Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Química
Departamento de Ingeniería Metalúrgica
Introducción a la Ingeniería de Procesos Metalúrgicos y de Materiales
Profesor: Luis Enrique Jardón Pérez

Ejemplo de Balance Integral de Momentum
(Placa)

En este ejemplo se emplea la metodología para desarrollar un modelo matemático para estimar la fuerza que aplica un jet de agua sobre una placa de acero, mediante un balance integral de momentum sobre el agua.

Planteamiento del problema:

Consideré el proceso de enfriamiento de una placa de acero mediante el impacto de un jet de agua sobre la superficie de la misma, siendo de interés la fuerza que se aplica sobre la placa debido al impacto. La Figura 1 presenta la vista lateral del jet impactando sobre la placa de acero, hay que considerar que el jet tiene sección redonda y genera en la placa una huella de sección redonda también. Es importante destacar que el jet no impacta de manera perpendicular a la placa, sino que presenta un ángulo con respecto a la vertical que hay que considerar.

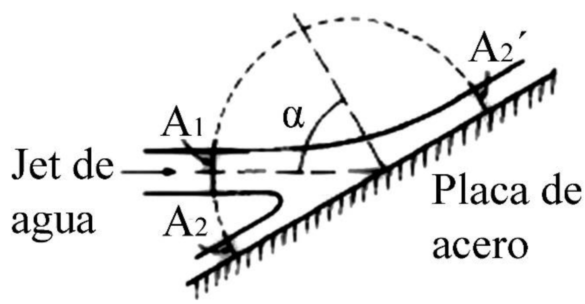

Figure 1.- Esquema de un jet de agua impactando sobre una placa de acero.

Datos:

D_{Jet} = 0.01 m

v_{Jet} = 15 m/s

α = 30 ° = $\pi/6$

$\rho_{Agua\ (l)}$ = 1000 kg/m^3

En este caso la ecuación de balance integral de momentum es vectorial, y el problema en principio tiene dos dimensiones, sin embargo, podemos modificar el sistema de referencia, en específico el eje de coordenadas, para solo considerar una dirección, tal como se presenta en la Figura 2:

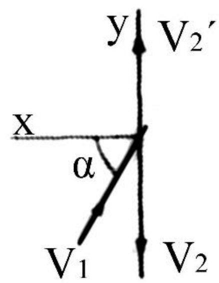

Figura 2.- Esquema simplificado del jet impactando sobre la placa de acero con un cambio en el eje de coordenadas.

Donde la fuerza que resiente la placa es exclusivamente en dirección x, por lo que el balance integral de momentum solo considerará esa dirección. En este caso también es conveniente considerar que el flujo de agua es contante, es decir, no cambia con el tiempo.

Planteamiento del modelo matemático:

Suposiciones:

-Balance integral de momentum.

-Estado estacionario.

-Fluido incompresible.

-Flujo en una sola dirección x.

-No existe diferencia de presión.

-No se consideran fuerzas externas, es decir, se desprecia el efecto de la gravedad.

Ecuaciones gobernantes:

Ecuación de un balance integral de momento:

$$\bar{v}\overrightarrow{\dot{m}}_1 - \bar{v}\overrightarrow{\dot{m}}_2 + pA_1 - pA_2 + \vec{F}_{drag} + \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

Hay que ajustar la ecuación gobernante a las suposiciones que se han realizado, comencemos solo considerando que el modelo solo considera la dirección x:

$$\bar{v}_x(\rho\bar{v}_x A)_1 - \bar{v}_x(\rho\bar{v}_x A)_2 + pA_1 - pA_2 + F_{drag,x} + F_{ext,x} = \frac{dP_x}{dt}$$

Ahora bien, en la dirección x no existen flujos de salida, el sistema no presenta diferencias de presión, no se consideran las fuerzas externas y trabajaremos el cálculo en estado estacionario:

$$\bar{v}_x\rho\bar{v}_{Jet}A_{Jet} + F_{drag,x} = 0$$

Ahora bien, el flujo debido a la velocidad del jet en x solo considera una parte de dicho impulso, por lo que hay que considerar solo la componente x de la velocidad en el jet:

$$\bar{v}_{Jet}\rho\bar{v}_{Jet}A_{Jet}cos\alpha + F_{drag,x} = 0$$

Quedando finalmente la siguiente expresión:

$$\bar{v}_{Jet}{}^2\rho A_{Jet}cos\alpha = -F_{drag,x}$$

Condiciones de frontera:

No son necesarias para este modelo macroscópico.

Condiciones iniciales:

No son necesarias en estado estacionario.

Materiales:

Las propiedades del agua ya se encuentran en los datos correspondientes.

Metodología de solución:

En este caso la ecuación gobernante es directamente el modelo a emplear:

$$\bar{v}_{Jet}{}^2\rho A_{Jet}cos\alpha = -F_{drag,x}$$

Resultados y análisis de resultados:

Dado que lo único que no conocemos es la fuerza de arrastre que siente el agua, que recordemos que es la fuerza que ejercen las paredes sobre el fluido, podemos sustituir directamente los datos en la ecuación de balance de momentum:

$$F_{drag,x} = -\bar{v}_{Jet}{}^2 \rho A_{Jet} cos\alpha$$

$$F_{drag,x} = -\left(15\,\frac{m}{s}\right)^2 \left(1000\,\frac{kg}{m^3}\right)\left(\pi\,\frac{(0.01\,m)^2}{4}\right)\cos(30°)$$

$$F_{drag,x} = -15.30\ kg\,\frac{m}{s^2}$$

Y dado que la fuerza que siente la placa es el inverso de la fuerza que siente el agua:

$$F_{Placa,x} = 15.30\ N$$