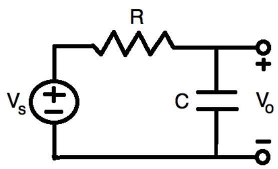
Analogía eléctrica para el caso de enfriamiento newtoniano ($T_f = 0$)

Dr. Bernardo Hernández Morales

Los circuitos RC están compuestos por una resistencia y un condensador:



La capacitancia del condensador se define como:

$$C = \frac{dQ}{dV}$$

Si la carga Q se transporta a través del alambre en un tiempo t, la intensidad de corriente, I, fluyendo a través del alambre es:

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Combinando las expresiones anteriores:

$$I = C\frac{dV(t)}{dt}$$

El voltaje a través del condensador, que es dependiente del tiempo, se puede encontrar mediante el uso de la ley de Kirchhoff (la suma de las corrientes en un nodo debe ser cero). Por lo que la ecuación gobernante es:

$$C\frac{dV(t)}{dt} + \frac{V(t)}{R} = 0$$

Sujeta a la condición inicial:

$$\text{cuando} \qquad t = 0: \qquad V(t) = V_0$$

Separando variables:

$$\frac{dV(t)}{V(t)} = -\frac{dt}{RC}$$

Integrando la ecuación anterior:

$$ln(V) = -\frac{t}{RC} + C_1$$

La solución particular es:

$$ln\frac{V(t)}{V_0} = -\frac{t}{RC}$$

Despejando:

$$V(t) = V_0\, exp\left[-\frac{1}{RC}t\right] = V_0\, exp\left[-\frac{t}{\tau}\right]$$

Donde τ es la constante de tiempo.

La expresión en Transporte de Energía para enfriamiento newtoniano con T_f =0 es:

$$T(t) = T_0\, exp\left[-\frac{2h}{\rho CpR}t\right]$$

Análisis dimensional de RC

$$1F = \frac{A * s}{V} = \frac{C}{V} = \frac{C^2}{J} = \frac{C^2}{N * m} = \frac{s^2C^2}{m^2kg} = \frac{s}{\Omega}$$

$$\text{por lo tanto}: \qquad \frac{1}{RC} = \frac{1}{\frac{s}{\Omega} * \Omega} = \frac{1}{s}$$

Análisis dimensional de $\frac{2h}{\rho CpR}$

$$\frac{2h}{\rho CpR} = \frac{\frac{J}{m^2 s°C}}{\frac{kg}{m^3} * \frac{J}{kg°C} * m} = \frac{1}{s}$$

Refs.: http://personales.upv.es/jquiles/prffi/conductores/ayuda/hlprc.htm

http://thales.cica.es/cadiz2/ecoweb/ed0184/Tema2/2.5.1.htm