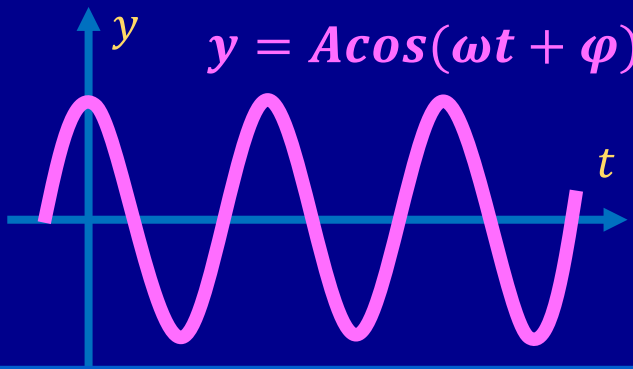
Movimiento Armónico Simple (M.A.S.)

1.- Definición.

Es un patrón de movimiento o desplazamiento que se repite una y otra vez dentro de intervalos iguales de tiempo.

Se modela con una función periódica como *seno* o *coseno*.

$$y = A\cos(\omega t + \varphi)$$



2.- Propiedades características y frecuencia natural.

Hay muchos sistemas que desarrollan un M.A.S., cada uno con su propia fenomenología y **propiedades características** (a, b)

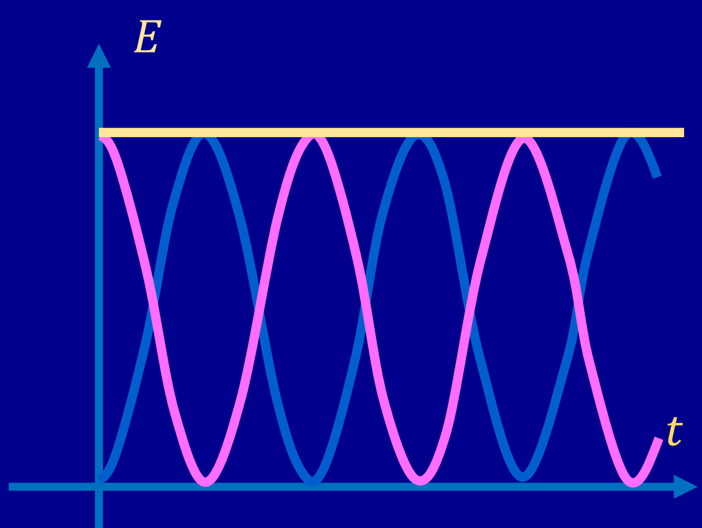
Dichas propiedades definen la **frecuencia natural** del sistema

La **frecuencia (angular) natural** de un sistema depende de sus propiedades características:

$$\omega^2 = f(a, b)$$

Es la frecuencia con la que el sistema oscila naturalmente (en ausencia de amortiguamiento y frozamiento)

3.- Conservación de la energía.



Otra característica del M.A.S. es la conservación de la **energía total**.

Durante el movimiento, dos tipos de energía se transforman una en la otra; pero la suma (energía total) se mantiene constante.

$$E_{tot} = U_1 + U_2$$

Movimiento Armónico Simple (M.A.S.)

4.- Ecuación de movimiento.

Es la ecuación diferencial donde se presentan las fuerzas (o potenciales) que intervienen en el M.A.S.

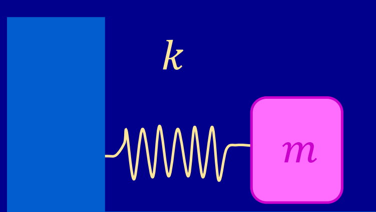
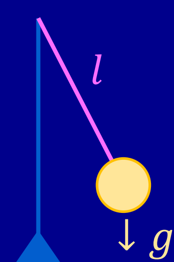
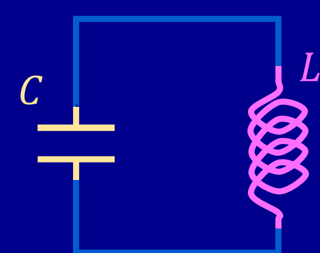
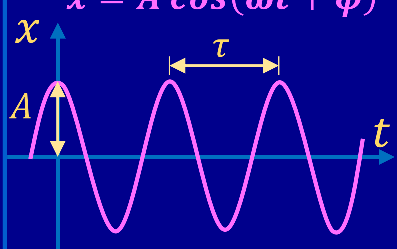
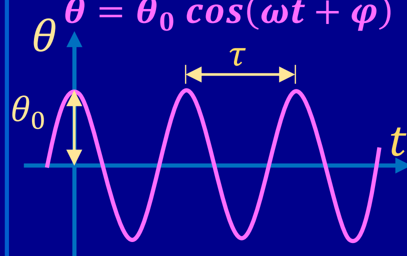
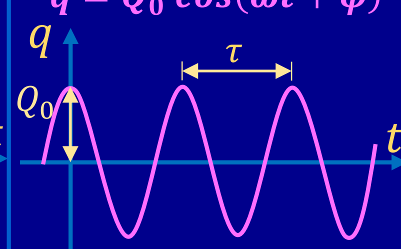
$$F_1 + F_2 = 0$$

Su resolución permite encontrar la función de la variable (x) que cambia armónicamente con el tiempo.

$$a\frac{d^2x}{dt^2} + bx = 0$$

a y b son propiedades características de cada sistema.

5.- Ejemplos

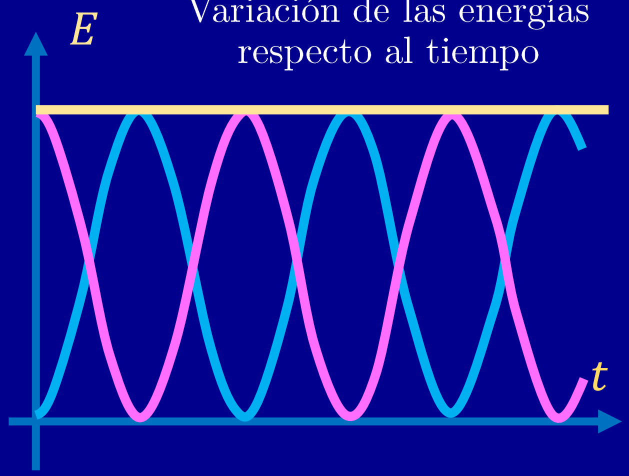
<table>
<tr><th></th><th>Muelle oscilante</th><th>Péndulo simple</th><th>Circuito LC</th></tr>
<tr><td>Sistema</td><td>
</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>Ecuación de movimiento</td><td>$F_1 + F_2 = 0$
$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0$</td><td>$F_1 + F_2 = 0$
$l\frac{d^2\theta}{dt^2} + g\theta = 0$</td><td>$V_1 + V_2 = 0$
$L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$</td></tr>
<tr><td>Función solución (variable descriptora del M.A.S.)</td><td>$x = A\,cos(\omega t + \varphi)$

</td><td>$\theta = \theta_0\,cos(\omega t + \varphi)$

</td><td>$q = Q_0\,cos(\omega t + \varphi)$

</td></tr>
<tr><td>Frecuencia angular natural</td><td>$\omega^2 = \frac{k}{m}$</td><td>$\omega^2 = \frac{g}{l}$</td><td>$\omega^2 = \frac{1}{LC}$</td></tr>
</table>

Movimiento Armónico Simple (M.A.S.)

5.- Ejemplos

	Muelle oscilante	Péndulo simple	Circuito LC
Función de velocidad (o análogo)	$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\, sen(\omega t + \varphi)$	$\ddot{\omega} = \frac{d\theta}{dt} = -\theta_0\omega\, sen(\omega t + \varphi)$	$i = \frac{dq}{dt} = -Q_0\omega\, sen(\omega t + \varphi)$
Función de aceleración (o análogo)	$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2 cos(\omega t + \varphi)$	$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2} = -\theta_0\omega^2 cos(\omega t + \varphi)$	$\frac{d^2x}{dt^2} = -\theta_0\omega^2 cos(\omega t + \varphi)$
Energía potencial	$U_e = \frac{1}{2}kx^2$ $U_e = \frac{kA^2cos^2(\omega t + \varphi)}{2}$	$U_g = \frac{1}{2}mgl\theta^2$ $U_g = \frac{mgl{\theta_0}^2cos^2(\omega t + \varphi)}{2}$	$U_{el} = \frac{q^2}{2C}$ $U_{el} = \frac{{Q_0}^2cos^2(\omega t + \varphi)}{2C}$
Energía cinética (o segunda Energía potencial)	$K = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)$ $K = \frac{kA^2sen^2(\omega t + \varphi)}{2}$	$K = \frac{1}{2}mgl({\theta_0}^2 - \theta^2)$ $K = \frac{mglA^2sen^2(\omega t + \varphi)}{2}$	$U_m = \frac{1}{2C}({Q_0}^2 - q^2)$ $U_m = \frac{{Q_0}^2sen^2(\omega t + \varphi)}{2C}$
Energía total	$E_{TOT} = U_e + K = \frac{1}{2}kA^2$	$E_{TOT} = U_g + K = \frac{mgl{\theta_0}^2}{2}$	$E_{TOT} = U_{el} + U_m = \frac{{Q_0}^2}{2C}$

Variación de las energías respecto al tiempo



Variación de las energías respecto a la posición, posición angular y carga