

# **Guía de estudio para Examen Extraordinario**

**Física II (clave: 1209)**

**Depto. Física y Química Teórica, FQ-UNAM**

2019 Facultad de Química, UNAM

[HTTP://AMYD.QUIMICA.UNAM.MX](http://AMYD.QUIMICA.UNAM.MX)

La presente guía es un material de apoyo para los estudiantes de la Facultad de Química que presentan el Examen Extraordinario de Física II (clave: 1209). Esta guía en ningún momento sustituye el contenido del curso de Física II ni el contenido de ninguno de los textos mencionados en la bibliografía. Los problemas aquí presentados pueden o no estar incluidos en el Examen Extraordinario.

*Primera versión, Noviembre 2019*

Handwritten mathematical notes and diagrams covering various topics:

- Algebra:**  $x^2+x^2+y^2+z^2+xy+yz-c=0$ ,  $g \cdot \text{grad} f = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right)$ ,  $\text{tg} x \cdot \text{cotg} x = 1$ ,  $2x^2yy'+y^2=2$ ,  $x_1=-11p, x_2=-p, x_3=7p, p \in \mathbb{R}$
- Calculus:**  $\int \sin x \cos x dx$ ,  $\sum_{i=0}^n (p_2(x_i) - y_i)^2$ ,  $\text{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+1}+n}{3\sqrt{3n^2+2n}-1}$ ,  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ,  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$ ,  $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ ,  $\frac{\partial}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ,  $\vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ,  $\vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ,  $\vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$
- Geometry:**  $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $Y_{i+1} = Y_i + b \cdot K_i$ ,  $\vec{\rho}_2 = \sqrt{0,16}$ ,  $\alpha^2 + \beta^2 = c^2$ ,  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C}$ ,  $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$ ,  $e^2 - xy = z = e; A \in [0, e; 1]$ ,  $\frac{2x}{x^2+2y^2} = 2$ ,  $z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\eta_1 = \lambda^2 - 3\lambda + 1 = 0$
- Trigonometry:**  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ ,  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ,  $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{\sin x} = 1$ ,  $\cos \rho = \frac{(1,0) \cdot (\frac{2\sqrt{3}}{12} + \frac{1}{48})}{\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}}}$
- Complex Numbers:**  $\lambda z = i\sqrt{14}$ ,  $\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$ ,  $\frac{\sin(x+y)}{\sin(x-y)} = \frac{\sin x \cos y + \cos x \sin y}{\sin x \cos y - \cos x \sin y}$ ,  $y' - \frac{\sqrt{y}}{x+2} = 0; y(0) = 1$ ,  $A = [1, 0; 3]$
- Diagrams:** Unit circle with trigonometric functions, coordinate systems with curves, vector diagrams, and geometric shapes (triangles, rectangles).

# Índice general

PARTE UNO - EJERCICIOS RESUELTOS	
1	Fuerza eléctrica ..... 7
2	Campo eléctrico ..... 11
3	Ley de Gauss para la electricidad ..... 17
4	Energía potencial electrostática ..... 21
5	El potencial electrostático ..... 25
6	Capacitores ..... 27
7	Intensidad de corriente ..... 31
8	Fuerza electromotriz ..... 33
9	Campo y fuerza magnética ..... 37
10	Fuentes de campo magnético ..... 43
11	Inducción magnética y ecuaciones de Maxwell ..... 47

<b>12</b>	<b>Ejercicios de los Departamentales .....</b>	<b>51</b>
12.1	Examen Departamental Física II - 2020-1	51
12.2	Examen Departamental Física II - 2019-2	54
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>59</b>
	Libros	59
	<b>Índice .....</b>	<b>61</b>



# PARTE UNO - EJERCICIOS RESUELTOS

1	Fuerza eléctrica .....	7
2	Campo eléctrico .....	11
3	Ley de Gauss para la electricidad ....	17
4	Energía potencial electrostática .....	21
5	El potencial electrostático .....	25
6	Capacitores .....	27
7	Intensidad de corriente .....	31
8	Fuerza electromotriz .....	33
9	Campo y fuerza magnética .....	37
10	Fuentes de campo magnético .....	43
11	Inducción magnética y ecuaciones de Maxwell .....	47



# 1. Fuerza eléctrica

— **Ley de Coulomb.** La ley de Coulomb establece que la fuerza eléctrica que ejerce una carga puntual  $q_1$  sobre una segunda carga  $q_2$  está dada por:

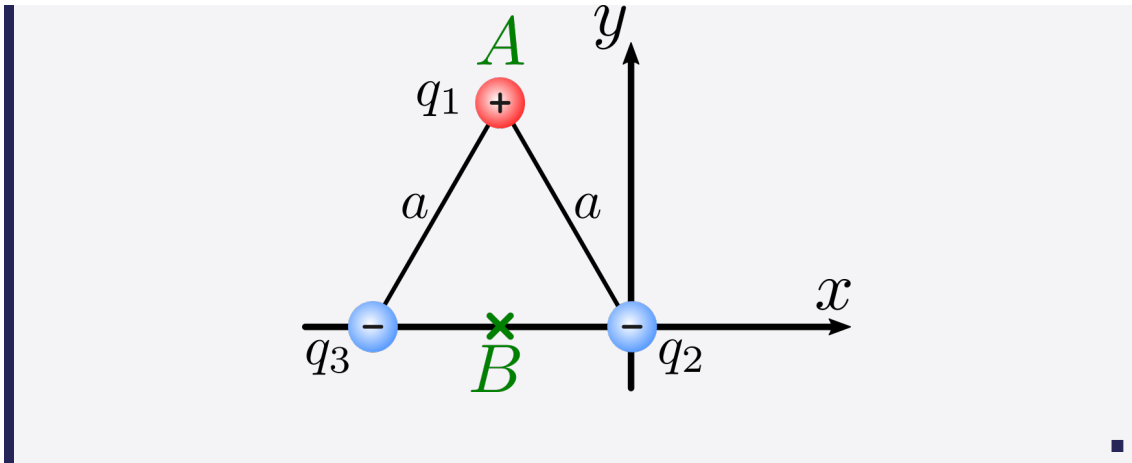
$$\vec{F}_{12} = k_e \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$$

donde  $r$  es la distancia entre las dos cargas y  $\hat{r}_{12}$  es un vector unitario dirigido de  $q_1$  hacia  $q_2$ . La constante  $k_e$  se denomina **constante de Coulomb**, y tiene el valor  $k_e = 8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ .

— **Cargas Eléctricas.** Las cargas eléctricas tienen las siguientes propiedades importantes:

- Cargas de signos opuestos se atraen y cargas de signos iguales se repelen.
- La carga total en un sistema aislado se conserva.
- La carga está cuantizada (en múltiplos de  $e = 1.609 \times 10^{-19} \text{ C}$ ).

**Ejercicio 1.1** Tres partículas cargadas se colocan en las esquinas de un triángulo equilátero de lado  $a = 5.0 \text{ cm}$ . Las cargas son  $q_1 = 1.0 \mu\text{C}$ ,  $q_2 = -2.0 \mu\text{C}$  y  $q_3 = -3.0 \mu\text{C}$ . Calcule la magnitud y dirección de la fuerza que experimenta la carga  $q_1$ .



**Solución 1.1** La fuerza total  $\vec{F}_1$  que se ejerce sobre la carga  $q_1$  es la suma de las fuerza que ejerce  $q_2$  sobre  $q_1$  y la que ejerce  $q_3$  sobre  $q_1$ , es decir:

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31},$$

Usando la ley de Coulomb, podemos escribir cada una de las fuerzas como

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \hat{r}_{21},$$

$$\vec{F}_{31} = k_e \frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} \hat{r}_{31}$$

Observando el siguiente diagrama, los vectores  $\hat{r}_{21}$  y  $\hat{r}_{31}$  se escriben como:

$$\hat{r}_{21} = -\cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}, \quad \text{con } \theta = 60^\circ,$$

$$\hat{r}_{31} = \cos\theta \hat{i} + \sin\theta \hat{j}, \quad \text{con } \theta = 60^\circ,$$

entonces, la fuerzas  $\vec{F}_{21}$  y  $\vec{F}_{31}$  están dadas por:

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \left( -\frac{1}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \right),$$

$$\vec{F}_{31} = k_e \frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} \left( \frac{1}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \right)$$

Sustituyendo los valores de las constantes, las cargas y las distancias, tenemos que la fuerza sobre la carga  $q_1$  está dada por:



$$\begin{aligned}
\vec{F}_1 &= \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} \\
&= k_e \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \left( -\frac{1}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \right) + k_e \frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} \left( \frac{1}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \right) \\
&= \left( 9 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2 \right) \frac{(-2 \times 10^{-6} \text{C})(1 \times 10^{-6} \text{C})}{(0.05 \text{m})^2} \left( -\frac{1}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \right) \\
&\quad + \left( 9 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2 \right) \frac{(-3 \times 10^{-6} \text{C})(1 \times 10^{-6} \text{C})}{(0.05 \text{m})^2} \left( \frac{1}{2} \hat{i} + \frac{\sqrt{3}}{2} \hat{j} \right) \\
&= \left( 3.6 \hat{i} - 6.2 \hat{j} \right) \text{N} + \left( -5.4 \hat{i} - 9.4 \hat{j} \right) [\text{N}] \\
&= \left( -1.8 \hat{i} - 15.6 \hat{j} \right) [\text{N}]
\end{aligned}$$

Por lo que la magnitud y la dirección de la fuerza  $\vec{F}_1$  están dados por:

$$\begin{aligned}
F_1 &= \sqrt{(-1.8 \text{N})^2 + (-15.6 \text{N})^2} \\
&= 15.7 \text{N}
\end{aligned}$$

donde  $\theta = \tan^{-1} \left( \frac{15.1}{1.8} \right) = 263.6^\circ$ , por lo que

$$\hat{F}_1 = \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j} = -0.11 \hat{i} + -0.66 \hat{j}$$

**Ejercicio 1.2** Considere dos cargas puntuales. La carga  $q_1 = -2 \mu\text{C}$  está en la posición  $\vec{r}_1 = (0.2\hat{i} + 0.2\hat{j})$  [m] y la carga  $q_2 = 3 \mu\text{C}$  está en  $\vec{r}_2 = (-0.1\hat{i} - 0.1\hat{j})$  [m].

1. ¿Cuál es la fuerza que ejerce la carga  $q_2$  sobre la carga  $q_1$ ?
2. ¿Cuál es la fuerza que ejerce la carga  $q_1$  sobre la carga  $q_2$ ?

Hint: La fuerza es una cantidad vectorial. ■

**Solución 1.2** 1. El objetivo de este ejercicio es identificar la fuerza que se ejerce entre dos cargas puntuales (Ley de Coulomb) y expresarla como una cantidad vectorial.

La fuerza que ejerce la carga  $q_2$  sobre la carga  $q_1$  está dada por la Ley de Coulomb:

$$\vec{F}_{21} = k_e \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \hat{r}_{21},$$

donde  $\hat{r}_{21}$  es el vector unitario que une las cargas y  $r_{21}$  es la distancia que las separa. Lo primero que identificamos es que las cargas tienen signo contrario, por lo que éstas se van a atraer; por lo tanto, la fuerza resultante debe ser tal que indique esta situación.

De acuerdo con el siguiente diagrama, el vector no unitario  $\vec{r}_{21}$  que une a las cargas  $q_1$  y  $q_2$ , está dado por:

$$\begin{aligned}\vec{r}_{21} &= \vec{r}_1 - \vec{r}_2 = (0.2\hat{i} + 0.2\hat{j}) \text{ [m]} - (-0.1\hat{i} - 0.1\hat{j}) \text{ [m]} \\ &= (0.3\hat{i} + 0.3\hat{j}) \text{ [m]}\end{aligned}$$

por lo que  $r_{21}$  está dado por

$$\begin{aligned}r_{21} &= \sqrt{(0.3\text{m})^2 + (0.3\text{m})^2} \\ &= 0.3\sqrt{2} \text{ m} = 0.424 \text{ m}\end{aligned}$$

asimismo, el vector unitario  $\hat{r}_{21}$  se calcula de la siguiente manera:

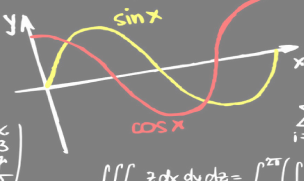
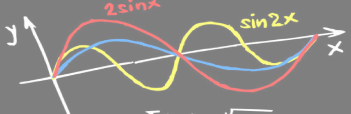
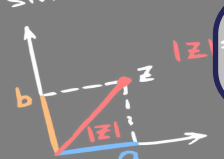
$$\begin{aligned}\hat{r}_{21} &= \frac{\vec{r}_{21}}{r_{21}} = \left( \frac{0.3}{0.3\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{0.3}{0.3\sqrt{2}}\hat{j} \right) \\ &= \left( \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} \right)\end{aligned}$$

Por lo tanto, sustituyendo el valor de la constante  $k_e$ , el valor de las cargas, la distancia  $r_{21}$  y el vector  $\hat{r}_{21}$  en la expresión para la fuerza, tenemos:

$$\begin{aligned}\vec{F}_{21} &= \left( 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \right) \frac{(3 \times 10^{-6} \text{ C})(-2 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.424 \text{ m})^2} \left( \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\hat{j} \right) \\ &= \left( -0.21\hat{i} - 0.21\hat{j} \right) \text{ [N]}\end{aligned}$$

2. La fuerza que ejerce la carga  $q_1$  sobre la carga  $q_2$  está dada por:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = -\left( -0.21\hat{i} - 0.21\hat{j} \right) \text{ [N]} = \left( 0.21\hat{i} + 0.21\hat{j} \right) \text{ [N]}$$

$x^2 + x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz - 6 = 0$      $g \cdot \text{grad} f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$      $\tan x \cdot \cot g x = 1$      $2x^2yy' + y^2 = 2$      $x_1 = -11p, x_2 = -p, x_3 = 7p, p \in \mathbb{R}$   
     $Y_{i+1} = Y_i + b \cdot k_i$      $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$      $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$      $\tan \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$   
 $X_2 = \begin{pmatrix} -x \\ \beta \\ -\beta \end{pmatrix}$      $\sum_{i=0}^n (p_2(x_i) - y_i)^2$      $\tan 2x = \frac{2 \tan x}{1 - \tan^2 x}$      $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$      $\lambda x - y + z = 1$   
 $\iiint_M z \, dx \, dy \, dz = \int_0^{2\pi} \left( \int_0^2 \left( \int_{\frac{1}{2}t}^1 r \, dr \, d\sigma \right) dt \right) d\varphi$      $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4n^2+1} + n}{3\sqrt{3n^2+2n-1}}$      $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$      $F_3 = 2 \times yz - 1 = 1$      $x_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$      $(1+e^x)yy' = e^x$      $y(1) = 1$      $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$   
 $2 \arctan x - x = 0, I = (1, 10)$          $\vec{\sigma}(p_2) = \sqrt{0,16}$      $C = \begin{pmatrix} 0,1 \\ 1,0 \end{pmatrix}$      $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$      $A+B+C=8$   
 $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^4 x \cdot \cos^3 x \, dx$      $\vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$      $a^2 + b^2 = c^2$      $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C}$      $\lambda_2 = i\sqrt{14}$      $\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$      $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x} = 1$   
 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$      $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0,005$      $y = \tan x$      $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$      $-3A - 7B + 2C = -10,3$   
 $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$      $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$      $y = \cot g x$      $\eta_1 = \lambda_1^2 - 3\lambda_1 + 1 = 0$      $-18A + 6B - 3C = 15$   
 $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$      $e^2 - xy = z = e; A \in [0, e; 1]$      $\frac{2x}{x^2+2y^2} = 2$      $z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$      $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x} = 1$   
     $\frac{2x}{x^2+2y^2} = 2$      $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$      $y' - \frac{\sqrt{y}}{x+2} = 0; y(0) = 1$      $A = \begin{pmatrix} x & 1+x^2 & 1 \\ y & 1+y^2 & 1 \\ z & 1+z^2 & 1 \end{pmatrix}; x=0, y=1, z=2$      $\cos \varphi = \frac{(1,0) \cdot (\frac{2\sqrt{3}}{12} + \frac{1}{48})}{\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}}}$      $A = [1, 0; 3]$      $a^2 = c \cdot c_b$   
 $\oint 3x^2 + 166x^{-0,17} dx$      $\lim_{h \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{h})^h$      $A = [1, 0; 3]$      $\cos \varphi = \frac{(1,0) \cdot (\frac{2\sqrt{3}}{12} + \frac{1}{48})}{\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}}}$      $a^2 = c \cdot c_a$

## 2. Campo eléctrico

— **Campo eléctrico.** El campo eléctrico  $\vec{E}$  en algún punto del espacio se define como la fuerza eléctrica  $\vec{F}_e$  que actúa sobre una pequeña carga de prueba positiva colocada en dicho punto, dividida entre la magnitud  $q_0$  de la carga de prueba, es decir:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_e}{q_0} \tag{2.1}$$

Por tanto, una carga puntual genera un campo eléctrico  $\vec{E}$  a una distancia  $r$  de dicha carga dado por:

$$\vec{E} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r}, \tag{2.2}$$

donde  $\hat{r}$  es un vector unitario que se dirige desde la carga que genera el campo hasta el punto en cuestión (donde se observa).

El campo eléctrico apunta radialmente hacia afuera desde una carga positiva y radialmente hacia adentro hacia una carga negativa.

— **Superposición del campo eléctrico.** El campo eléctrico generado por un grupo de cargas puntuales se puede calcular usando el principio de superposición; esto es, el campo eléctrico total en algún punto en el espacio es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos generados por todas las cargas:

$$\vec{E} = \sum_i k_e \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i, \tag{2.3}$$

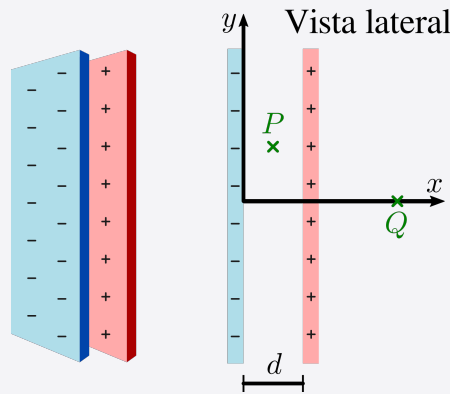
Las partículas con carga eléctrica son fuentes de campo eléctrico.

— **Partícula en un Campo eléctrico.** Cuando se coloca una partícula con carga  $q$  en presencia de un campo eléctrico  $\vec{E}$ , ésta experimenta una fuerza eléctrica dada por:

$$\vec{F}_e = q\vec{E} \quad (2.4)$$

**Ejercicio 2.1** Dos placas conductoras infinitas son paralelas entre sí, con una distancia  $d = 10.0$  cm entre ellas, como muestra la figura. Cada placa tiene una distribución de carga uniforme de  $-4.5 \mu\text{C}/\text{m}^2$  y  $+4.5 \mu\text{C}/\text{m}^2$ , respectivamente.

1. ¿Cuál es el campo eléctrico,  $\vec{E}$  [N/C], en el punto  $P(5 \text{ cm}, 10 \text{ cm})$ ?
2. ¿Cuál es el campo eléctrico,  $\vec{E}$  [N/C], en el punto  $Q(20 \text{ cm}, 0 \text{ cm})$ ?



Hint: Consulta la expresión para el campo eléctrico generado por una placa infinita con una densidad de carga  $\sigma_0$  ■

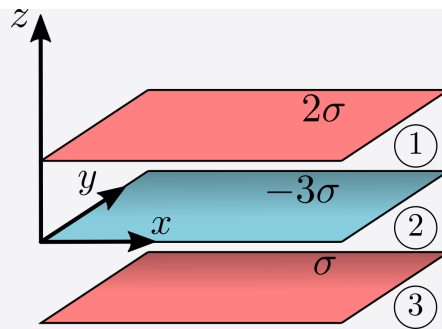
**Solución 2.1** 1. Por la superposición de campos eléctricos, el campo eléctrico en el punto  $P$ ,  $\vec{E}_P$ , está dado por la superposición del campo eléctrico generado por la placa (-) en el punto  $P$  ( $\vec{E}_{\sigma_-}$ ) y el campo eléctrico generado por la placa (+) en el punto  $P$  ( $\vec{E}_{\sigma_+}$ ), esto es:

$$\begin{aligned} \vec{E}_P &= \vec{E}_{(\sigma_-)} + \vec{E}_{(\sigma_+)} \\ &= \frac{\sigma_-}{2\epsilon_0} \hat{i} + \frac{\sigma_+}{2\epsilon_0} (-\hat{i}) \\ &= \frac{-4.5 \times 10^{-6} \text{C}/\text{m}^2}{2(8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2)} \hat{i} - \frac{4.5 \times 10^{-6} \text{C}/\text{m}^2}{2(8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2)} \hat{i} \\ &= -\frac{4.5 \times 10^{-6} \text{C}/\text{m}^2}{8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2} \hat{i} \\ &= -0.51 \times 10^6 \hat{i} [\text{N}/\text{C}] \end{aligned}$$

2. El campo eléctrico en el punto  $Q$  es:

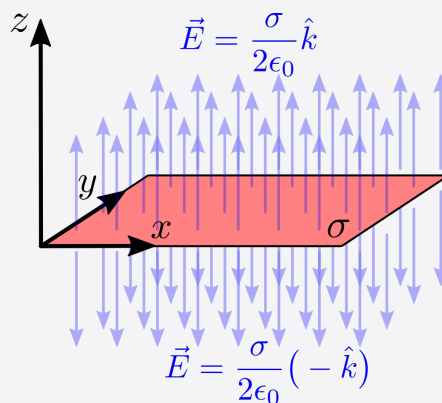
$$\vec{E}_Q = \vec{0} [\text{N}/\text{C}]$$

**Ejercicio 2.2** Se tienen tres planos infinitos paralelos al plano  $xy$  con densidades superficiales de carga  $2\sigma$ ,  $-3\sigma$  y  $\sigma$ , como se muestra en la figura. Considere  $\sigma = 1.77 \text{ nC}/\text{m}^2$ .



1. Determine el vector de campo eléctrico en la región ①.
2. Determine el vector de campo eléctrico en la región ②.
3. Determine el vector de campo eléctrico en la región ③.

**Hint:** Recuerde el resultado del campo eléctrico de un plano infinito con densidad superficial de carga  $\sigma$ .



**Solución 2.2** El objetivo de este ejercicio es identificar el principio de superposición y la suma de vectores. Lo primero que hay que notar es que el campo eléctrico en cada región es la suma vectorial del campo eléctrico generado por cada placa en las distintas regiones.

1. El campo eléctrico en la región ① está dado por:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\textcircled{1}} &= \frac{2\sigma}{2\epsilon_0}(-\hat{k}) + \frac{(-3\sigma)}{2\epsilon_0}\hat{k} + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{k} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-2 - 3 + 1)\hat{k} = (-4)\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{k} \\ &= (-400\hat{k}) \text{ [N/C]}\end{aligned}$$

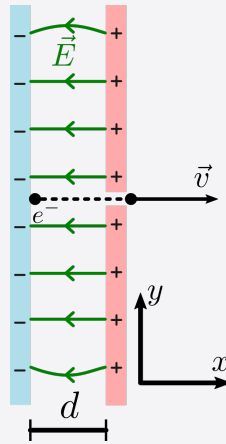
2. El campo eléctrico en la región ② está dado por:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\textcircled{2}} &= \frac{2\sigma}{2\epsilon_0}(-\hat{k}) + \frac{(-3\sigma)}{2\epsilon_0}(-\hat{k}) + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{k} \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-2 + 3 + 1)\hat{k} = (2)\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{k} \\ &= (200\hat{k}) \text{ [N/C]}\end{aligned}$$

3. El campo eléctrico en la región (3) está dado por:

$$\begin{aligned}\vec{E}_{\textcircled{3}} &= \frac{2\sigma}{2\epsilon_0}(-\hat{k}) + \frac{(-3\sigma)}{2\epsilon_0}(-\hat{k}) + \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-\hat{k}) \\ &= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}(-2 + 3 - 1)\hat{k} = (0)\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{k} \\ &= (0\hat{k}) \text{ [N/C]}\end{aligned}$$

**Ejercicio 2.3** Un electrón es acelerado entre dos placas paralelas cargadas donde el campo eléctrico es uniforme con magnitud de  $E = 2.0 \times 10^4 \text{ N/C}$ . La separación entre las placas es de  $d = 1.5 \text{ cm}$ . El electrón es acelerado a partir del reposo cerca de la placa negativa y pasa a través de un pequeño agujero en la placa positiva. Considere que el agujero es tan pequeño que no afecta el campo uniforme entre las placas. ¿Con qué rapidez deja el agujero?



**Solución 2.3** El objetivo de este ejercicio es identificar la fuerza que experimenta una partícula cargada en presencia de un campo eléctrico.

Lo primero que hay que notar es que el electrón experimentará una fuerza producida por el campo eléctrico entre las placas que lo llevará desde el reposo hasta una cierta velocidad; dicha fuerza está dada por:

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a},$$

donde  $\vec{a}$  es la aceleración que sufre el electrón. Por tanto, en magnitudes podemos escribir

$$E = \frac{ma}{q}$$

Por conservación de la energía total de la partícula, la energía total del electrón inicialmente (antes de ser acelerado) debe ser igual a la energía total al salir de las placas, esto es:

$$K_i + U_i = K_f + U_f,$$

donde  $K_i$  y  $K_f$  son la energía cinética inicial y final del electrón y  $U_i$  y  $U_f$  son el potencial eléctrico inicial y final. Notamos que inicialmente el electrón está en reposo, por tanto

$K_i = 0$ , entonces:

$$U_i = K_f + U_f,$$

entonces,

$$-(U_f - U_i) = K_f,$$

Por lo que,

$$-q\Delta V = \frac{1}{2}m_e v^2,$$

donde  $m_e$  es la masa del electrón,  $v$  es la velocidad final que alcanza al ser acelerado por el campo entre las placas y  $\Delta V$  es el potencial eléctrico entre las placas.

Por otro lado, el potencial entre las placas se relaciona con el campo eléctrico entre éstas por la expresión:

$$\Delta V = -Ed$$

donde  $d$  es la separación entre las placas. De estas últimas dos expresiones obtenemos,

$$qEd = \frac{1}{2}m_e v^2,$$

despejando  $v$  de la expresión anterior tenemos que

$$v = \sqrt{\frac{2qEd}{m_e}}$$

Sustituyendo los valores proporcionados para la magnitud del campo, la separación entre las placas y la masa del electrón obtenemos la velocidad final de éste:

$$v = \sqrt{\frac{2 \left(1.6 \times 10^{-19} \text{C}\right) \left(2.0 \times 10^4 \text{N/C}\right) \left(0.015 \text{m}\right)}{9.1 \times 10^{-31} \text{Kg}}} = 10 \times 10^6 \text{ m/s}$$





### 3. Ley de Gauss para la electricidad

— **Flujo de campo eléctrico.** El flujo de campo eléctrico es proporcional al número de líneas de campo eléctrico que atraviesan una superficie. Si el campo eléctrico es uniforme y forma un ángulo  $\theta$  con el vector normal a una superficie de área  $A$ , el flujo de campo a través de dicha superficie es:

$$\Phi_E = EA \cos \theta. \quad (3.1)$$

En general, el flujo de campo eléctrico a través de una superficie está dado por:

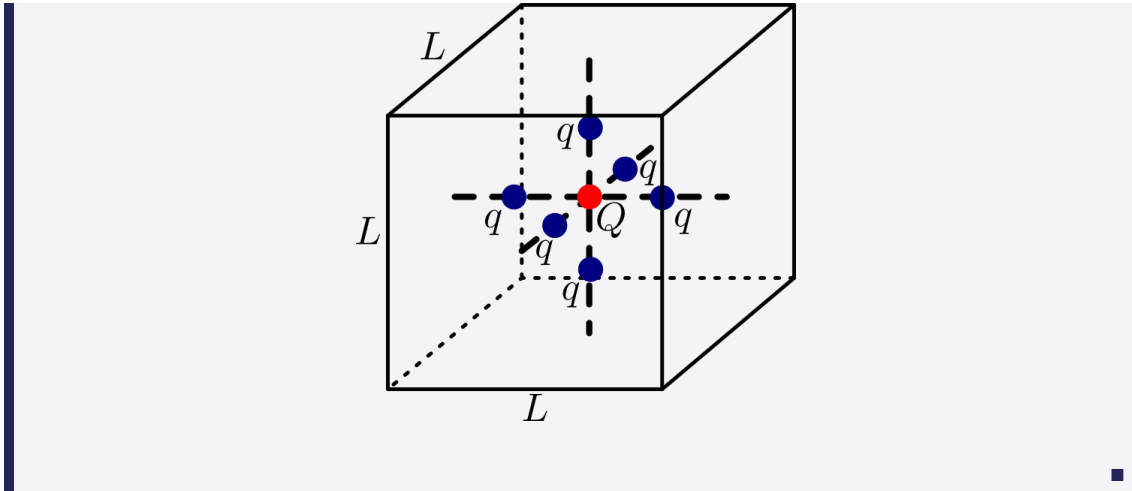
$$\Phi_E = \int_{\text{superficie}} \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad (3.2)$$

— **Ley de Gauss.** La Ley de Gauss indica que el flujo neto de campo eléctrico  $\Phi_E$  a través de cualquier superficie gaussiana cerrada es igual a la carga total (neta) encerrada dentro de dicha superficie, dividida por  $\epsilon_0$ , esto es:

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}. \quad (3.3)$$

Usando la ley de Gauss se puede calcular el campo eléctrico que generan ciertas distribuciones de carga que conservan alguna simetría.

**Ejercicio 3.1** Una carga puntual con carga  $Q = 5.0 \mu\text{C}$  se localiza en el centro de un cubo de arista  $L = 0.100 \text{ m}$ . Además, simétricamente alrededor de  $Q$  existen otras seis partículas cargadas idénticas con  $q = -1.0 \mu\text{C}$  como se muestra en la figura. La distancia entre  $Q$  y  $q$  es de  $0.025 \text{ m}$ . Determine el flujo de campo eléctrico que atraviesa una de las caras del cubo.



**Solución 3.1** De acuerdo a la ley de Gauss, el flujo neto por la superficie cerrada que constituye el cubo es igual a la carga total encerrada por dicha superficie (el cubo) dividida por  $\epsilon_0$ , es decir,

$$\begin{aligned}\Phi_E &= \frac{q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{Q + 6q}{\epsilon_0} \\ &= \frac{\left(5.0 \times 10^{-6} \text{C} - 6.0 \times 10^{-6} \text{C}\right)}{8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2} = \frac{-1.0 \times 10^{-6} \text{C}}{8.85 \times 10^{-12} \text{C}^2/\text{Nm}^2} \\ &= -0.113 \times 10^6 \text{Nm}^2/\text{C}\end{aligned}$$

Por tanto, el flujo de campo eléctrico por solo una de las caras está dado por:

$$\Phi_{E_{cara}} = \frac{\Phi_E}{6} = \frac{-0.113 \times 10^6 \text{Nm}^2/\text{C}}{6} = -18.8 \times 10^3 \text{Nm}^2/\text{C}$$

**Ejercicio 3.2** Una esfera aislante de radio 0.5 m posee una densidad volumétrica de carga de  $10 \text{ nC}/\text{m}^3$ . Si se encierra a la esfera con un cubo, de tal forma que ésta quede en el centro del cubo, determine el flujo de campo eléctrico a través de una de las caras. ■

**Solución 3.2** El objetivo del ejercicio es identificar la relación entre el flujo de campo eléctrico a través de una superficie cerrada y la carga encerrada por dicha superficie, es decir, la información contenida en la Ley de Gauss. Adicionalmente, se debe identificar el concepto de densidad de carga volumétrica.

Consideremos que la esfera se encuentra en el centro del cubo. El flujo a través de todas las caras del cubo está dado por la ley de Gauss:

$$\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}.$$

Por otro lado, la carga  $Q_{enc}$  se calcula a partir de la densidad de carga volumétrica de la esfera como:

$$Q_{enc} = \rho V = \rho \left( \frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \left( 10 \frac{\text{nC}}{\text{m}^3} \right) \left[ \frac{4}{3} \pi (0.5)^3 \right] \text{m}^3 = 5.24 \text{ nC} = 5.24 \times 10^{-9} \text{ C}.$$

Entonces, el flujo total de campo eléctrico es:

$$\Phi_E = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} = \frac{5.24 \times 10^{-9} \text{ C}}{8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2} = 592 \text{ Nm}^2/\text{C},$$

por lo que el flujo por una de las caras está dado por

$$\Phi_{E_{cara}} = \frac{\Phi_E}{6} = 98.67 \text{ Nm}^2/\text{C}.$$



## 4. Energía potencial electrostática

— **Conductor en equilibrio electrostático.** Un conductor en equilibrio electrostático tiene las siguientes propiedades:

- El campo eléctrico es cero en todas partes dentro del conductor, ya sea que el conductor sea sólido o hueco.
- Si el conductor está aislado y contiene carga, ésta reside en su superficie.
- El campo eléctrico en un punto justo afuera de un conductor cargado es perpendicular a la superficie de éste y tiene una magnitud  $\sigma/\epsilon_0$  donde  $\sigma$  es la densidad de carga superficial en ese punto.
- En un conductor de forma irregular, la densidad de carga superficial es mayor en lugares donde el radio de curvatura de la superficie es más pequeño.

— **Energía Potencial Eléctrica.** La energía potencial eléctrica asociada con un par de cargas puntuales separadas una distancia  $r_{12}$  es:

$$U_E = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}} \quad (4.1)$$

La energía potencial de una distribución de cargas puntuales se obtiene al sumar este término sobre todos los pares de partículas.

— **Potencial Eléctrico.** La diferencia de potencial entre dos puntos separados una distancia  $d$  en un campo eléctrico uniforme  $\vec{E}$  es

$$\Delta V = -Ed, \quad (4.2)$$

si la dirección de traslado entre los dos puntos está en la misma dirección que el campo eléctrico.

Si se define  $V = 0$  en  $r = \infty$ , el potencial eléctrico debido a una carga puntual a cualquier distancia  $r$  de la carga está dado por:

$$V = k_e \frac{q}{r}. \quad (4.3)$$

El potencial eléctrico asociado con un grupo de cargas puntuales se obtiene al sumar los potenciales debidos a las cargas puntuales.

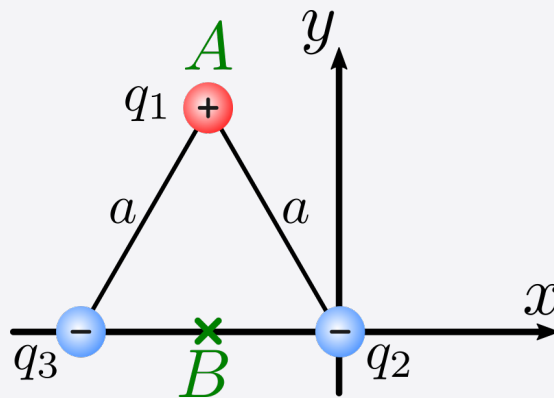
Si se conoce el potencial eléctrico como función de las coordenadas  $x, y, z$ , se pueden obtener las componentes del campo eléctrico al tomar la derivada negativa del potencial eléctrico respecto de las coordenadas, esto es:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}, \quad (4.4)$$

$$E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}, \quad (4.5)$$

$$E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}. \quad (4.6)$$

**Ejercicio 4.1** Tres partículas cargadas se colocan en las esquinas de un triángulo equilátero de lado  $a = 5.0$  cm. Las cargas son  $q_1 = 1.0 \mu\text{C}$ ,  $q_2 = -2.0 \mu\text{C}$  y  $q_3 = -3.0 \mu\text{C}$ . La carga  $q_1$  se encuentra en el punto  $A$  y se mueve al punto  $B$  (el punto  $B$  está en el punto medio entre las cargas  $q_2$  y  $q_3$ ). ¿Cuánto trabajo se requiere en dicho movimiento?



**Solución 4.1** El trabajo que se debe realizar para mover la carga  $q_1$  del punto  $A$  al  $B$  se calcula como:

$$W = -q_1 \Delta V$$

donde  $\Delta V$  es la diferencia de Potencial entre los puntos  $A$  y  $B$ . Esta diferencia se evalúa de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
\Delta V &= V_B - V_A = k_e \frac{q_2}{a} + k_e \frac{q_3}{a} - \left( k_e \frac{q_2}{a/2} + k_e \frac{q_3}{a/2} \right) \\
&= k_e \frac{q_2}{a} + k_e \frac{q_3}{a} - k_e \frac{2q_2}{a} - k_e \frac{2q_3}{a} = -k_e \frac{q_2}{a} - k_e \frac{q_3}{a} \\
&= k_e \left( -\frac{q_2}{a} - \frac{q_3}{a} \right) = \left( 9 \times 10^9 \text{Nm}^2/\text{C}^2 \right) \left[ -\frac{\left( -2 \times 10^{-6} \text{C} \right)}{0.05\text{m}} - \frac{\left( -3 \times 10^{-6} \text{C} \right)}{0.05\text{m}} \right] \\
&= 0.9 \times 10^6 \text{V}.
\end{aligned}$$

Por lo tanto, el trabajo se calcula como:

$$W = -\left( 1 \times 10^{-6} \text{C} \right) \left( 0.9 \times 10^6 \text{V} \right) = -0.9 \text{J}.$$

**Ejercicio 4.2** Calcule el trabajo necesario para trasladar una carga  $q$  desde  $\vec{r}_1 = 2a\hat{i}$  hasta  $\vec{r}_2 = -2a\hat{i}$  dentro de una región del espacio con potencial eléctrico  $V = k_e Q/r + V_0$ , donde  $V_0$  es una constante, donde  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . ■

**Solución 4.2** El objetivo del ejercicio es identificar al potencial electrostático como una función escalar de la posición. Asimismo, asociar al trabajo con la diferencia de dicho potencial al trasladar una carga en el espacio.

El trabajo que un agente externo tendría que realizar para trasladar una carga  $q$  de  $\vec{r}_1$  a  $\vec{r}_2$  está dado por

$$\begin{aligned}
W &= q\Delta V_{1 \rightarrow 2} = q(V_2 - V_1) \\
&= q \left[ k_E \frac{Q}{r_2} + V_0 - k_e \frac{Q}{r_1} - V_0 \right],
\end{aligned}$$

donde  $r_1$  y  $r_2$  son las distancias al origen del sistema de coordenadas,

$$\begin{aligned}
\vec{r}_1 &= 2a\hat{i}, \quad \Rightarrow \quad r_1 = 2a \\
\vec{r}_1 &= -2a\hat{i}, \quad \Rightarrow \quad r_2 = 2a
\end{aligned}$$

Por tanto el trabajo  $W$  es:

$$W = q \left[ k_E \frac{Q}{2a} + V_0 - k_e \frac{Q}{2a} - V_0 \right] = 0 \text{J}.$$





## 5. El potencial electrostático

— **Diferencia de potencial.** La diferencia de potencial  $\Delta V$  entre los puntos (A) y (B) en un campo eléctrico  $\vec{E}$  se define como,

$$\Delta V = \frac{\Delta U_E}{q} = - \int_{(A)}^{(B)} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

dodne  $\Delta U_E$  es

$$\Delta U_E = -q \int_{(A)}^{(B)} \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

El pontencial eléctrico  $V$  es una cantidad escalar y tiene las unidades de joules por coulomb, donde  $1 \text{ J/C} = 1 \text{ V}$

**Ejercicio 5.1** Dado el campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = -4000\hat{i} \left[ \frac{\text{V}}{\text{m}} \right]$ , calcule la diferencia de potencial eléctrico,  $V_B - V_A$ , entre las posiciones  $\vec{r}_A = (3\hat{i} - 4\hat{j}) \text{ [m]}$  y  $\vec{r}_B = (-2\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ [m]}$ .

**Solución 5.1** El objetivo del ejercicio es identificar la diferencia de potencial electrostático dado en un campo eléctrico uniforme. La definición de la diferencia de potencial electrostático es,

$$\Delta V = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\vec{E} \cdot \vec{s}$$

donde  $\vec{s}$  es el vector desplazamiento de A a B. La expresión sin integral es válida cuando el campo eléctrico es uniforme; por tanto,

$$\Delta V = -\vec{E} \cdot \vec{s} = -\vec{E} \cdot (\vec{r}_B - \vec{r}_A) = -(-4000\hat{i}) \cdot (-5\hat{i} + 6\hat{j}) \text{ V} = -20\,000 \text{ V} \quad (5.1)$$

Por tanto,  $\Delta V_{A \rightarrow B} = -20\,000 \text{ V}$ .



## 6. Capacitores

— **Capacitor.** Un **capacitor** consiste en dos conductores (denominados placas). Cuando se encuentra cargado, las placas portan cargas de igual magnitud pero de signo puesto. La **capacitancia**  $C$  de un capacitor es la razón entre la carga  $Q$  que se almacena en cualquiera de las placas y la diferencia de potencial eléctrico  $\Delta V$  entre ellas:

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \quad (6.1)$$

La capacitancia depende únicamente de la geometría de los conductores que conforman las placas y no de una fuente externa de carga o diferencia de potencial. La unidad SI para la capacitancia es un farad (1 C/V).

— **Capacitores en paralelo.** Si dos o más capacitores se conectan en paralelo, la diferencia de potencial será la misma a través de todos los capacitores. La capacitancia equivalente de una conexión en paralelo está dada por:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots \quad (6.2)$$

— **Capacitores en serie.** Si dos o más capacitores se conectan en serie, la carga almacenada será la misma en todos los capacitores y la capacitancia equivalente de la conexión en serie está dada por:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots \quad (6.3)$$

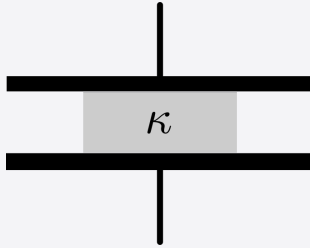
— **Constante dieléctrica.** Cuando se inserta un material dieléctrico entre las placas de un capacitor, la capacitancia aumenta por un factor adimensional  $\kappa$ , denominado

constante dieléctrica:

$$C = \kappa C_0 \quad (6.4)$$

donde  $C_0$  es la capacitancia en ausencia del dieléctrico.

**Ejercicio 6.1** Un dieléctrico de constante  $\kappa = 3$  se introduce en un capacitor de placas paralelas llenando solo la mitad del volumen total del capacitor, como se muestra en la figura. Si la capacitancia del capacitor sin el dieléctrico es  $C$ . ¿Cuál es la capacitancia del capacitor con el dieléctrico?



**Solución 6.1** La capacitancia del capacitor sin el dieléctrico tiene la siguiente expresión:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{d},$$

donde  $A$  es el área de las placas y  $d$  es la separación entre las placas metálicas. Al introducir el dieléctrico en el capacitor la distancia entre las placas no cambia ni tampoco su área. Ahora el capacitor se puede ver de forma equivalente a tres capacitores conectados en paralelo. La capacitancia equivalente de los capacitores en paralelo está dada por:

$$\begin{aligned} C_{\text{eq}} &= C_1 + C_2 + C_3 = \frac{\varepsilon_0(A/4)}{d} + \frac{\kappa\varepsilon_0(A/2)}{d} + \frac{\varepsilon_0(A/4)}{d} \\ &= \frac{\varepsilon_0 A}{4d} + \frac{3\varepsilon_0 A}{2d} + \frac{\varepsilon_0 A}{4d} \\ &= \frac{2\varepsilon_0 A}{d} = 2C. \end{aligned}$$

**Ejercicio 6.2** Considere a la superficie de la Tierra y a una capa de nubes a 800 m de altura como las “placas” de un capacitor. Conteste lo siguiente.

1. Determine la capacitancia si la capa de nubes tiene un área de  $1.0 \text{ km}^2$
2. Si un campo eléctrico de  $2.0 \times 10^6 \text{ N/C}$  hace que el aire se ionice y conduzca electricidad (es decir, se produzca un rayo), determine la carga máxima que pueden soportar las nubes.

**Hint:** Recuerde que la permitividad del aire es  $\epsilon = 1.00059 \epsilon_0$ .

**Solución 6.2** El objetivo del ejercicio es identificar el concepto de capacitancia, en particular entre dos placas paralelas cargadas uniformemente.

1. Consideremos a la superficie de la Tierra y la capa de nubes como dos placas paralelas separadas una distancia  $d = 800 \text{ m}$ . Si el área de la capa de las nubes es de  $A = 1.0 \text{ km}^2$ , entonces de acuerdo a la expresión para un arreglo de placas paralelas tenemos que la capacitancia está dada por:

$$C = \epsilon \frac{A}{d} = (1.00059)(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2) \frac{1 \times 10^6 \text{ m}^2}{800 \text{ m}} = 11.07 \times 10^{-9} \text{ C/V} = 11.07 \text{ nF}.$$

---

2. Si ahora se fija el campo eléctrico entre las placas, las nubes soportarán una carga  $Q_{max}$  que generará una diferencia de potencial  $\Delta V_{max} = E_{max}d$ , por lo que, si la capacitancia está dada por:

$$C = \frac{Q_{max}}{\Delta V_{max}} = \frac{Q_{max}}{E_{max}d},$$

tenemos que:

$$Q_{max} = C(E_{max}d) = (11.07 \times 10^{-9} \text{ C/V})(2.0 \times 10^6 \text{ N/C})(800 \text{ m}) = 17.6 \text{ C}.$$



## 7. Intensidad de corriente

La corriente eléctrica  $I$  en un conductor se define como,

$$I = \frac{dQ}{dt}$$

donde  $dQ$  es la carga que pasa a través de la sección transversal de un conductor en un intervalo de tiempo  $dt$ . La unidad de corriente en el SI es el ampere (A), donde  $1 \text{ A} = 1 \text{ V/A}$ .

La densidad de corriente  $J$  en un conductor es la corriente por unidad de área,

$$J = \frac{I}{A}$$

— **Ley de Ohm.** La densidad de corriente en un conductor óhmico es proporcional al campo eléctrico dada por la expresión,

$$J = \sigma E$$

La constante de proporcionalidad  $\sigma$  es la conductividad del material del cual el conductor está hecho. El inverso de  $\sigma$  es conocido como la resistividad  $\rho$ . La ecuación anterior es la ley de Ohm.

En el caso de que el material sea un bloque de área de sección transversal  $A$  y longitud  $\ell$ , la resistencia es

$$R = \rho \frac{\ell}{A}$$

donde  $\rho$  es la resistividad del material.

**Ejercicio 7.1** Un alambre de aluminio con una longitud de 15 m se va a usar para transferir una corriente de 25 A con una caída de potencial de no más de 5 V a lo largo de su longitud, ¿cuál debe ser el diámetro en metros mínimo del alambre? [La resistividad del aluminio es de  $2.8 \times 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ ]. ■

**Solución 7.1** La resistencia de un alambre es igual a,

$$R = \rho \frac{\ell}{A}.$$

La resistencia que deseamos de acuerdo con el problema es tal que,

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \frac{5 \text{ V}}{25 \text{ A}} = 0.2 \Omega$$

De la expresión de la resistencia de un alambre podemos obtener el diámetro necesario del alambre considerando al alambre como un cilindro,

$$R = \frac{\rho \ell}{\pi d^2 / 4} = \frac{4\rho \ell}{\pi d^2}$$

Entonces,

$$d^2 = \frac{4\rho \ell}{\pi R} = \frac{4(2.8 \times 10^{-8})(15)}{\pi(0.2)} \text{ m}^2 = 267.4 \times 10^{-8} \text{ m}^2$$

Por tanto,

$$d = 0.0016 \text{ m} = 1.6 \text{ mm}$$



## 8. Fuerza electromotriz

La resistencia equivalente de un conjunto de resistores conectados en serie es,

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

La resistencia equivalente de un conjunto de resistores conectados en combinación paralela tiene la relación,

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

— **Reglas de Kirchhoff.** Los circuitos con más de un circuito es conveniente analizarlos con el uso de las reglas de Kirchhoff:

1. Ley de la unión. En cualquier unión, la suma de las corrientes debe ser cero

$$\sum_{\text{unión}} I = 0$$

2. Regla del circuito. La suma de las diferencias de potencial a lo largo de todos los elementos de cualquier circuito debe ser cero.

$$\sum_{\text{circuitocerrado}} \Delta V = 0.$$

Si se mantiene una diferencia de potencial  $\Delta V$  a lo largo de un circuito, la potencia, o la tasa a la cual se suministra energía a un elemento es,

$$P = I\Delta V$$

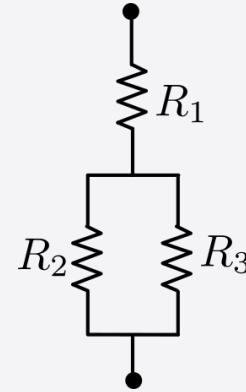
Dado que la diferencia de potencial a lo largo de un resistor está dada por  $\Delta V = IR$ ,

podemos expresar que la potencia liberada por un resistor es

$$P = I^2 R = \frac{(\Delta V)^2}{R}$$

**Ejercicio 8.1** Se conectan tres resistencias,  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$  como muestra la figura. En las terminales se aplica una diferencia de potencial de 8.0 V. Complete la información de la tabla. **Nota:** Los subíndices corresponden a las resistencias individuales y a sus asociaciones equivalentes, respectivamente. De ser necesario exprese sus resultados con un decimal.

	$R$ [ $\Omega$ ]	$\Delta V$ [V]	$I$ [A]	$P$ [W]
$R_1$	2			
$R_2$	4			
$R_3$	6			
$R_{23}$				
$R_{123}$		8		



**Solución 8.1** En primera instancia evaluemos las resistencias equivalentes,

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_{23}} &= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ &= \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{5}{12} \\ R_{23} &= \frac{12}{5} = 2.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_{123} &= R_{23} + R_1 \\ &= \frac{12}{5} + 2 = \frac{22}{5} \\ &= 4.4 \end{aligned}$$

Ahora podemos calcular la corriente total que atraviesa el circuito,

$$\begin{aligned} \Delta V_{\text{tot}} &= R_{123} I_{\text{tot}} \\ I_{\text{tot}} &= \frac{20}{11} \end{aligned}$$

La corriente que pasa a través de la resistencia  $R_{123}$  es igual a la corriente que pasa por la resistencia  $R_1$  y la resistencia  $R_{23}$ ; por tanto,

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= I_{\text{tot}} R_1 = \frac{40}{11} \\ \Delta V_{23} &= I_{\text{tot}} R_{23} = \frac{48}{11} \end{aligned}$$

La diferencia de potencial eléctrico en los extremos de la resistencia  $R_2$  y  $R_3$  es igual a la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia  $R_{23}$ . Ahora, nos falta por conocer la corriente que pasa por la resistencia  $R_2$  y  $R_3$ ; dada la afirmación anterior tenemos que,

$$I_3 = \frac{\Delta V_{23}}{R_3} = \frac{8}{11}$$

$$I_2 = \frac{\Delta V_{23}}{R_2} = \frac{12}{11}$$

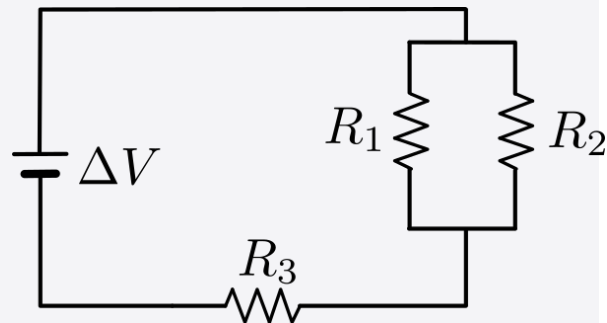
Sólo nos falta determinar la última columna, la cual podemos encontrar utilizando la expresión:

$$P = I \cdot \Delta V.$$

	$R [\Omega]$	$\Delta V [V]$	$I [A]$	$P [W]$
$R_1$	2	3.6	1.8	6.6
$R_2$	4	4.4	1.1	4.76
$R_3$	6	4.4	0.7	3.17
$R_{23}$	2.4	4.4	1.8	7.9
$R_{123}$	4.4	8	1.8	14.5

**Ejercicio 8.2** Los valores de las resistencias del circuito mostrado en la figura son  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $R_2 = 20 \Omega$  y  $R_3 = (10/3) \Omega$ ; y la diferencia de potencial eléctrico es  $\Delta V = 30 V$ .

1. Obtenga la corriente total que pasa a través del circuito y la potencia disipada del circuito.
2. Obtenga la corriente a través de  $R_1$  y la potencia que disipa dicha resistencia.



**Solución 8.2** 1. En primera instancia calculamos la resistencia equivalente total del circuito y así podremos conocer la corriente total y la potencia disipada por el circuito.

$$\begin{aligned} R_{\text{eq}} &= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} + R_3 \\ &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \\ &= \frac{(10 \Omega)(20 \Omega)}{10 \Omega + 20 \Omega} + \frac{10}{3} \Omega \\ &= \frac{20}{3} \Omega + \frac{10}{3} \Omega \\ &= 10 \Omega \end{aligned}$$

La corriente total es,

$$I_T = \frac{\Delta V}{R_{\text{eq}}} = 3 \text{ A}$$

por lo que la potencia disipada está dada por

$$P_T = I_T^2 R_{\text{eq}} = 90 \text{ W}.$$

2. Con el fin de conocer la corriente que pasa a través de  $R_1$  necesitamos conocer la diferencia de potencial de la sección del circuito formada por la  $R_1$  y  $R_2$

$$\begin{aligned} \Delta_{12} &= I_T R_{\text{eq},12} = I_T \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right) \\ &= (3 \text{ A}) \left( \frac{20}{3} \Omega \right) = 20 \text{ V} \end{aligned}$$

Tenemos que,  $\Delta V_{12} = I_1 R_1 = I_2 R_2$ , entonces

$$I_1 = \frac{\Delta V_{12}}{R_1} = \frac{20 \text{ V}}{10 \Omega} = 2 \text{ A}$$

Por tanto,

$$P_1 = I_1^2 R_1 = 40 \text{ W}$$

## 9. Campo y fuerza magnética

— **Partícula en un campo magnético.** Cuando una partícula con carga  $q$  y velocidad  $\vec{v}$  se localiza en presencia de un campo magnético experimenta una fuerza magnética dada por,

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

La dirección de la fuerza magnética es perpendicular tanto a la partícula como al campo magnético. La magnitud de la fuerza es

$$F_B = |q|vB\sin\theta$$

donde  $\theta$  es el ángulo más pequeño entre  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$ . En el SI la unidades de  $\vec{B}$  son tesla (T donde  $1\text{ T} = 1\text{ N/A} \cdot \text{m}$ )

Si la partícula cargada se mueve en un campo magnético uniforme tal que la velocidad es perpendicular al campo, la partícula se mueve en un círculo en un plano perpendicular al campo magnético. El radio de la trayectoria circular es,

$$r = \frac{mv}{qB}$$

donde  $m$  es la masa de la partícula y  $q$  es la carga. La rapidez angular de la carga es,

$$\omega = \frac{qB}{m}$$

Si un conductor recto de longitud  $L$  conduce una corriente  $I$ , la fuerza ejercida sobre el conductor cuando se localiza en presencia de un campo magnético uniforme  $\vec{B}$  es,

$$\vec{F}_B = I\vec{L} \times \vec{B}$$

donde la dirección de  $\vec{L}$  es la dirección de la corriente y  $|\vec{L}| = L$ .

El momento dipolar magnético  $\vec{\mu}$  de un circuito con una corriente  $I$  es,

$$\vec{\mu} = I\vec{A}$$

donde el vector área  $\vec{A}$  es perpendicular al circuito y  $|\vec{A}|$  es igual al área del circuito. Las unidades de  $\vec{\mu}$  en el SI son  $\text{A} \cdot \text{m}^2$ .

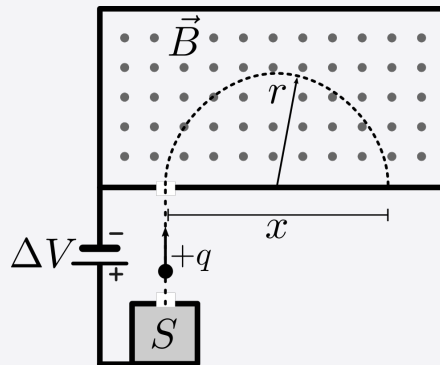
La torca  $\vec{\tau}$  sobre un circuito localizado en un campo magnético  $\vec{B}$  es,

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

La energía potencial de un sistema formado por un dipolo magnético en un campo magnético es,

$$U_B = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

**Ejercicio 9.1** La figura muestra el fundamento de un espectrómetro de masas, que se puede usar para medir la masa de un ion; en la fuente  $S$  se produce un ion de masa  $m$  (valor a determinar) y carga  $q$ . El ion inicialmente en reposo es acelerado por el campo eléctrico debido a una diferencia de potencial  $\Delta V$ . El ion sale de  $S$  y entra a una cámara separadora en la que el campo magnético  $\vec{B}$  es perpendicular a la trayectoria del ion. El campo magnético hace que el ion se mueva en un semicírculo, impactando una placa fotográfica a una distancia  $x$  de la ranura de entrada. Supóngase que en cierto experimento  $B = 80 \text{ mT}$  y  $\Delta V = 1000 \text{ V}$ , y los iones de carga  $q = +1.6022 \times 10^{-19} \text{ C}$  golpean la placa en  $x = 1.6254 \text{ m}$ . ¿Cuál es la masa  $m$  de los iones individuales, en unidades de masa atómica unificada ( $1 \text{ u} = 1.6605 \times 10^{-27} \text{ kg}$ )?



**Solución 9.1** El ión se mueve en una trayectoria semicircular con aceleración centrípeta constante. De esta afirmación encontramos que,

$$a = \frac{v^2}{r} = \frac{v^2}{x/2} = \frac{F_B}{m} = \frac{qvB}{m}$$

Entonces,

$$m = \frac{qBx}{2v}$$

El único valor que no se nos proporciona en el problema es la rapidez del ión. Con el fin de determinar dicho valor, analizamos la aceleración inicial del ión antes de entrar a la región del campo magnético. Tenemos que la conservación de energía se escribe como,

$$\Delta U = \Delta K$$

$$q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$$

Por lo que,

$$v^2 = \frac{2q\Delta V}{m}$$

Ahora podemos sustituir dicha expresión para determinar la masa,

$$m = \frac{qBx}{2\sqrt{2q\Delta V/m}}$$

$$m^2 = \frac{q^2 B^2 x^2}{4(2q\Delta V/m)}$$

$$m = \frac{qB^2 x^2}{8\Delta V}$$

$$m = 3.386 \times 10^{-25} \text{ kg}$$

$$m = 203.93 \text{ u}$$

**Ejercicio 9.2** Considere el siguiente experimento para determinar las moléculas contaminantes en el aire. Primero, se ionizan todas las moléculas presentes en el aire y se hacen pasar por una cámara de la cual las moléculas ionizadas salen todas con la misma velocidad (con una rapidez de  $v = 1 \times 10^5$  m/s y en la dirección que se indica en la figura) . Posteriormente, las moléculas ionizadas entran a otra cámara donde hay un campo magnético uniforme de 0.6 T, cuya dirección es perpendicular a la de la velocidad de entrada de las moléculas ionizadas. En esta última cámara se localizan detectores con el fin de determinar el tipo y cantidad de contaminantes en el aire. En la figura siguiente se esquematiza el experimento y la posición de los detectores del (1) al (5).

**Cámara de detección**  
(campo magnético hacia adentro de la hoja)

**Cámara de ionización**

**Cámara de selección de velocidades**

20 cm

20 cm

30 cm

1

2

3

4

5

$\vec{v}$

$\vec{B}$

1. Una posible molécula ionizada es el  $\text{CO}_2^+$ , ¿a cuál detector llegaría? Justifique su respuesta.

2. Otra posible molécula ionizada es el  $\text{SO}_2^+$ , ¿a cuál detector llegaría? Justifique su respuesta.

Datos: La masa de una molécula de  $\text{CO}_2^+$  es  $7.30 \times 10^{-26}$  kg, la masa de una molécula de  $\text{SO}_2^+$  es  $10.63 \times 10^{-26}$  kg y la carga elemental es  $e = 1.60 \times 10^{-19}$  C. ■

**Solución 9.2** 1. Dado que la carga de  $\text{CO}_2^+$  es positiva, identificamos que  $\vec{F}_B$  apunta hacia arriba de la hoja. Entonces  $\text{CO}_2^+$  se desviará hacia arriba en una trayectoria semicircular hacia arriba. El radio de dicha trayectoria cumple:

$$a_c = \frac{v^2}{R_{\text{CO}_2^+}} = \frac{F_B}{m_{\text{CO}_2^+}} = \frac{qvB}{m_{\text{CO}_2^+}}$$

Entonces,

$$\begin{aligned} R_{\text{CO}_2^+} &= \frac{m_{\text{CO}_2^+} v}{q B} \\ &= \frac{(7.30 \times 10^{-26} \text{ kg})(1 \times 10^5 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.6 \text{ T})} \\ &= 7.6 \times 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

Entonces,  $2R_{\text{CO}_2^+} = 15.2 \text{ cm} < 20 \text{ cm}$ . Por tanto, una molécula de  $\text{CO}_2^+$  se detecta en el detector (4).

2. Para el caso de la molécula de  $\text{SO}_2^+$  tenemos:



$$\begin{aligned} R_{\text{SO}_2^+} &= \frac{m_{\text{SO}_2^+} v}{q B} \\ &= \frac{(10.63 \times 10^{-26} \text{ kg})(1 \times 10^5 \text{ m/s})}{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(0.6 \text{ T})} = 11.07 \times 10^{-2} \text{ m} \end{aligned}$$

Entonces,  $R_{\text{SO}_2^+} = 22.14 \text{ cm} > 20 \text{ cm}$ . Por tanto, una molécula de  $\text{SO}_2^+$  se detecta en el detector (5).



## 10. Fuentes de campo magnético

— **Flujo magnético.** El flujo magnético  $\Phi_B$  a través de una superficie se define por la integral de superficie

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

— **Ley de Biot-Savart.** La ley de Biot-Savart dice que el campo magnético  $d\vec{B}$  en un punto  $P$  debido a un elemento de longitud  $d\vec{s}$  que porta una corriente  $I$  es

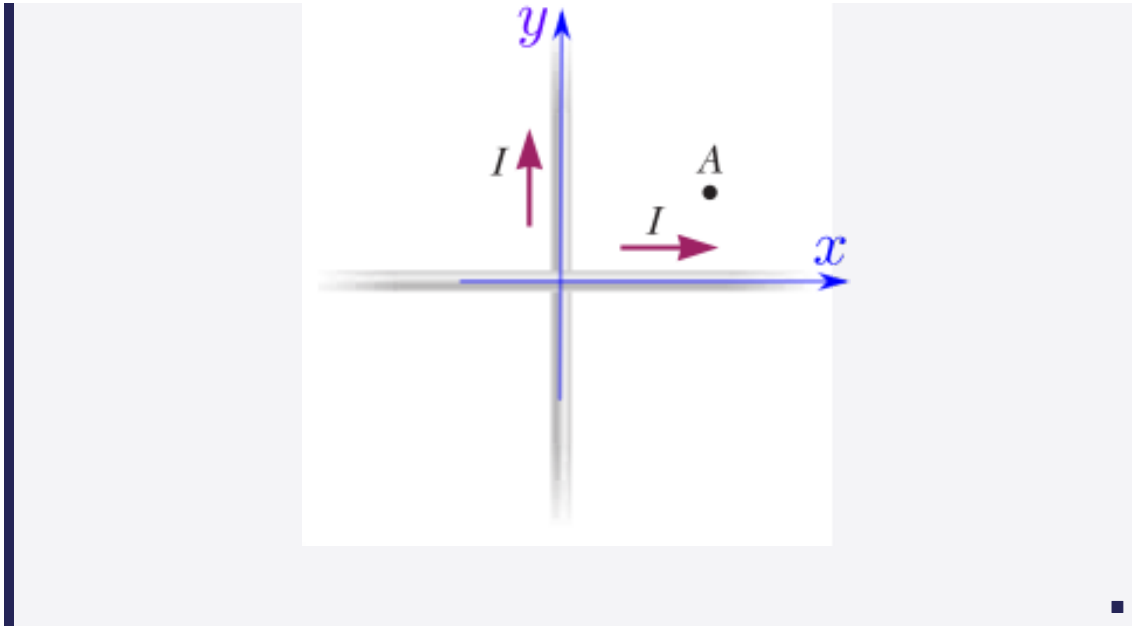
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

donde  $\mu_0$  es la permeabilidad del espacio libre,  $r$  es la distancia desde el elemento hasta el punto  $P$  y  $\hat{r}$  es un vector unitario que apunta desde  $d\vec{s}$  hacia el punto  $P$ . El campo total en  $P$  se encuentra al integrar esta expresión en toda la distribución de corriente.

— **Ley de Ampère.** La ley de Ampère dice que la integral de línea de  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  alrededor de cualquier trayectoria cerrada es igual a  $\mu_0 I$ , donde  $I$  es la corriente total a través de cualquier superficie acotada por la trayectoria cerrada.

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

**Ejercicio 10.1** Dos alambres rectos se cruzan entre sí como se ilustra en la figura, cada uno de ellos conduce la misma corriente  $I = 5$  A, la intersección de dichos alambres coincide con el origen. Determine el campo magnético en el punto  $A$  con coordenadas  $(2.0, 1.0)$  m.



**Solución 10.1** El campo magnético en el punto  $A$  es el resultado de la suma de los campos magnéticos debido a los dos alambres en el punto  $A$ .

El campo magnético en  $A$  debido al alambre que se encuentra sobre el eje  $x$  es:

$$\vec{B}_{\text{eje-x}}(A) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_{\text{eje-x}}} \hat{k}$$

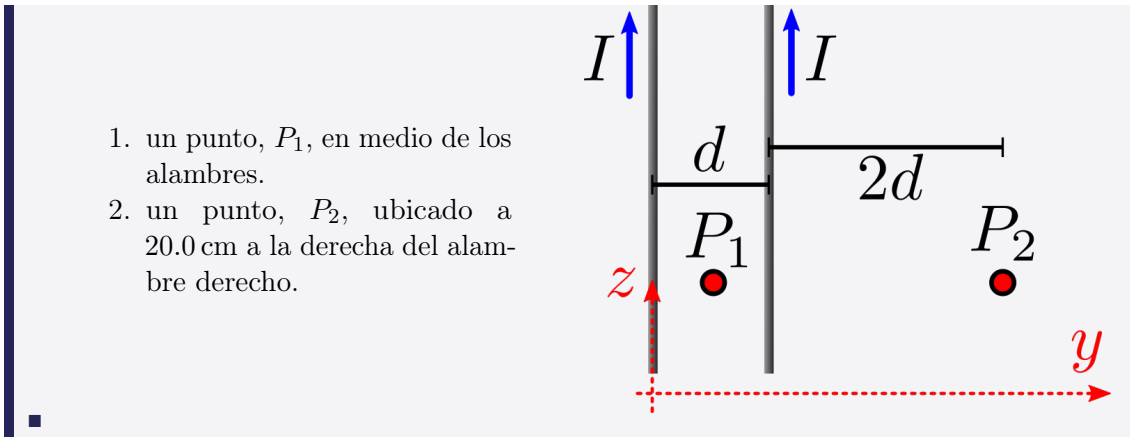
El campo magnético en  $A$  debido al alambre que se encuentra sobre el eje  $y$  es:

$$\vec{B}_{\text{eje-y}}(A) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_{\text{eje-y}}} (-\hat{k})$$

Por tanto, el campo magnético en  $A$  es:

$$\begin{aligned} \vec{B}(A) &= \left[ \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}}{2\pi(1 \text{ m})} (5 \text{ A}) - \frac{4\pi \times 10^{-7} \text{ T m/A}}{2\pi(2 \text{ m})} (5 \text{ A}) \right] \hat{k} \\ &= (10 \times 10^{-7} - 5 \times 10^{-7}) \hat{k} [\text{T}] \\ &= (0.5 \times 10^{-6}) \hat{k} [\text{T}] \\ &= (0.5 \hat{k}) [\mu\text{T}] \end{aligned}$$

**Ejercicio 10.2** Los dos cables mostrados en la figura siguiente están separados por una distancia  $d = 10.0 \text{ cm}$ . Por ambos cables circulan corrientes de  $I = 5.00 \text{ A}$  en la misma dirección. Encuentre la magnitud y dirección del campo magnético neto en:



1. un punto,  $P_1$ , en medio de los alambres.
2. un punto,  $P_2$ , ubicado a 20.0 cm a la derecha del alambre derecho.

**Solución 10.2** Llamemos  $\textcircled{A}$  al alambre del lado izquierdo y  $\textcircled{B}$  al alambre del lado derecho.

1. El campo magnético en el punto  $P_1$  es igual a la suma del campo magnético debido al alambre  $\textcircled{A}$  en el punto  $P_1$  con el campo magnético debido al alambre  $\textcircled{B}$  en el punto  $P_1$ , esto es:

$$\begin{aligned}\vec{B}(P_1) &= \vec{B}_{\textcircled{A}}(P_1) + \vec{B}_{\textcircled{B}}(P_1) \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi(d/2)}(-\hat{i}) + \frac{\mu_0 I}{2\pi(d/2)}(\hat{i}) \\ &= 0\end{aligned}$$

2. Nuevamente el campo magnético en el punto  $P_2$  es igual a la suma del campo magnético debido al alambre  $\textcircled{A}$  en el punto  $P_2$  con el del alambre  $\textcircled{B}$  en el punto  $P_2$ :

$$\begin{aligned}\vec{B}(P_2) &= \vec{B}_{\textcircled{A}}(P_2) + \vec{B}_{\textcircled{B}}(P_2) \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi(3d)}(-\hat{i}) + \frac{\mu_0 I}{2\pi(2d)}(-\hat{i}) \\ &= \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{2} \right) (-\hat{i}) \\ &= \frac{5}{12} \frac{\mu_0 I}{\pi d} \\ &= \frac{5(4\pi \times 10^{-7})5}{12\pi(0.1)}(-\hat{i}) \text{ T} \\ &= 83.3 \times 10^{-7}(-\hat{i}) \text{ T} \\ &= (-8.33 \times 10^{-6}\hat{i}) \text{ T} \\ &= (-8.33\hat{i}) [\mu\text{T}]\end{aligned}$$



# 11. Inducción magnética y ecuaciones de Maxwell

— **Ley de inducción de Faraday.** La ley de inducción de Faraday afirma que la fem inducida en una espira es directamente proporcional a la razón de cambio en el tiempo del flujo magnético a través de la espira, o bien

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

donde  $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$  es el flujo magnético a través de la espira.

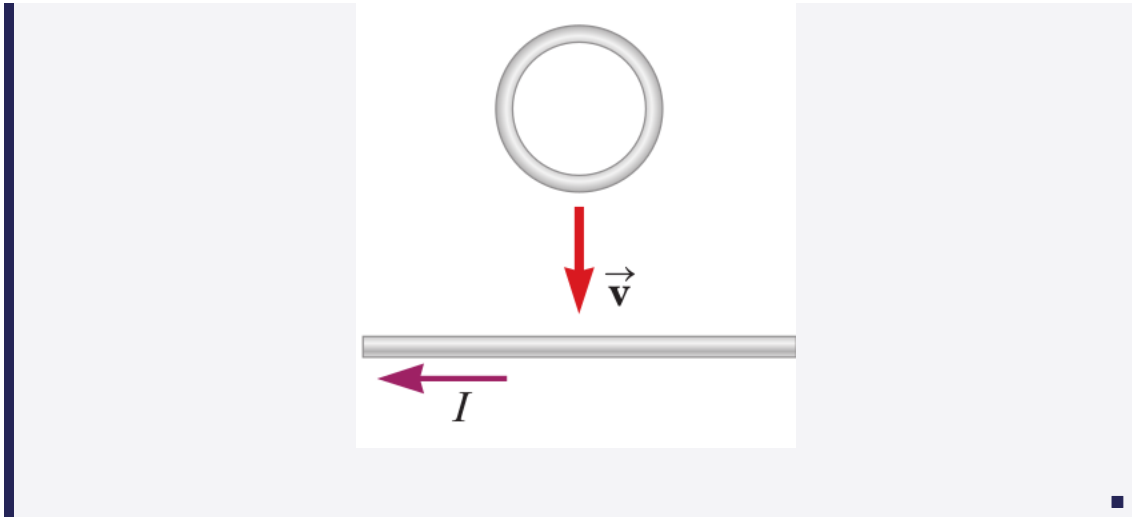
Una forma general de la ley de inducción de Faraday es

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

donde  $\vec{E}$  es el campo eléctrico no conservativo que se produce mediante el flujo magnético variable.

— **Ley de Lenz.** La ley de Lenz afirma que la corriente inducida y la fem inducida en un conductor están en una dirección tal que establecen un campo magnético que se opone al cambio que los produce.

**Ejercicio 11.1** En la figura se muestra una espira redonda que cae hacia el alambre que conduce corriente hacia la izquierda. Dibuje la dirección de la corriente inducida en la espira. Justifique su respuesta.



**Solución 11.1** Al caer la espira redonda el flujo de campo magnético aumenta, dado que el campo aumenta  $\partial \vec{B} / \partial t > 0$ . La dirección del aumento es hacia adentro de la página, entonces el campo  $\vec{B}_{\text{ind}}$  generado por la corriente inducida debe apuntar hacia afuera de la página y esto se logra con una corriente en la espira redonda en dirección contraria a las manecillas del reloj.





# PARTE DOS - EJERCICIOS ADICIONALES

<b>12</b>	<b>Ejercicios de los Departamentales . . . . .</b>	<b>51</b>
12.1	Examen Departamental Física II - 2020-1	
12.2	Examen Departamental Física II - 2019-2	
	<b>Bibliografía . . . . .</b>	<b>59</b>
	Libros	
	<b>Índice . . . . .</b>	<b>61</b>





## 12. Ejercicios de los Departamentales

### 12.1 Examen Departamental Física II - 2020-1

1

Fuerza eléctrica

¿Qué dirección, determinada por el vector unitario, tiene la fuerza eléctrica que experimenta un electrón cuando éste es colocado en el seno de un campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = -\hat{i} - \hat{j}$  [N/C] ?

- (A)  $-\hat{i} + \hat{j}$                       (B)  $(-\hat{i} - \hat{j})/\sqrt{2}$                       (C)  $(+\hat{i} + \hat{j})/\sqrt{2}$   
 (D)  $(-\hat{i} + \hat{j})/2$                       (E)  $+\hat{i} - \hat{j}$

2

Campo eléctrico debido a cargas puntuales

Considere tres cargas eléctricas, dos positivas de  $5.0 \mu\text{C}$  y una negativa de  $-4.0 \mu\text{C}$ . Las cargas positivas están situadas, respectivamente en  $(0.3, 0.0)$  m y  $(0.0, 0.3)$  m, mientras que la carga negativa está en el origen del sistema de coordenadas cartesiano. Determine la magnitud de la fuerza eléctrica que experimenta la carga eléctrica negativa.

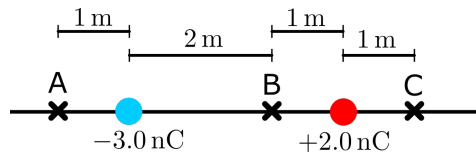
- (A) 4.0 N                      (B) 2.0 N                      (C) 4.8 N                      (D) 2.8 N                      (E) 0.0 N

3

Campo eléctrico debido a cargas puntuales

En la figura se muestran dos cargas una de  $-3.0 \text{ nC}$  y otra de  $2.0 \text{ nC}$  separadas una distancia de 3 m. En dicha figura, también se muestran tres puntos A, B y C en el espacio. Ordene de mayor a menor los sitios A, B y C de acuerdo con la magnitud de campo eléctrico en cada sitio.

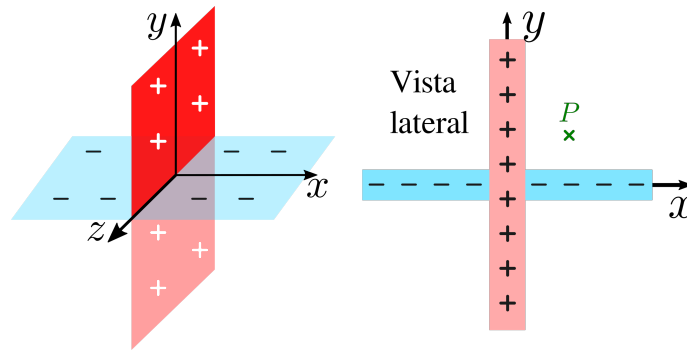
- (A)  $A > B > C$   
 (B)  $B > C > A$   
 (C)  $C > B > A$   
 (D)  $B > A > C$   
 (E)  $A > C > B$



4

## Campo eléctrico de planos infinitos con carga

Considere un sistema de coordenadas cartesianas, donde el plano infinito  $xz$  tiene una densidad de carga superficial uniforme  $-35.4 \text{ pC/m}^2$  y el plano infinito  $yz$  tiene una densidad de carga superficial uniforme  $35.4 \text{ pC/m}^2$ . Calcule el campo eléctrico en el punto  $P(5, 5, 0) \text{ m}$ . Recuerde que  $1 \text{ pC} = 1 \times 10^{-12} \text{ C}$ .



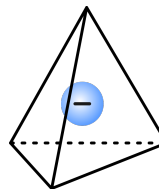
- (A)  $(2\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ [N/C]}$       (B)  $(2\hat{i} - 2\hat{j}) \text{ [N/C]}$       (C)  $(-2\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ [N/C]}$   
 (D)  $(4\hat{i} - 4\hat{j}) \text{ [N/C]}$       (E)  $(-4\hat{i} + 4\hat{j}) \text{ [N/C]}$

5

## Flujo de campo eléctrico

Un tetraedro contiene en su centro una carga neta de magnitud  $-10.0 \text{ C}$ . ¿Cuál es la magnitud del flujo eléctrico en cada una de las caras?

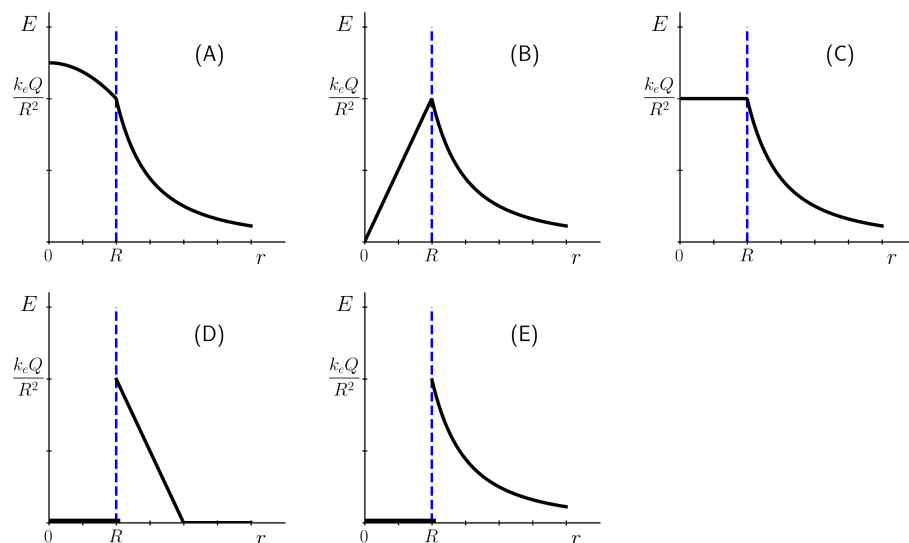
- (A)  $10\epsilon_0$   
 (B)  $5/2\epsilon_0$   
 (C)  $10/\epsilon_0$   
 (D)  $-10/\epsilon_0$   
 (E)  $-5/2\epsilon_0$



6

## Ley de Gauss

De los siguientes gráficos, cuál describe el comportamiento de la magnitud del campo eléctrico, como función de la posición, para un cascarón esférico de radio  $R$  cargado uniformemente en toda su superficie.



7

## Energía potencial electrostática

Considere a la molécula  $\text{H}_2\text{O}$  como un sistema de cargas puntuales en donde la carga eléctrica del H es  $1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  y la carga eléctrica del O es  $-3.2 \times 10^{-19} \text{ C}$ . Si la molécula de agua tiene un ángulo de enlace de  $104.5^\circ$  y longitud de enlace O - H de  $96 \text{ pm}$  ( $1 \text{ pm} = 1 \times 10^{-12} \text{ m}$ ), determine el cambio en la energía potencial eléctrica asociado con la reacción:



para ello considere que después de la reacción, los iones están suficientemente separados para no interactuar y que la distancia de enlace en el ión  $\text{HO}^-$  es  $96 \text{ pm}$ .

- (A)  $1.5 \times 10^{-18} \text{ J}$       (B)  $3.3 \times 10^{-18} \text{ J}$       (C)  $4.8 \times 10^{-18} \text{ J}$   
 (D)  $8.1 \times 10^{-18} \text{ J}$       (E)  $8.1 \times 10^{-19} \text{ J}$

8

## Diferencia de potencial electrostático

Cuando un electrón se mueve, espontáneamente, de una región del espacio a otra, podemos afirmar que:

- (A) Se movió a una región de mayor potencial eléctrico incrementando la energía potencial eléctrica del sistema.  
 (B) Se movió a una región de mayor potencial eléctrico disminuyendo la energía potencial eléctrica del sistema.  
 (C) Se movió a una región de menor potencial eléctrico incrementando la energía potencial eléctrica del sistema.  
 (D) Se movió a una región de menor potencial eléctrico disminuyendo la energía potencial eléctrica del sistema.  
 (E) El trabajo realizado es igual a cero.

9

Una esfera conductora de radio  $R$  posee una cantidad de carga eléctrica  $Q_0$  y se pone en contacto con una segunda esfera conductora de radio  $2R$  que no posee, inicialmente, carga

eléctrica. Determine cuánta carga eléctrica será transferida a la segunda esfera cuando se alcanza el equilibrio electrostático.

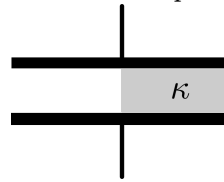
- (A)  $Q_0/2$       (B)  $Q_0/3$       (C)  $2Q_0/3$       (D)  $Q_0$       (E)  $2Q_0$

10

Capacitancia

Un dieléctrico de constante  $\kappa = 3$  se introduce en un capacitor de placas paralelas llenando sólo la mitad del volumen total del capacitor, como se muestra en la figura. Si la capacitancia del capacitor sin el dieléctrico es  $C_0$ . ¿Cuál es la capacitancia del capacitor con el dieléctrico?

- (A)  $8C_0$   
 (B)  $2C_0$   
 (C)  $8C_0/3$   
 (D)  $3C_0/2$   
 (E)  $3C_0/8$



## 12.2 Examen Departamental Física II - 2019-2

1

Carga cuantizada

¿Es posible que un cuerpo tenga carga eléctrica de valor  $2.00 \times 10^{-19} \text{ C}$ ? y ¿de  $3.20 \times 10^{-19} \text{ C}$ ?

- (A) Si, Si  
 (B) Si, No  
 (C) No, Si  
 (D) No, No  
 (E) Todos los cuerpos son neutros.

2

Dipolo en un campo eléctrico

Cuando un dipolo eléctrico se coloca perpendicularmente a la dirección de un campo eléctrico uniforme, podemos afirmar que, en esta condición, el dipolo experimenta:

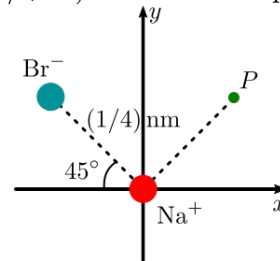
- (A) una traslación en dirección del campo eléctrico.  
 (B) un giro que ocasiona la orientación antiparalela del dipolo eléctrico con el campo eléctrico.  
 (C) una traslación en dirección contraria al campo eléctrico.  
 (D) un giro que ocasiona la orientación paralela del dipolo eléctrico con el campo eléctrico.  
 (E) una traslación en dirección ortogonal al campo eléctrico.

3

Campo eléctrico

Considera el arreglo de cargas eléctricas que se muestra en la figura. El vector de campo eléctrico que actúa en el punto  $P$  con coordenadas  $(1/\sqrt{32}, 1/\sqrt{32})$  nm tiene la expresión:

- (A)  $\vec{E} = (27.8\hat{i} + 16.3\hat{j}) \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$
- (B)  $\vec{E} = (4.8\hat{i} + 16.3\hat{j}) \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$
- (C)  $\vec{E} = (-4.8\hat{i} - 16.3\hat{j}) \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$
- (D)  $\vec{E} = (-11.5\hat{i} + 16.3\hat{j}) \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$
- (E)  $\vec{E} = (-46.1\hat{i} + 16.3\hat{j}) \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$

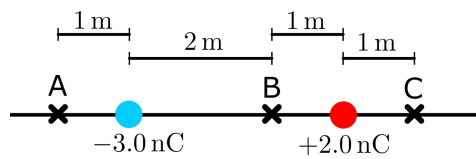


4

Campo eléctrico debido a cargas puntuales

En la figura se muestran dos cargas una de  $-3.0 \text{ nC}$  y otra de  $2.0 \text{ nC}$  separadas una distancia de  $3 \text{ m}$ . En dicha figura, también se muestran tres puntos A, B y C en el espacio. Ordena de mayor a menor los sitios A, B y C de acuerdo con la magnitud de campo eléctrico en cada sitio.

- (A)  $A > B > C$
- (B)  $B > C > A$
- (C)  $C > B > A$
- (D)  $B > A > C$
- (E)  $A > C > B$

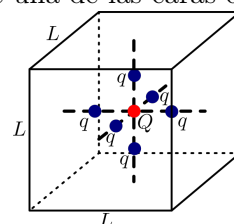


5

Flujo de campo eléctrico

Una carga puntual con carga  $Q = 5.0 \mu\text{C}$  se localiza en el centro de un cubo de arista  $L = 0.100 \text{ m}$ . Además, simétricamente alrededor de  $Q$  existen otras seis partículas cargadas idénticas con  $q = -1.0 \mu\text{C}$  como se muestra en la figura. La distancia entre  $Q$  y  $q$  es de  $0.025 \text{ m}$ . Determina el flujo de campo eléctrico a través de una de las caras del cubo.

- (A)  $-1.88 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}$
- (B)  $0.00 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}$
- (C)  $+1.88 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}$
- (D)  $+11.3 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}$
- (E)  $-11.3 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-1}$



6

Ley de Gauss

Una carga de  $5.0 \text{ pC}$  se distribuye uniformemente en una superficie esférica (radio =  $2.0 \text{ cm}$ ) y una segunda carga de  $-2.0 \text{ pC}$  se distribuye uniformemente en una superficie esférica concéntrica (radio =  $4.0 \text{ cm}$ ). Determina la magnitud del campo eléctrico a  $3.0 \text{ cm}$  del centro de las dos superficies, en unidades de  $\text{N/C}$ .

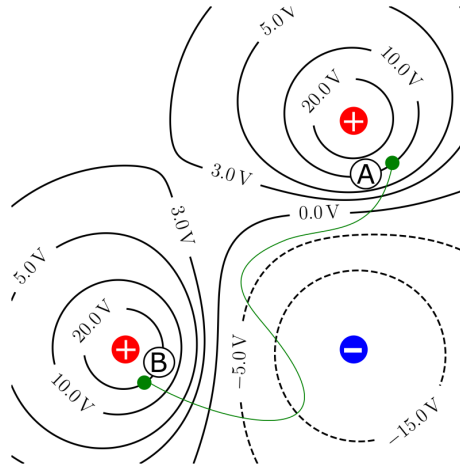
- (A) 30                      (B) 50                      (C) 40                      (D) 20                      (E) 70

7

Equipotenciales y trabajo

En la figura se muestran las líneas equipotenciales asociadas a la distribución de tres cargas puntuales. Determina el trabajo necesario para mover un núcleo de Helio ( $\text{He}^{2+}$ ) del punto A al punto B a lo largo de la trayectoria marcada. Recuerda que  $1 \text{ eV}$  es la energía necesaria para trasladar una carga de magnitud  $e$ , de un punto a otro en el espacio, cuando la diferencia de potencial entre los puntos es de  $1 \text{ V}$ .

- (A)  $+10 \text{ eV}$   
 (B)  $0 \text{ eV}$   
 (C)  $-10 \text{ eV}$   
 (D)  $+20 \text{ eV}$   
 (E)  $-20 \text{ eV}$

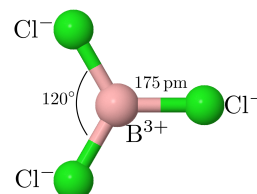


8

Energía potencial electrostática

El tricloruro de boro ( $\text{BCl}_3$ ) es un gas tóxico que en presencia de humedad puede incluso corroer al acero inoxidable. El  $\text{BCl}_3$  es una molécula plana trigonal como los otros trihaluros de boro y tiene una distancia de enlace de  $175 \text{ pm}$ . Determina la energía potencial electrostática de dicha molécula.

- (A)  $-14.1 \times 10^{-18} \text{ J}$   
 (B)  $+9.2 \times 10^{-18} \text{ J}$   
 (C)  $-9.2 \times 10^{-18} \text{ J}$   
 (D)  $+9.6 \times 10^{-18} \text{ J}$   
 (E)  $-9.6 \times 10^{-18} \text{ J}$



9

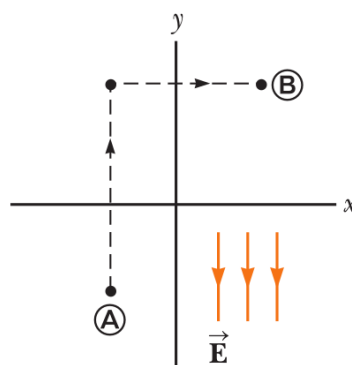
Diferencia de potencial electrostático

Un campo eléctrico uniforme de magnitud  $325 \text{ V/m}$  está dirigido hacia el lado negativo del



eje  $y$  como se muestra en la figura. Las coordenadas del punto  $\textcircled{A}$  son  $(-0.2, -0.3)$  m y, las coordenadas del punto  $\textcircled{B}$  son  $(0.4, 0.5)$  m. Calcula, utilizando la trayectoria punteada, la diferencia de potencial  $V_{\textcircled{B}} - V_{\textcircled{A}}$

- (A)  $-260$  V
- (B)  $+325$  V
- (C)  $+455$  V
- (D)  $-455$  V
- (E)  $+260$  V



10

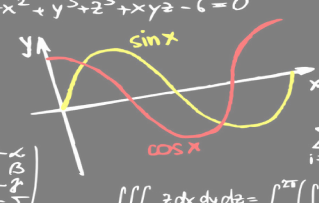
## Conductores en equilibrio electrostático

Dos esferas conductoras de radios  $R_1$  y  $R_2$  con  $R_1 = 2R_2$ , que poseen diferente cantidad de carga eléctrica, se conectan entre sí con un alambre conductor. Cuando se alcanza el equilibrio electrostático podemos afirmar que:

- (A) el potencial eléctrico en las esferas es el mismo.
- (B) la cantidad de carga eléctrica en cada esfera es la misma.
- (C) el potencial eléctrico de la esfera uno es el doble que el de la esfera dos.
- (D) la cantidad de carga eléctrica de la esfera uno es el doble de la esfera dos.
- (E) el potencial eléctrico de la esfera uno es la mitad que el de la esfera dos.



$x^2 + x^2 + y^2 + z^2 + xy + yz - c = 0$      $g \cdot \text{grad} f = \left( \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right)$      $\text{tg} x \cdot \text{cotg} x = 1$      $2x^2 y y' + y^2 = 2$      $x_1 = -11p, x_2 = -p, x_3 = 7p, p \in \mathbb{R}$

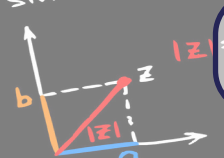

 $Y_{i+1} = Y_i + b \cdot k_i$      $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$      $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$      $\text{tg} \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

$X_2 = \begin{pmatrix} -x \\ \beta \\ -z \end{pmatrix}$      $\sum_{i=0}^n (p_2(x_i) - y_i)^2$      $\text{tg} 2x = \frac{2 \text{tg} x}{1 - \text{tg}^2 x}$      $\text{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$      $\lambda x - y + z = 1$   
 $x + \lambda y + z = \lambda$   
 $x + y + \lambda z = \lambda^2$

$\iiint_M z \, dx \, dy \, dz = \int_0^{2\pi} \left( \int_0^2 \left( \int_{\frac{1}{2}}^1 r \, r \, dr \right) dh \right) d\varphi$      $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{h^2 + 1} + n}{3\sqrt{3h^2 + 2n - 1}}$      $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$      $F_3 = 2x \cdot yz - 1 = 1$      $X_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$      $(1 + e^x) y y' = e^x$   
 $y(1) = 1$      $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

$2 \arctg x - x = 0, I = (1, 10)$      $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^4 x \cdot \cos^3 x \, dx$      $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \mu = 1$      $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$      $\vec{n} = (F_x; F_y; F_z)$      $a^2 + b^2 = c^2$      $\alpha, \beta, \mu \in \mathbb{C}$      $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$      $\lambda_2 = i\sqrt{14}$      $\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$      $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x} = 1$   
 $A + B + C = 8$   
 $-3A - 7B + 2C = -10,3$   
 $-18A + 6B - 3C = 15$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 0$      $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$      $e^2 - xy = z = e; A \in [0, e; 1]$      $\frac{2x}{x^2 + 2y^2} = 2$      $z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$      $\eta_1 = \lambda_1^2 - 3\lambda_1 + 1 = 0$


 $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$      $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{5x} = \frac{2}{5}$      $k|a| + |b| \neq 0; \mu \neq 0$      $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$      $y' - \frac{\sqrt{y}}{x+2} = 0; y(0) = 1$      $A = \begin{pmatrix} x & 1+x^2 & 1 \\ y & 1+y^2 & 1 \\ z & 1+z^2 & 1 \end{pmatrix}; x=0, y=1, z=2$      $A = [1, 0; 3]$      $\cos \rho = \frac{(1, 0) \cdot (\frac{2\sqrt{3}}{12} + \frac{1}{48})}{\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}}}$

**Bibliografía**

## Libros

- [1] Wolfgang Bauer y Gary D. Westfall. *Física para Ingeniería y Ciencias*. 2.<sup>a</sup> edición. Volumen 2. México: McGraw-Hill, 2014, página 785. ISBN: 9786071511928.
- [2] Hans C. Ohanian y John T. Markert. *Física para Ingeniería Y Ciencias*. 3.<sup>a</sup> edición. Volumen 2. México: McGraw-Hill, 2009, página 1251. ISBN: 9789701067468.
- [3] Robert Resnick y David Halliday. *Física*. 5.<sup>a</sup> edición. Volumen 2. México: Patria, 2005, página 1198. ISBN: 9789702403265.
- [4] Raymond A. Serway y John W. Jewett. *Física para ciencias e ingeniería*. 10.<sup>a</sup> edición. Volumen 2. México: Cengage, 2018, página 760. ISBN: 9786075266701.



Handwritten mathematical notes including:

- Equations:  $x^2+y^2+z^2+xy+yz-z=0$ ,  $g \cdot \text{grad} f = (\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y})$ ,  $\text{tg} x \cdot \text{cotg} x = 1$ ,  $2x^2yy'+y^2=2$ ,  $x_1=-1, x_2=-1, x_3=7, p \in \mathbb{R}$ ,  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$ ,  $\text{tg} \frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$ ,  $F_3 = 2xy - 1 = 1$ ,  $x_1 = \begin{pmatrix} 2p \\ -p \\ 0 \end{pmatrix}$ ,  $(1+e^x)yy' = e^x$ ,  $y(1) = 1$ ,  $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ ,  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ,  $\int R(x, \sqrt{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$ ,  $\frac{\sin x}{x} \leq \frac{x}{x} = 1$ ,  $\eta_1 = \lambda^2 - 3\lambda + 1 = 0$ ,  $\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$ ,  $y' - \frac{\sqrt{y}}{x+2} = 0; y(0) = 1$ ,  $\cos p = \frac{(1,0) \cdot (\frac{2\sqrt{3}}{12} + \frac{1}{48})}{\sqrt{\frac{1}{12} + \frac{1}{48}}}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2+1} + n}{\sqrt[3]{3n^2+2n-1}}$ ,  $\lim_{h \rightarrow \infty} (1 + \frac{1}{h})^h$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ,  $\vec{n} = (F_x'; F_y'; F_z')$ ,  $\alpha^2 + \beta^2 = c^2$ ,  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C}$ ,  $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$ ,  $e^2 - xy = z = e; A \in [0, e; 1]$ ,  $\frac{2x}{x^2+2y^2} = 2; z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\frac{1}{\frac{\partial x}{\partial y}} = \frac{\partial y}{\partial x}$ ,  $k|a|+|b| \neq 0; \gamma \neq 0$ ,  $A = \begin{pmatrix} x & 1+x^2 & 1 \\ y & 1+y^2 & 1 \\ z & 1+z^2 & 1 \end{pmatrix}; x=0, y=1, z=2$ ,  $A = [1, 0; 3]$ ,  $a^2 = c \cdot c_b$ ,  $a^2 = c \cdot c_a$ ,  $\frac{\partial z}{\partial x} = 2; \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ ,  $\vec{n} = (F_x'; F_y'; F_z')$ ,  $\alpha^2 + \beta^2 = c^2$ ,  $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{C}$ ,  $f(x) = 2^{-x} + 1, \epsilon = 0.005$ ,  $e^2 - xy = z = e; A \in [0, e; 1]$ ,  $\frac{2x}{x^2+2y^2} = 2; z = \frac{1}{x} \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ ,  $\frac{1}{\frac{\partial x}{\partial y}} = \frac{\partial y}{\partial x}$ ,  $k|a|+|b| \neq 0; \gamma \neq 0$ ,  $A = \begin{pmatrix} x & 1+x^2 & 1 \\ y & 1+y^2 & 1 \\ z & 1+z^2 & 1 \end{pmatrix}; x=0, y=1, z=2$ ,  $A = [1, 0; 3]$ ,  $a^2 = c \cdot c_b$ ,  $a^2 = c \cdot c_a$
- Diagrams: Unit circle with trigonometric functions, coordinate systems with vectors, geometric diagrams with triangles and rectangles.

## Índice alfabético

C	
Campo eléctrico, $\vec{E}$ .....	11
Capacitor .....	27
Capacitores en paralelo .....	27
Capacitores en serie .....	27
Cargas eléctricas .....	7
Conductores .....	21
Constante dieléctrica .....	27

D	
Diferencia de potencial .....	25

E	
Energía Potencial Eléctrica .....	21

F	
Flujo de campo eléctrico .....	17

L	
Ley de Ampère .....	43
Ley de Coulomb .....	7
Ley de Faraday .....	47
Ley de Gauss .....	17
Ley de Lenz .....	47
Ley de Ohm .....	31

P	
Partícula en $\vec{B}$ .....	37
Partícula en $\vec{E}$ .....	12
Potencial Eléctrico .....	21

S	
Superposición de $\vec{E}$ .....	11