Transporte de Masa

Estimación del coeficiente de transferencia de masa

Dr. Bernardo Hernández Morales

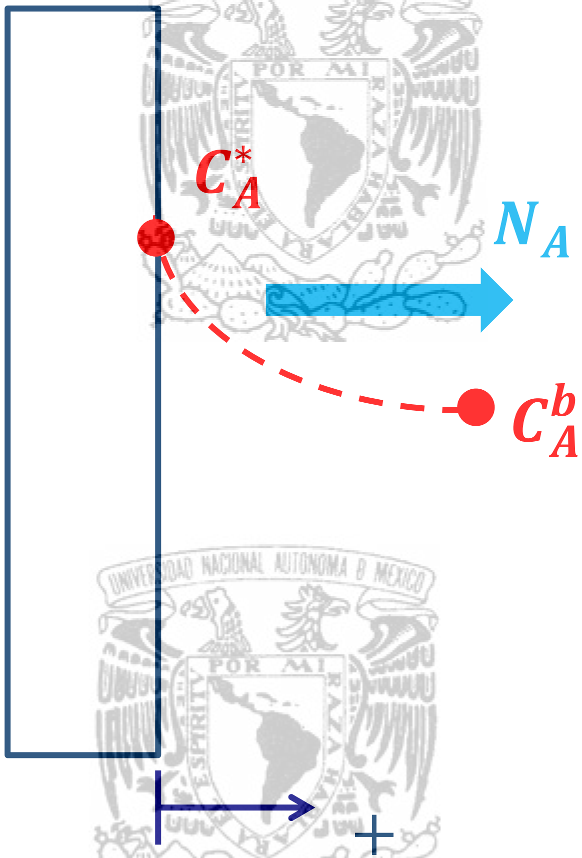
Depto. de Ingeniería Metalúrgica

Facultad de Química, UNAM

Semestre 2016-2

Aproximación de intercara

- **Para estimar el transporte de materia se propone que el baño líquido está bien agitado, por lo que el gradiente de concentración existe solo en una región cercana a la intercara.**



Se propone que el *flux* molar sea proporcional a la diferencia de concentración:

$$N_A \propto \Delta C_A$$

$$N_A = + k_A \Delta C_A$$

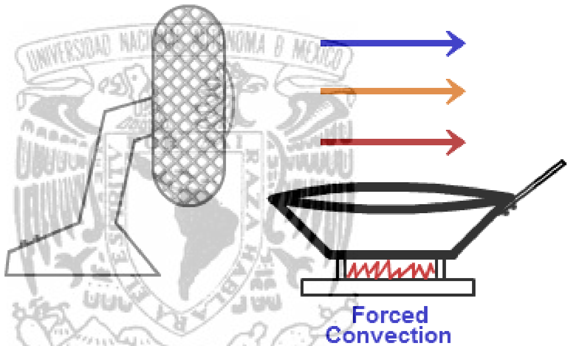
$$\Delta C_A = (C_A^* - C_A^b)$$

¡ La flecha te ayudará a escribir bien ΔC_A !

Números adimensionales

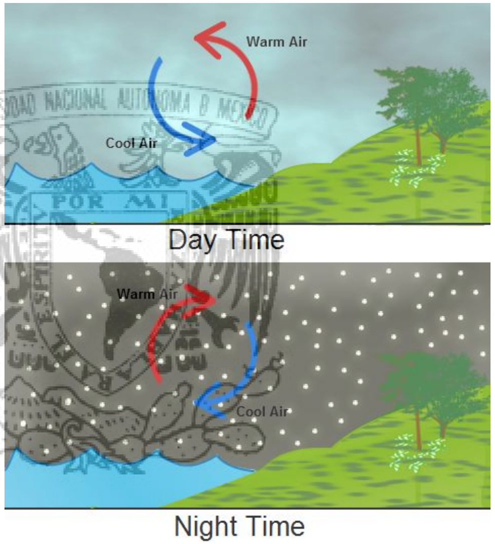
- Convección forzada
  - Flujo laminar
  - Flujo turbulento

$$Sh = f(Re, Sc)$$



- Convección natural
  - Flujo laminar
  - Flujo turbulento

$$Sh = f(Gr_M, Sc)$$



http://www.tutorvista.com/physics/example-of-convection-heat-transfer

Estimación del coeficiente de transferencia de masa

- Existen varios métodos para estimar al coeficiente de transferencia de masa

  - A partir de soluciones analíticas
  - A partir de correlaciones empíricas
  - A partir de los modelos simplificados de transporte de masa
    - Teoría de película
    - Teoría de penetración
  - A partir de analogías con otros fenómenos de transporte

Estimación del coeficiente de transferencia de masa

- A diferencia de propiedades tales como la viscosidad, la conductividad térmica y el coeficiente de difusión, el coeficiente de transferencia de masa no es una cantidad que dependa únicamente del fluido o sólido y de las condiciones de operación.

- Para calcular el coeficiente de transferencia de masa promedio a partir del coeficiente de transferencia de masa local se aplica el teorema del valor medio de la integral:

$$\overline{k_A} = \frac{\int_0^L k_{A,x}\,dx}{\int_0^L dx} \qquad \text{(para una placa)}$$

Tipos de flujo de un fluido

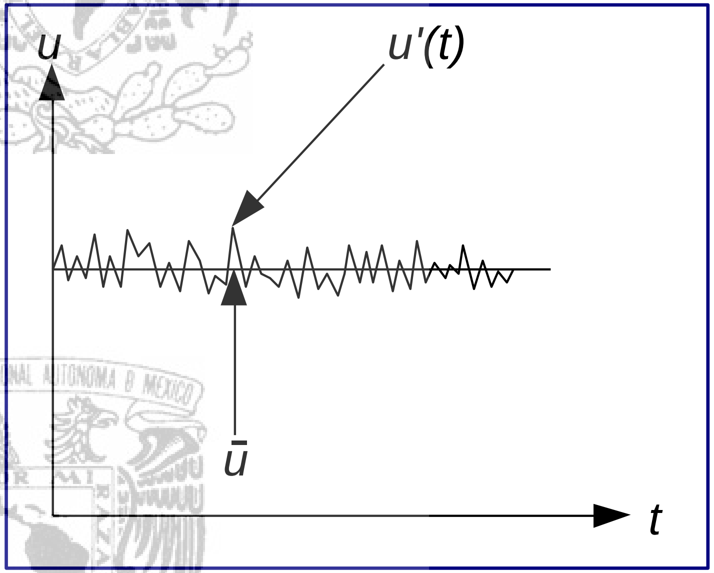
Flujo laminar

http://www.pbase.com

Flujo turbulento

http://www.britannica.com/EBchecked/topic/609625/turbulent-flow

Velocidad en una posición fija
(flujo turbulento)



- Convección forzada
  - Las ecuaciones de transporte de momentum y de transporte de masa pueden resolverse independientemente. Un ejemplo de los resultados es:

$$Sh_x = 0.332(Re_x)^{1/2}(Sc)^{1/3}$$

- Convección natural (libre)
  - Las ecuaciones de transporte de momentum y de transporte de masa deben resolverse simultáneamente. Un ejemplo de los resultados es:

$$Sh_x = \frac{0.902(Sc)^{1/3}}{(0.861 + Sc)^{0.25}}\left(\frac{Gr_x}{4}\right)^{1/4}$$

Correlaciones empíricas

- Se realizan experimentos cuyo diseño se apoya en la forma funcional de los números adimensionales relevantes para el sistema, para construir correlaciones empíricas

Por ejemplo: Los resultados de Bedingfield y Drew (1950)

Experimento: Sublimación de un cilindro sólido en aire que fluye perpendicularmente al eje del cilindro

Correlación experimental:

$$\frac{k_G P}{G_M} = 0.281 Re^{-0.4} Sc^{-056} \qquad 400 < Re < 25000, \qquad 0.6 < Sc < 2.6$$

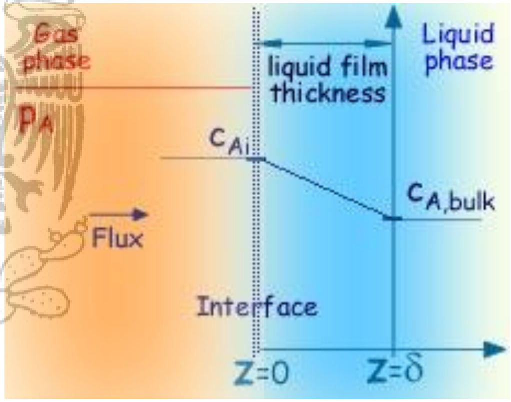
P es la presión total

G_M es la velocidad molal del gas

La longitud característica es el diámetro del cilindro

Modelos simplificados

- **Teoría de película (para control en una sola fase). Lewis and Whitman (1924).**
  - **Un gas puro (componente A) se absorbe en un líquido no volátil**
  - **El modelo consiste en imaginar una película delgada de líquido (cercana a la intercara) que está completamente quieta o en flujo laminar**
  - **No hay resistencia al transporte de masa en la fase gaseosa**
  - **En la intercara, el equilibrio está definido por la Ley de Henry:** $C_{Ai} = H_A p_A$
  - **Las moléculas de A que se transportan a través de la película continúan su transporte hacia el seno de la fase líquida (que mantiene su concentración constante)**

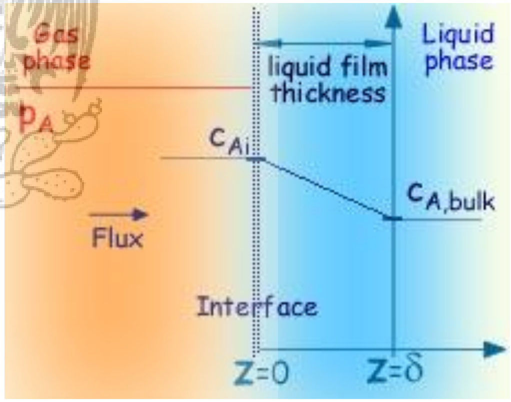


http://www.hyper-tvt.ethz.ch/fundamentals-masstransfer-filmodel.php

Modelos simplificados

- Teoría de película (para control en una sola fase)

Suposiciones (características)



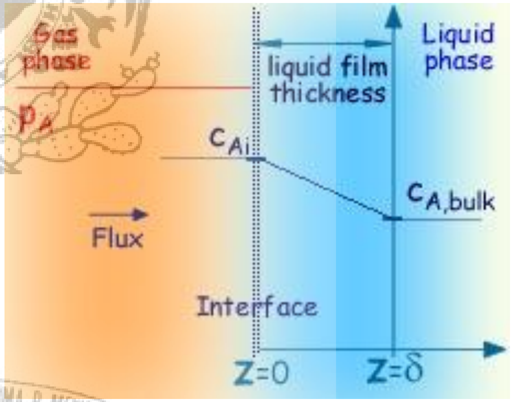
- El transporte de masa ocurre en estado estacionario
- El flujo de materia es 1D (dirección z)
- El transporte de masa ocurre por difusión a través de la película
- El *flux* de materia es bajo y la concentración de A en el líquido es baja

Modelos simplificados

❖ **Teoría de película (para control en una sola fase)**

Ecuación gobernante:

$$-\frac{dN_{A,z}}{dz} = 0, \qquad 0 \le z \le \delta$$



$$-\left(-D_A \frac{dC_A}{dz}\right) = 0, \qquad 0 \le z \le \delta$$

$$\text{C.F.1 : en } z = 0 \qquad C_A = C_{Ai}$$

$$\text{C.F.2 : en } z = \delta \qquad C_A = C_{A,\text{bulk}}$$

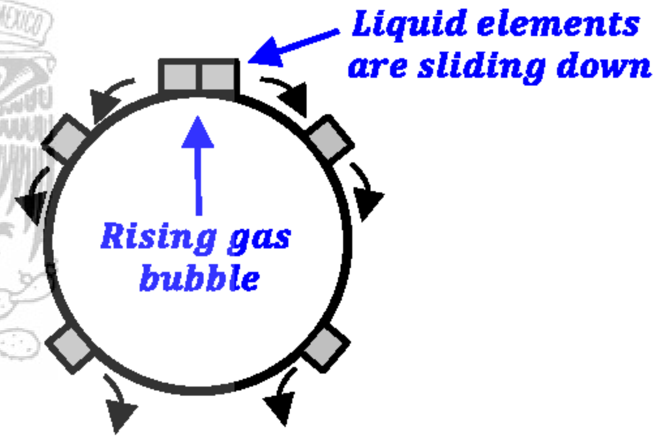
$$N_{A,z} = -D_A \frac{\left(C_{A,\text{bulk}} - C_{Ai}\right)}{\delta}$$

$$\boxed{k_A = \frac{D_A}{\delta}}$$

ficticia

Modelos simplificados

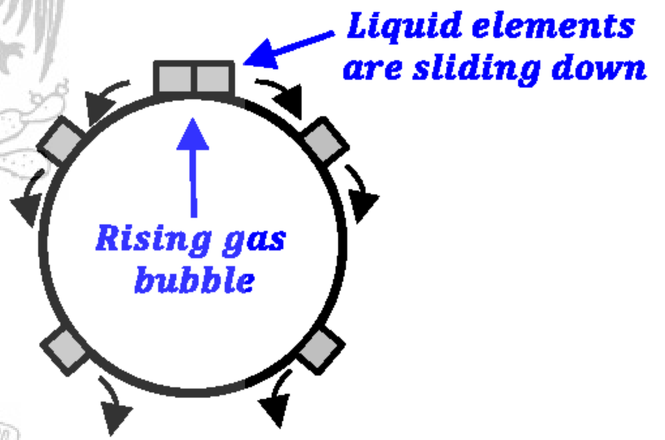
- Teoría de penetración. Higbie (1935).
  - Una burbuja asciende en un líquido, absorbiendo al soluto
  - El modelo consiste en imaginar elementos individuales de líquido que resbalan por la superficie de la burbuja en flujo laminar
  - Cada elemento está en contacto con la burbuja un tiempo corto (que es igual para todos los elementos)
  - En la intercara, el equilibrio está definido por la Ley de Henry: $C_{Ai} = H_A p_A$
  - Las moléculas de A que se transportan a través de la película continúan su transporte hacia el seno de la fase líquida (que mantiene su concentración constante)



http://www.intechopen.com/books/mass-transfer-advancement-in-process-modelling/mass-transfer-in-multiphase-systems

Modelos simplificados

❖ Teoría de penetración



Suposiciones (características)

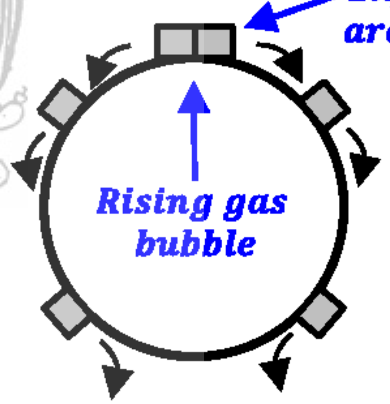
- El transporte de masa ocurre en estado no estacionario
- El flujo de materia es 1D (dirección r)
- El transporte de masa ocurre por difusión a través de la película
- Cada elemento líquido se comporta como un medio semi-infinito
- El *flux* de materia es bajo y la concentración de A en el líquido es baja

Modelos simplificados

- Teoría de penetración

Ecuación gobernante:

$$-\frac{\partial N_{A,z}}{\partial y} = \frac{\partial C_A}{\partial t}, \qquad 0 \le y < \infty, t > 0$$



$$\text{C.F.1}: \quad \text{en } y = 0 \qquad C_A = C_{A,0}$$

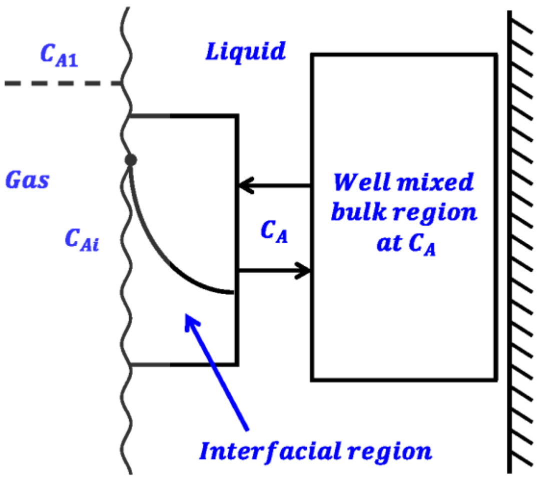
$$\text{C.F.2}: \quad \text{en } y \to \infty \qquad C_A = C_{A,b}$$

$$\text{C.I.}: \quad \text{cuando } t = 0 \qquad C_A = C_{A,b}$$

$$N_{A,z} = 2(C_{A,\text{bulk}} - C_{Ai})\left(\frac{D_A}{\pi t_e}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{k_A = 2\left(\frac{D_A}{\pi\, t_e}\right)^{1/2}}$$

- Teoría de renovación de la superficie. Danckwerts (1950).
  - El modelo consiste en imaginar al líquido como formado por dos regiones: a) una región grande, bien mezclada, y b) una región cercana a la intercara, en la que ocurre la transferencia de masa
  - La región cercana a la intercara se renueva tan rápidamente, que se comporta como una película gruesa
  - En la intercara, el equilibrio está definido por la Ley de Henry: $C_{Ai} = H_A p_A$
  - Las moléculas de A que se transportan a través de la película gruesa continúan su transporte hacia el seno de la fase líquida (que mantiene su concentración constante) y viceversa



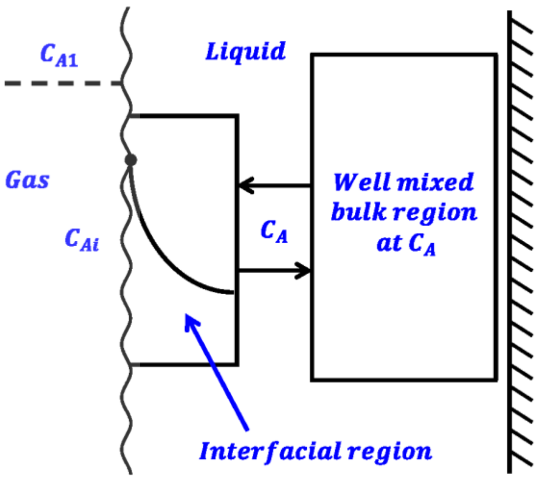
http://www.intechopen.com/books/mass-transfer-advancement-in-process-modelling/mass-transfer-in-multiphase-systems

Modelos simplificados

❖ Teoría de renovación de la superficie

Suposiciones (características)

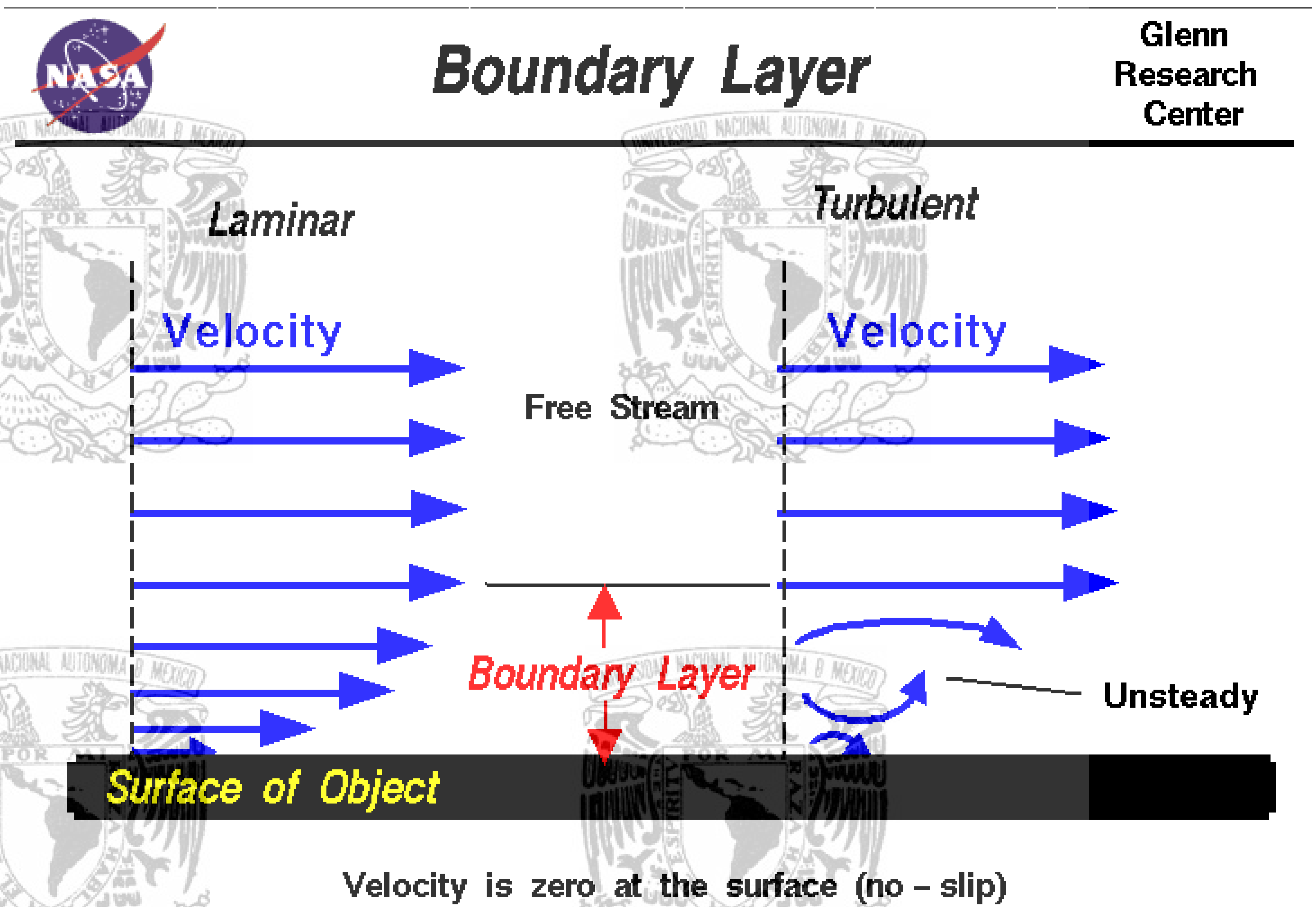
- Flujo turbulento
- Estado no estacionario
- Los elementos en la intercara son substituidos por otros de manera aleatoria
- En un instante dado, cada elemento tiene la misma probabilidad de ser substituido
- El flujo de materia es 1D (dirección r)
- El *flux* de materia es bajo y la concentración de A en el líquido es baja



$$k_A = 2(D_A\, s)^{1/2}$$

Analogías

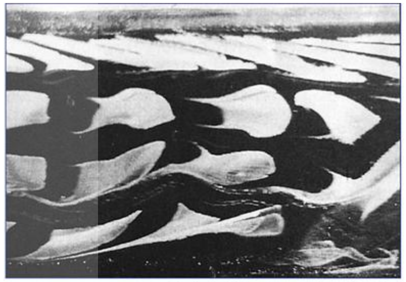
- Se basan en hipótesis acerca de los mecanismos, no son leyes físicas
  - Hipótesis: Los transportes de momentum, de energía y de materia son similares bajo ciertas condiciones. Las condiciones son:
    - No hay reacción que "genere" calor o materia
    - No hay radiación
    - No hay disipación viscosa (que solo ocurre a altas velocidades)
    - La rapidez de transferencia de materia es baja
      - Debido a esto, el perfil de velocidad no se ve modificado por la transferencia de masa
    - Las propiedades físicas son constantes
- Solo aplican para flujo paralelo a placas o dentro de tuberías



https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/boundlay.html

Analogía de Reynolds

- Considera una única zona (turbulenta)


Turbulent flow in a rectangular duct

Aplica para momentum y energía, si Pr = 1

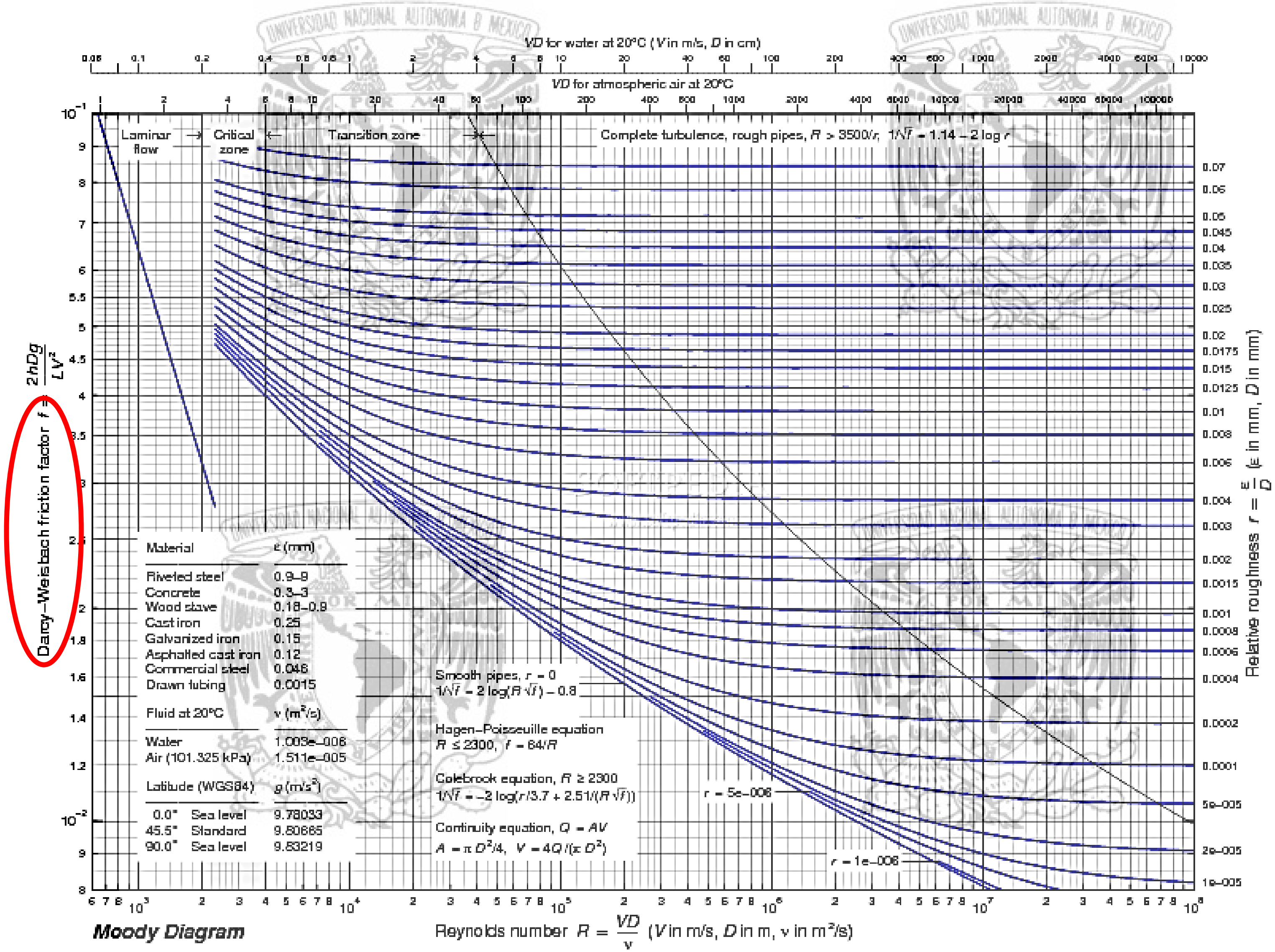
$$\frac{\bar{h}}{\rho v_\infty C_p} = St = \frac{f}{2} \qquad St = \frac{Nu}{Re\,Pr}$$

Aplica para momentum y materia, si Sc = 1

$$\frac{\overline{k_A}}{v_\infty} = St_M = \frac{f}{2}$$

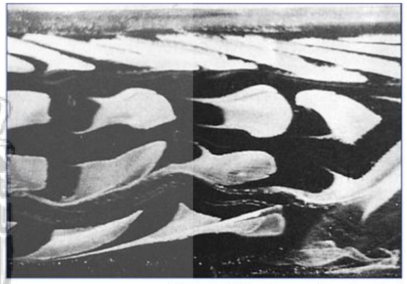
- f es el factor de fricción de fanning
- Solo funciona correctamente para flujo turbulento

Gráfica de Moody



Analogía de Prandtl

❖ **Considera una subcapa laminar y el resto turbulento**


Turbulent flow in a rectangular duct

laminar

turbulento

Para momentum y energía:

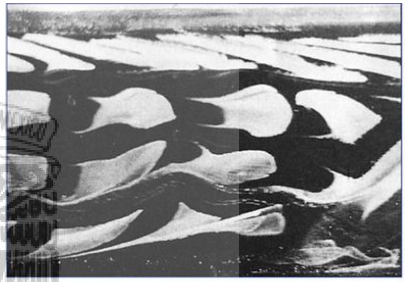
$$Nu = \frac{(f/2)\,Re\,Pr}{1 + 5\sqrt{f/2}\,(Pr - 1)}$$

Para momentum y materia:

$$Sh = \frac{(f/2)\,Re\,Sc}{1 + 5\sqrt{f/2}\,(Sc - 1)}$$

Analogía de von Karman

- Considera una capar amortiguadora ente la subcapa laminar y el centro turbulento



Turbulent flow in a rectangular duct

laminar

turbulento

Para momentum y energía:

$$Nu = \frac{(f/2)\ Re\ Sc}{1 + 5\sqrt{f/2}\{Pr - 1 + ln[(1 + 5\ Pr)/6]\}}$$

Para momentum y materia:

$$Sh = \frac{(f/2)\ Re\ Sc}{1 + 5\sqrt{f/2}\{Sc - 1 + ln[(1 + 5\ Sc)/6]\}}$$

Analogía de Chilton-Colbourn

- Es una relación empírica basada en la analogía de Reynolds
  - Funciona para gases y líquidos
  - Flujo al interior de tubos lisos
  - $Re > 10{,}000$

Para momentum y energía $(0.7 < Pr < 160)$

$$j_H = \frac{f}{2} \qquad j_H = \frac{\bar{h}}{C_p G}\left(\frac{C_p \mu}{k}\right)_f = St\, Pr^{2/3}$$

Para momentum y materia $(0.7 < Sc < 160)$

$$j_M = \frac{f}{2} \qquad j_M = \frac{\overline{k_A}}{v}(Sc)^{2/3} = St_M\, Sc^{2/3}$$

Analogía de Chilton-Colbourn

- Es una relación empírica basada en la analogía de Reynolds

  - Funciona para gases y líquidos
  - Flujo al interior de tubos lisos
  - $Re > 10,000$

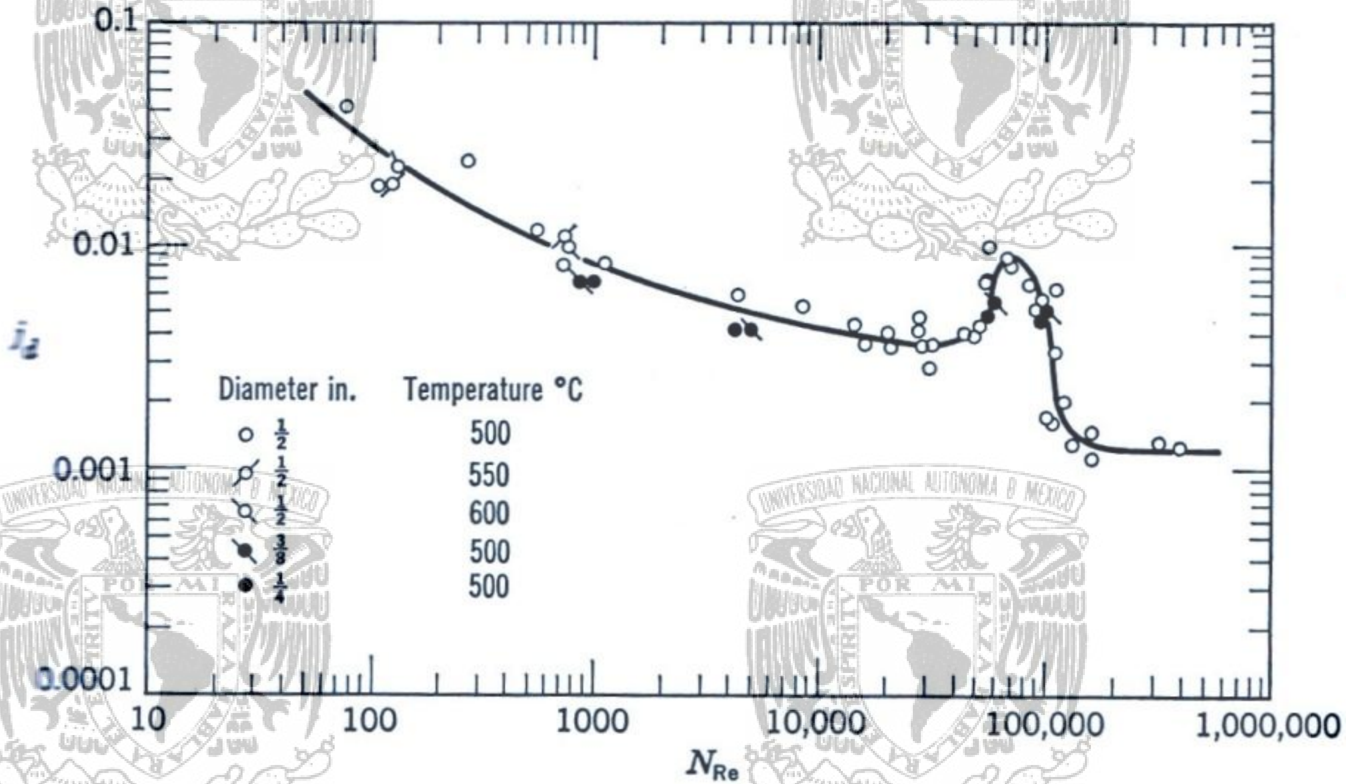
Para momentum y energía $(0.7 < Pr < 160)$

$$j_H = \frac{f}{2} \qquad j_H = \frac{\bar{h}}{C_p G}\left(\frac{C_p \mu}{k}\right)_f = St\, Pr^{2/3}$$

Para momentum y materia $(0.7 < Sc < 160)$

$$j_M = \frac{f}{2} \qquad j_M = \frac{\overline{k_A}}{v}(Sc)^{2/3} = St_M\, Sc^{2/3}$$

- Factor j_M como función del número de Reynolds para la disolución de esferas de uranio en cadmio líquido



J. Szekely y N. J. Themelis, Rate Phenomena in Process Metallurgy, John Wiley & Sons, 1971