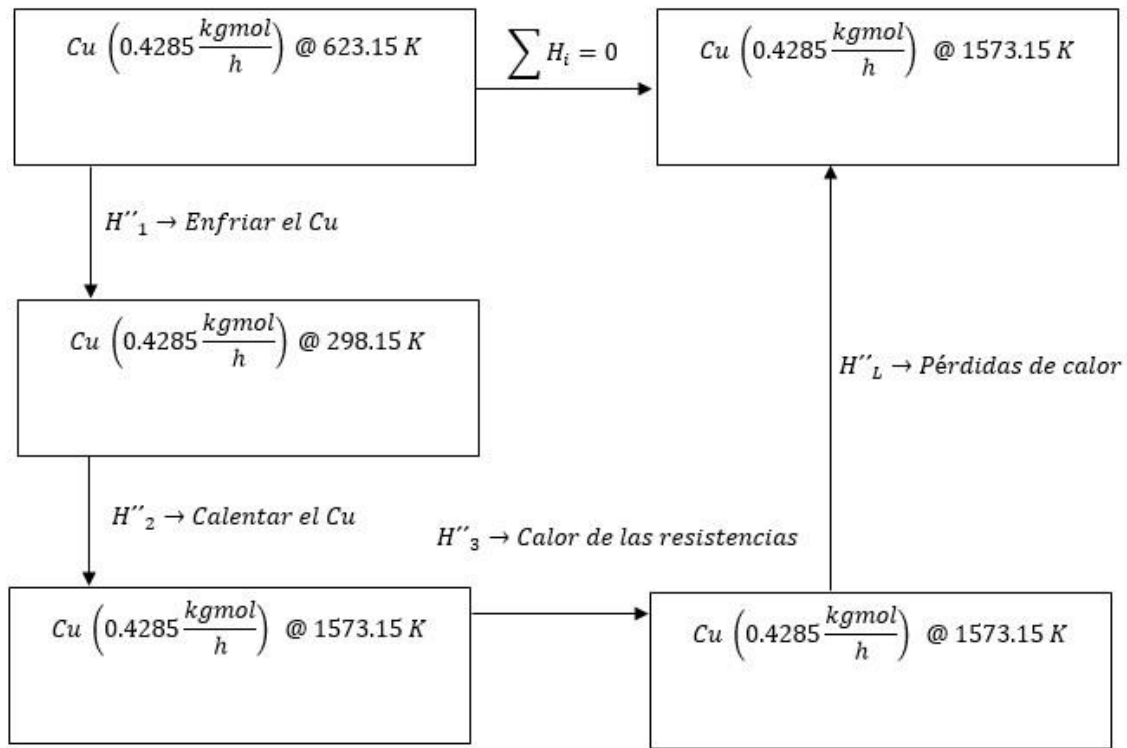


Figura 5.- Esquema del balance de energía para el horno de fusión.

Este sistema nuevamente está interconectado con los otros dos, lo que se debe considerar al momento de calcular las fuentes de calor. Es debido a la conexión entre los distintos sistemas que es conveniente emplear siempre la temperatura de referencia, ya que da información más completa sobre los flujos de calor que presenta el sistema.

$H''_1 \rightarrow \text{Enfriar el Cu.}$

Este se relaciona con el horno de precalentamiento, ya que es el calor que mantiene el cobre precalentado, pero en este caso es una entrada de calor.

$$H''_1 = -H'_2 = 857.1314 \frac{\text{kcal}}{\text{h}}$$

$H''_2 \rightarrow$ Calentar el Cu.

Este calor está relacionado con el proceso de producción de polvo de cobre, pero hay que considerar que existe un sobrecalentamiento en el proceso de fusión, por lo que el cálculo se puede realizar de la siguiente manera:

$$H''_2 = -H_1 - 0.4285 \frac{\text{kgmol}}{h} \left(\int_{1523.15}^{1573.15} C_{p_{\text{Cu, líquido}}} dT \right)$$
$$H''_2 = -4887.6630 \frac{\text{kcal}}{h} - 0.4285 \frac{\text{kgmol}}{h} \left(\int_{1523.15}^{1573.15} 7.5 \frac{\text{kcal}}{\text{kgmolK}} dT \right)$$
$$H''_2 = -5048.3508 \frac{\text{kcal}}{h}$$

$H''_3 \rightarrow$ Calor de las resistencias.

En este caso este calor generado se calculará a partir del balance de energía por lo que no se planteará un cálculo previo al balance de energía.

$H''_L \rightarrow$ Pérdidas de calor.

Finalmente se cuantifican las pérdidas de calor:

$$H_L = -3000.00 \frac{\text{kJ}}{h} \left(\frac{1 \text{kcal}}{4.185 \text{kJ}} \right)$$
$$H_L = -716.8459 \frac{\text{kcal}}{h}$$

Se plantea el balance de energía:

$$\sum H'_i = 0 = H''_1 + H''_2 + H''_3 + H''_L$$
$$857.1314 \frac{\text{kcal}}{h} - 5048.3508 \frac{\text{kcal}}{h} + H''_3 - 716.8459 \frac{\text{kcal}}{h} = 0$$

Finalmente se calcula H''_3 a partir del balance de energía:

$$H''_3 = 4908.0653 \frac{\text{kcal}}{h}$$

Los resultados del balance de energía para el horno de fusión se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5.- Resultados del balance de energía para el horno de fusión.

Fuente	Calor (kcal)	Calor (%)
Entradas		
H'' ₁ : Enfriar el Cu	857.1314	14.87
H'' ₃ : Calor de las resistencias	4908.0653	85.13
Total	5765.1967	100.00
Salidas		
H'' ₂ : Calentar el Cu	-5048.3508	87.57
H'' _L : Pérdidas de calor	-716.8459	12.43
Total	-5765.1967	100.00
Balance	0.0000	

d) El bosquejo completo del sistema se presenta en la Figura 6.

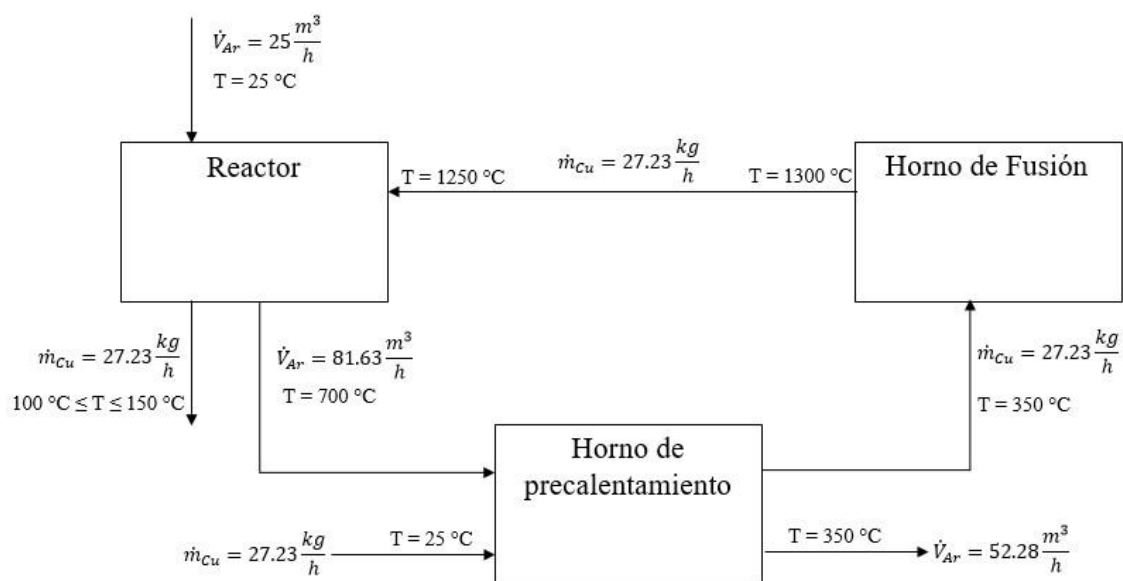


Figura 6.- Bosquejo del sistema horno de fusión – reactor – horno de precalentamiento.

e) El diagrama de Sankey del sistema se presenta en la Figura 7.

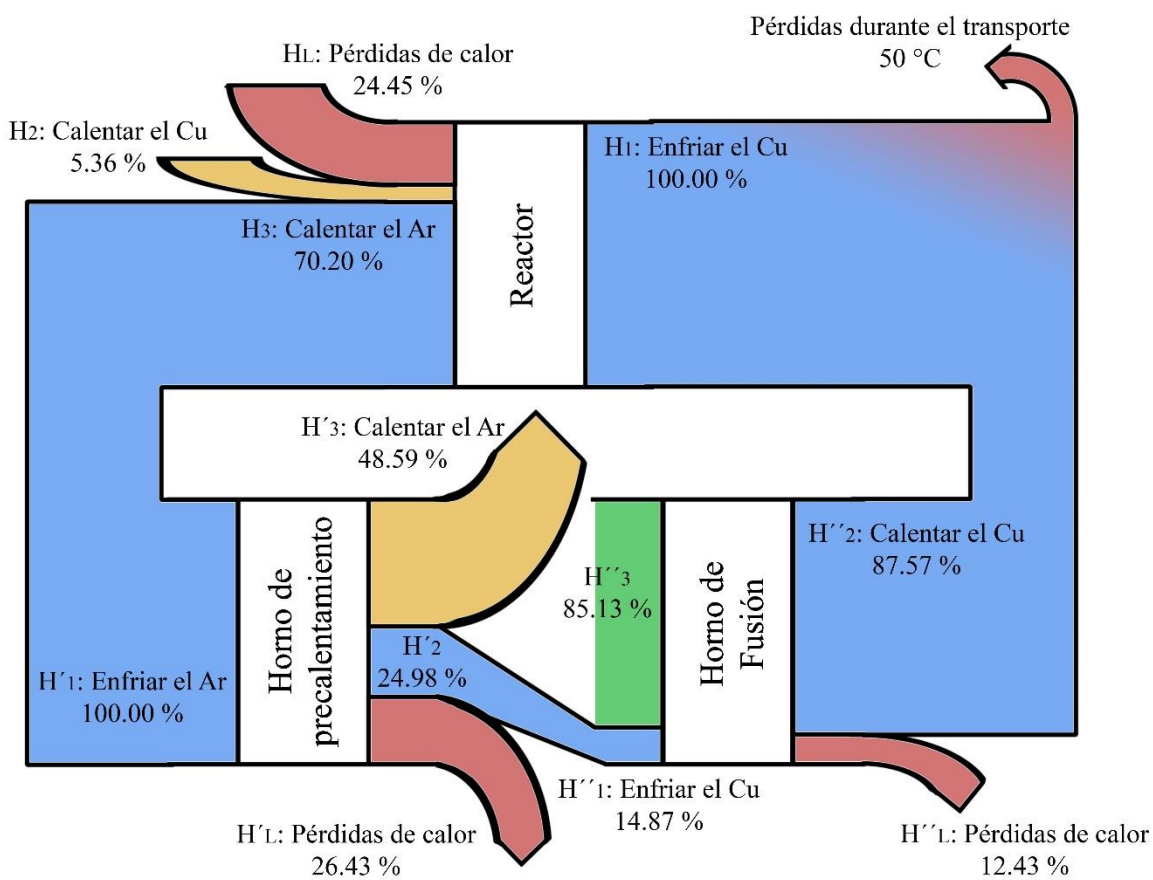


Figura 7.- Diagrama de Sankey del sistema horno de fusión – reactor – horno de precalentamiento.