UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE QUÍMICA.
DEPTO. FÍSICA Y QUÍMICA TEÓRICA

ANÁLISIS DIMENSIONAL

Las dimensiones denotan la naturaleza física de una cantidad*. Se manejan como cantidades algebraicas. Entonces podemos establecer dos principios importantes

- **Las cantidades se suman o se restan, sólo si tienen las mismas dimensiones.**
- **Los términos de ambos lados de una ecuación deben tener las mismas dimensiones** (por eso se les llama igualdades).

No lo olvide: toda ecuación ha de ser consistente desde el punto de vista DIMENSIONAL. A esto se le conoce como **HOMOGENEIDAD DE DIMENSIONES** o **CONSISTENCIA DIMENSIONAL**. Y nos ayuda a evitar errores en la escritura de las ecuaciones.

Toda cantidad medida o calculada tiene una dimensión.
Las dimensiones fundamentales basadas en los patrones de base de medición que empleamos en el curso de Física I son

Dimensiones fundamentales	Representación, note que se emplean corchetes []
Longitud: medida de la distancia entre dos puntos en el espacio	[L]
Tiempo: duración entre dos eventos	[T]
Masa: cantidad de materia de un objeto	[M]

Ejemplos:
dimensión de posición [x] = L
dimensión del tiempo [t] = T
dimensión de la magnitud de la aceleración [a] = L/T^2 ó LT^{-2}
dimensiones de la densidad [ρ] = M/L^3 ó ML^{-3}

Desde luego, la consistencia de dimensiones en una ecuación conduce a consistencia de unidades, sin importar el sistema que estemos empleando: Sistema Internacional (S.I.), Sistema Británico, etc.

Magnitud	Dimensiones	Unidades fundamentales S.I.
volumen	$[L]^3$	m^3
rapidez	[L]/[T] ó $[L][T]^{-1}$	m/s ó ms^{-1}
$\vec{F} = m\,\vec{a}$	$[M]\,[L]/[T]^{-2} = [M]\,[L]/[T]^{-2}$ vea ambos lados de la igualdad	N = kg m/s^2 = kg m s^{-2}

A continuación, tres ejemplos de Análisis dimensional.

I) Se está interesado en una ecuación para la posición x de un automóvil en un tiempo t si el automóvil parte del reposo en x=0 y se mueve con aceleración constante a

$$x = x_0 + v_{ix}\, t + \frac{1}{2} a_x t^2 \Rightarrow x = \frac{1}{2} a t^2$$

a) Procedimiento general: se establece una expresión de la forma

$$x \propto a^n t^m$$

exponentes que se deben determinar.

proporcionalidad

b) Las dimensiones de ambos lados deben ser las mismas

porque están involucradas estas dos dimensiones

$[x] = L$

$[a] = \frac{L}{T^2}$

$[t] = T$

$$[L] = [L][T]^0 = [a^n t^m]$$

$$[L][T]^0 = \left[\frac{L}{T^2}\right]^n [T]^m$$

$$[L][T]^0 = [L]^n [T]^{m-2n}$$

c) Los exponentes de L y T deben ser los mismos de ambos lados de la ecuación

para L: $\boxed{1 = n}$

Para T: $0 = m - 2n = m - 2(1) \Rightarrow \boxed{m = 2}$

d) sustituyendo en la expresión original

$$\boxed{x \propto a t^2}$$

el análisis dimensional NO PUEDE proporcional el VALOR NUMÉRICO de las constantes de proporcionalidad

II) Ejemplo de análisis dimensional

Análisis de una ley de potencias

Suponga que la magnitud aceleración a de una partícula que se mueve con rapidez uniforme v en un circulo de radio r es proporcional a alguna potencia de r, por decir r^n, y alguna potencia de v, digamos v^m.

Determine los valores de n y m y escriba ~~los valores~~ la forma más simple de una ecuación para la aceleración.

a) Escriba una expresión para a con una constante adimensional de proporcionalidad k.

$$a \propto r^n v^m \longrightarrow a = k r^n v^m$$

constante de proporcionalidad

b) Sustituya las dimensiones en la igualdad

$$[L][T]^{-2} = [L]^n \left[\frac{L}{T}\right]^m$$

c) Igualando los exponentes de L y T

para L: $1 = n + m$ $\qquad \boxed{n = 1 - 2 = -1}$

$-2 = -m \qquad \boxed{m = 2}$

d) Escribir la expresión de la aceleración.

$$a = k\,\frac{v^2}{r}$$

para el movimiento circular uniforme $k = 1$, si se usa un conjunto consistente de unidades. $k \neq 1$ si por ejemplo v (km/h) y se quisiera a (m/s^2)

Dimensiones

Para la ecuación $BF = \dfrac{3 v^2 F a C}{\operatorname{sen}(ac)}$,

en donde, v tiene dimensiones de velocidad, F de fuerza, a de aceleración y el número 3 es adimensional, determine las dimensiones de B y C necesarias para que la ecuación sea dimensionalmente homogénea.

$$B\cancel{F} = \frac{3 v^2 \cancel{F} a C}{\operatorname{sen}(ac)}$$

$$B\,[M][L][T]^{-2} = \frac{[L]^2[T]^{-2}[M][L][T]^{-2}[L][T]^{-2}C}{\operatorname{sen}\underbrace{(aC)}_{\text{debe ser adimensional}}}$$

dimensiones inversas.

$$\boxed{C\ [T]^2[L]^{-1}}$$

$$aC = ([L][T]^{-2})([L]^{-1}[T]^2)$$

$$B = [L]^2[T]^{-2}[L][T]^{-2}[L]^{-1}[T]^2$$

$$\boxed{B = [L]^2[T]^{-2} = \left(\frac{[L]}{[T]}\right)^2}$$

comprobando en: $B = 3v^2 ac$

$$[L]^2[T]^{-2} = [L]^2[T]^{-2}[L][T]^{-2}[T]^2[L]^{-1}$$
$$= [L]^2[T]^{-2}$$