

Factor de fricción y velocidad estacionaria terminal

Dado que la fuerza de gravedad y la fuerza viscosa son iguales en condiciones estacionarias:

$$V(\rho_2 - \rho_1)g = fv$$

que se puede escribir como:

$$m \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) g = fv$$

m = masa de la partícula = $\rho_2 V$

en el caso de una partícula esférica,

$$f = 6\pi\eta R$$

y tendremos

$$\frac{4}{3}\pi R_s^3(\rho_2 - \rho_1)g = 6\pi\eta R_s v$$

Ejemplo:

Uso de la ecuación de sedimentación para la determinación del tamaño de partícula.

Se suspende un pigmento de dióxido de titanio, $\rho = 4.12 \text{ g/cm}^3$ en agua a $T = 33^\circ\text{C}$. A esta temperatura la densidad y viscosidad del agua son $\rho = 0.9947 \text{ g/cm}^3$ y $7.523 \times 10^{-3} \text{ Pa}$. Un analizador de tamaño de partícula da los datos siguientes para el porcentaje de peso acumulado vs radio esférico equivalente:

Wt % acumulado	Radio de esfera equivalente (μm)
95	0.60
90	0.45
80	0.33
70	0.37
60	0.28
50	0.27
40	0.24
30	0.22
20	0.21
10	0.18
5	0.15

¿a que velocidad de sedimentación corresponde el componente más abundante?

Solución.

Al graficar se obtiene que debe corresponde a un pico en $\sim 0.29 \mu\text{m}$.
Entonces la ecuación nos da:

$$v = \frac{2 R_s^2 (\rho_2 - \rho_1) g}{9 \eta} = 7.62 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$$

ULTRACENTIFUGADORA

Se define el coeficiente de sedimentación;

$$s = \frac{dr/dt}{\omega^2 r}$$

Si s es constante, podemos integrar:

$$s = \frac{\ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right)}{\omega^2 (t_2 - t_1)}$$

En condiciones estacionarias tendremos también:

$$m \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) \omega^2 r = f \frac{dr}{dt}$$

ó

$$\frac{m}{f} \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2} \right) = s$$

Ejemplo:

¿cuál debe ser la velocidad de una ultracentrifugadora para que la frontera asociada a la sedimentación de una partícula de peso molecular $M = 60,000$ g/mol, se mueva de $r_1 = 6.314$ cm a $r_2 = 6.367$ cm en 10 minutos?

Las densidades de la partícula y el medio son 0.728 y 0.998 g/cm³, respectivamente.

Solución

$$m = 60,000 / 6.02 \times 10^{23} = 9.97 \times 10^{-20} \text{ g/molécula}$$
$$s = 6.98 \times 10^{-13} \text{ s} = 6.98 \text{ S (Svedberg)}$$

$$\omega^2 = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{s(t_2 - t_1)} = 1.997 \times 10^7 \text{ s}^{-2}$$

$$\omega = 4.47 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

y al dividir por 2π , $\omega = 711 \text{ rp por segundo} = 42700 \text{ rpm}$.

Otra relación útil

$$m = \frac{k_B T s}{D \left[1 - \left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)\right]}$$

Ejemplo:

La hemoglobina humana tiene un coeficiente de sedimentación de 4.48S y un $D = 6.9 \times 10^{-11} \text{ m}^2/\text{s}$ en solución acuosa a $T = 20^\circ\text{C}$ y $\rho = 1.34 \text{ g/cm}^3$.

Encontrar la masa m ,

$$m = 1.03 \times 10^{-22} \text{ kg/partícula}$$

y en términos de peso molecular:

$$M = 1.03 \times 10^{-22} \text{ kg} / 6.02 \times 10^{-23} = 62300 \text{ g/mol}$$