Cifras significativas y su manejo

Elizabeth Hernández Marín
Laboratorio de Física

Cifras significativas

Número de cifras que son conocidas con algún grado de confiabilidad.

a) Dígitos diferentes de cero son significativos:

1.234 g	4 cifras significativas.
1.2 g	2 cifras significativas

b) Ceros enmedio de dígitos diferentes de cero son significativos:

1 002 kg	4 cifras significativas.
3.07 mL	3 cifras significativas

Cifras significativas

c) Ceros a la izquierda del primer dígito diferente de cero NO son significativos. Dichos ceros sólo indican la posición del punto decimal.

~~0.00000~~1 g	1 cifras significativas.
~~0~~.12g	2 cifras significativas

d) Ceros a la derecha del punto decimal que también están a la derecha de dígitos diferentes de cero son significativos:

~~0.0~~23 0 mL	3 cifras significativas.
~~0~~.20 g	2 cifras significativas

Cifras significativas

f) Ausencia de punto decimal, ceros a la derecha de dígitos diferente de cero NO son necesariamente significativos.

400	1 cifra significativa
190 km	2 cifras significativas.
50 600 cal	3 cifras significativas

La ambigüedad se puede evitar al utilizar la notación científica. Por ejemplo:

1.90×10^2 cal (3 cifras significativas)

$5.060\ 0 \times 10^4$ cal (5 cifras significativas)

5.06×10^4 cal (3 cifras significativas)

Reglas para redondeo

3.5.1 Redondeo hacia abajo

Si el dígito siguiente al último lugar retenido es 0, 1, 2, 3 ó 4 (seguido o no por otros dígitos); "consérvese" el valor del dígito situado en el último lugar retenido.

NORMA OFICIAL MEXICANA DE METROLOGIA NOM-Z-59-1986 "VALORES NUMERICOS - GUIA PARA EL REDONDEO E INTERPRETACION DE VALORES LIMITES"

Ejemplo: Redondear a *2 cif. sig.*

dígito que será retenido

2.549 2 → 2.5

dígito que será retenido

61.0 → 61

mejor

6.1×10^1

Reglas para redondeo

3.5.2 Redondeo hacia arriba

Si el dígito siguiente al último lugar retenido es 5 (seguido de otros dígitos no todos cero) o es 6, 7, 8 o 9 (seguido o no de otros dígitos), "increméntese" el dígito existente en el último lugar retenido, en una unidad.

NOM-Z-59-1986 "VALORES NUMERICOS -GUIA PARA EL REDONDEO E INTERPRETACION DE VALORES LIMITES"

Ejemplo: Redondear a *2 cif. sig.*

dígito que será retenido

↓

2.499 2 → 2.5

dígito que será retenido

↓

2.550 1 → 2.6

2.450 1 → 2.5

Addendum - Redondeo

3.5.3 Redondeo al valor "par" más próximo

Cuando el dígito siguiente al último lugar a ser retenido es un 5 y no hay dígitos más alla de ese número o son solamente ceros, "incremén-tese" en una unidad el dígito en el último lugar a ser retenido si es impar, dejando el dígito sin cambio si es par

NOM-Z-59-1986

Ejemplo: Redondear a *2 cif. sig.*

dígito que será retenido

2.45 → 2.4

dígito que será retenido

2.550 0 → 2.6

Adición y sustracción

Redondear el resultado de la operación al mismo número de **cifras decimales** que tenga el número con *menor número de cifras decimales*.

7.65 + 2.3456 + 5.678 + 3.2

```
   7.65
+  2.3456
   5.678
   3.2
 --------
  18.8736
```

18.9

5.28-3.1416

```
   5.28
-  3.1416
 --------
   2.1384
```

2.14

Producto

Redondear el resultado al mismo número de **cifras significativas** que tenga el número con *menor cantidad de cifras significativas*

7336.345 * 0.00013

2 cif. sig.

```
   7336.345
x   0.00013
-----------
0.95372485
```

0.95

5.28*3.1416

3 cif. sig.

```
   3.1416
x    5.28
---------
16.587648
```

16.6

Producto

Redondear el resultado al mismo número de **cifras significativas** que tenga el número con *menor cantidad de cifras significativas*

1 cif. sig. asumiendo que es producto de una medición

$12.398 * 0.285 * 5 = 17.66$ **$2x10^1$**

En caso de que fuera un número exacto

$12.398 * 0.285 * 5 = 17.66$ **17.7**

4 cif. sig.

$0.2808 * 0.2808 = 0.07884864$ **0.07885**

$0.2808^6 = 4.902105129x10^{-4}$ **$4.902x10^{-4}$**

Producto y cociente

Redondear el resultado al mismo número de cifras significativas que tenga el número con menor cantidad de cifras significativas

$$\frac{(5.678\text{x}10^{3})(6.78\text{x}10^{6})}{(1.2\text{x}10^{5})(3.456\text{x}10^{8})} = 9.2826099\text{x}10^{-4}$$

$$9.3\text{x}10^{-4}$$

Logaritmo

Redondear las cifras decimales del resultado al mismo número de cifras significativas que tenga el valor al que se le calculó el logaritmo

`log (24.3) = 1.385606`

24.3 tiene 3 cifras significativas, por lo tanto el resultado tendrá 3 cifras decimales.

`1.386`

la mantisa es la parte decimal del resultado de calcular el logaritmo

Logaritmo

Redondear las cifras decimales del resultado al mismo número de cifras significativas que tenga el valor al que se le calculó el logaritmo

```
ln(0.068)  = -2.68824757
```

0.068 tiene 2 cifras significativas, por lo tanto el resultado tendrá 2 cifras decimales.

```
-2.69
```

la mantisa es la parte decimal del resultado de calcular el logaritmo

Antilogaritmo

El número de cifras decimales del valor al que se le calcula el antilogaritmo establece el número de cifras significativas del resultado.

$$\text{antilog}(23.32) = 10^{23.32} = 2.0892961 \times 10^{23}$$

23.32 tiene 2 cifras decimales, por lo tanto el resultado tendrá 2 cifras significativas.

$$2.1 \times 10^{23}$$

Antilogaritmo

El número de cifras decimales del valor al que se le calcula el antilogaritmo establece el número de cifras significativas del resultado.

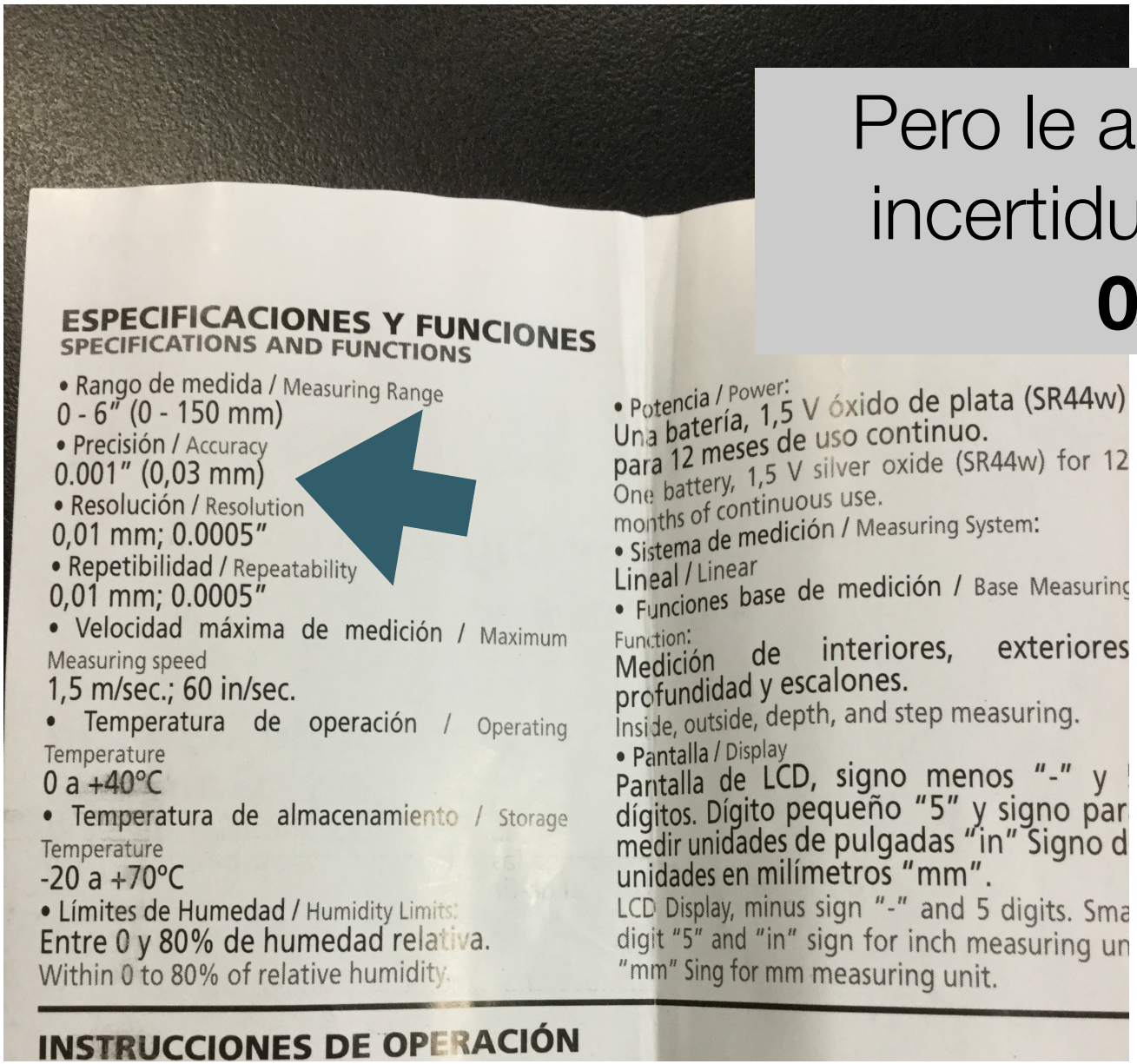
$\exp(-1.845) = e^{-1.845} = 1.5802532 \times 10^{-1}$

-1.845 tiene 3 cifras decimales, por lo tanto el resultado tendrá 3 cifras significativas.

1.58×10^{-1} ó 0.158

Recapitulando

La resolución del vernier digital es **0.01 mm**



ESPECIFICACIONES Y FUNCIONES
SPECIFICATIONS AND FUNCTIONS

- Rango de medida / Measuring Range
  0 - 6" (0 - 150 mm)
- Precisión / Accuracy
  0.001" (0,03 mm)
- Resolución / Resolution
  0,01 mm; 0.0005"
- Repetibilidad / Repeatability
  0,01 mm; 0.0005"
- Velocidad máxima de medición / Maximum Measuring speed
  1,5 m/sec.; 60 in/sec.
- Temperatura de operación / Operating Temperature
  0 a +40°C
- Temperatura de almacenamiento / Storage Temperature
  -20 a +70°C
- Límites de Humedad / Humidity Limits:
  Entre 0 y 80% de humedad relativa.
  Within 0 to 80% of relative humidity.

- Potencia / Power:
  Una batería, 1,5 V óxido de plata (SR44w) para 12 meses de uso continuo.
  One battery, 1,5 V silver oxide (SR44w) for 12 months of continuous use.
- Sistema de medición / Measuring System:
  Lineal / Linear
- Funciones base de medición / Base Measuring Function:
  Medición de interiores, exteriores profundidad y escalones.
  Inside, outside, depth, and step measuring.
- Pantalla / Display
  Pantalla de LCD, signo menos "-" y dígitos. Dígito pequeño "5" y signo par medir unidades de pulgadas "in" Signo d unidades en milímetros "mm".
  LCD Display, minus sign "-" and 5 digits. Sma digit "5" and "in" sign for inch measuring un "mm" Sing for mm measuring unit.

INSTRUCCIONES DE OPERACIÓN

Pero le asociaremos una incertidumbre tipo B de **0.03 mm**

Espaguetis

Tabla 1. Longitud de tres fragmentos de espagueti medidos con diferentes instrumentos de medición.

	Vernier digital	Metro de madera	Regla de plástico	**Longitud Total**
	± 0.003 cm	**± 0.5 cm**	**± 0.1 cm**	**(cm)**
Espagueti 1	11.624	3.3	3.1	18.024
Espagueti 2	11.543	2.6	10.8	24.943
Espagueti 3	2.809	13.5	10.0	26.309
Espagueti 4	2.158	13.8	10.8	26.758
Espagueti 5	7.398	9.6	14.3	31.298

Espaguetis

Tabla 1. Longitud de tres fragmentos de espagueti medidos con diferentes instrumentos de medición.

Instrumento	Vernier digital	Metro de madera	Regla de plástico	**Longitud Total (cm)**	
inc. tipo B	**± 0.003 cm**	**± 0.5 cm**	**± 0.1 cm**		
Espagueti 1	11.624	3.3	3.1	**18.0**	18.024
Espagueti 2	11.543	2.6	10.8	**24.9**	24.943
Espagueti 3	2.809	13.5	10	**26.3**	26.309
Espagueti 4	2.158	13.8	10.8	**26.8**	26.758
Espagueti 5	7.398	9.6	14.3	**31.3**	31.298

Falta determinar la incertidumbre que se va a asociar a cada valor de longitud total

Promedio (media)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

$\bar{x}$ promedio

x_i valor de cada medida

N tamaño de la muestra

Desviación estándar -o desviación típica- **(de una muestra)**

Representa la dispersión de los datos alrededor del valor promedio

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i}^{N} (\bar{x} - x_i)^2}{N - 1}}$$

también se puede usar el símbolo

$$s(x)$$

$\bar{x}$ promedio

x_i valor de cada medida

N tamaño de la muestra

Nota: En general, la letra griega sigma (σ) se usa para la desviación estándar poblacional y en lugar de N-1 se emplea N

Varianza

$$s_x^2 = \frac{\sum_i^N (\bar{x} - x_i)^2}{N - 1}$$

es decir, la varianza es el cuadrado de la desviación estándar

$\bar{x}$ promedio

x_i valor de cada medida

N tamaño de la muestra

Desviación estándar de la media

Es a lo que llamaremos incertidumbre típica tipo A

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_i^N (\bar{x} - x_i)^2}{N-1}} \qquad s_A(x) = \sqrt{\frac{\sum_i^N (\bar{x} - x_i)^2}{N(N-1)}}$$

$\bar{x}$ promedio

x_i valor de cada medida

N tamaño de la muestra

Desviación estándar de la media

Es a lo que llamaremos incertidumbre típica tipo A

$$s_A(x) = \sqrt{\frac{\sum_i^N (\bar{x} - x_i)^2}{N(N-1)}}$$

$$s_A(x) = \frac{s_x}{\sqrt{N}}$$

Incertidumbre combinada

$$u_c(x) = \sqrt{[s_A(x)]^2 + [s_B(x)]^2}$$

$s_A(x)$ incertidumbre tipo A

$s_B(x)$ incertidumbre tipo B

Incertidumbres

$$\textbf{incertidumbre relativa} = \frac{\text{incertidumbre absoluta}}{\text{valor medido}}$$

$$\textbf{incertidumbre relativa} = \frac{u(Y)}{Y}$$

Ejemplo:

$$\text{incertidumbre relativa} = \frac{\pm\ 0.1\text{cm}}{29.5\ \text{cm}} = \pm\ 0.003 \text{ ó } \pm\ 0.3\ \%$$

D. C. Baird *Experimentación. Una introducción a la teoría de mediciones y el diseño de experimentos.* 2a. ed. Prentice Hall, México 1988, pp 8-10.

uso del calibrador (vernier)

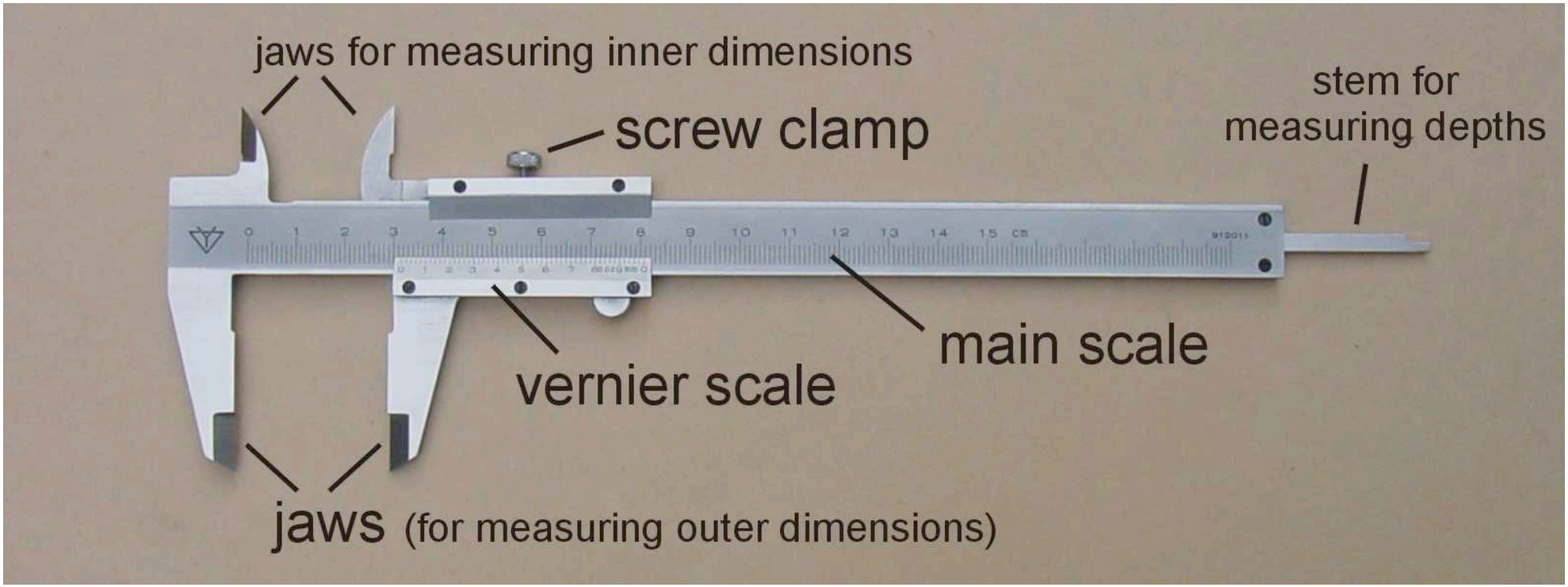
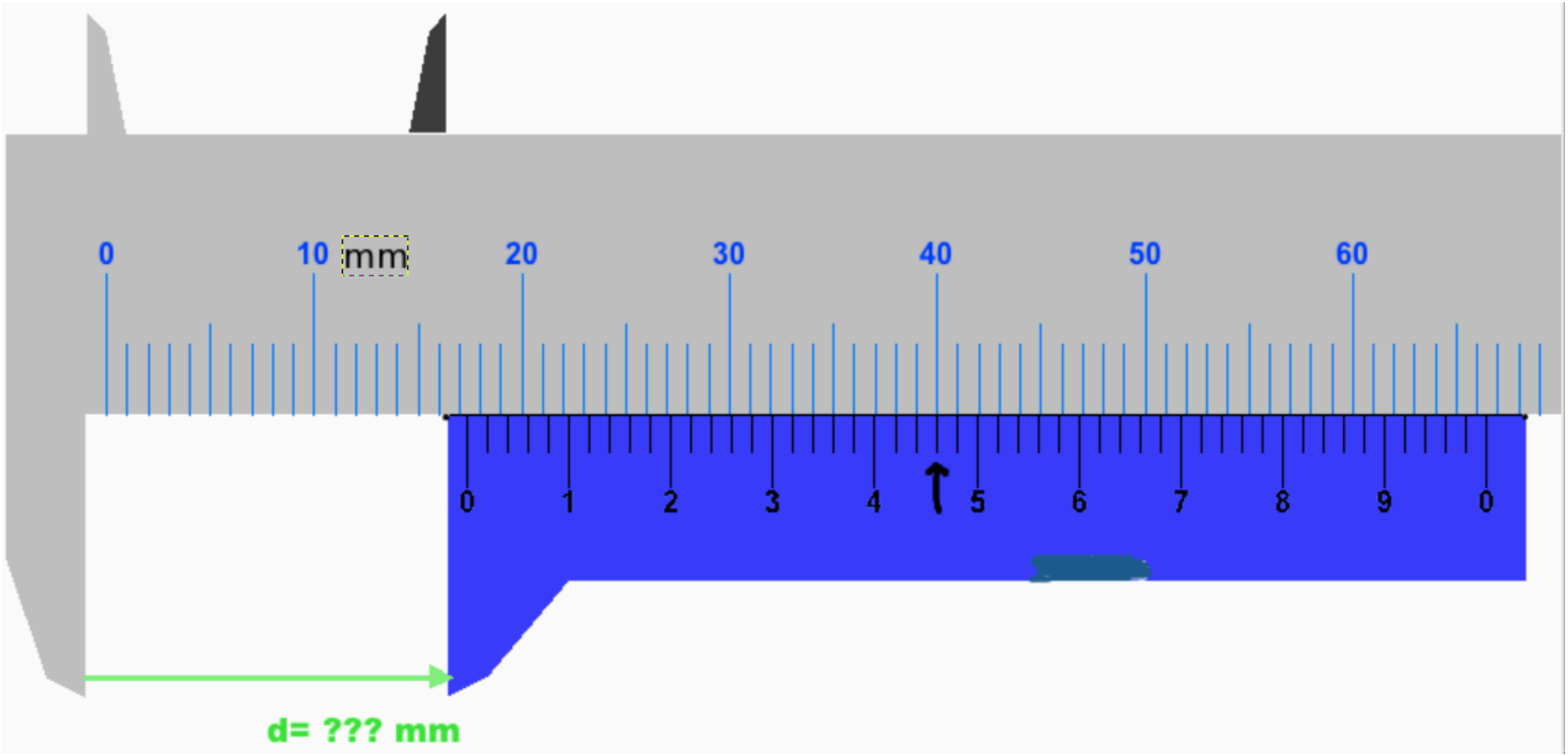


Figura tomada de: http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=1513.0

Ejercicio - Uso del vernier



Uso del vernier

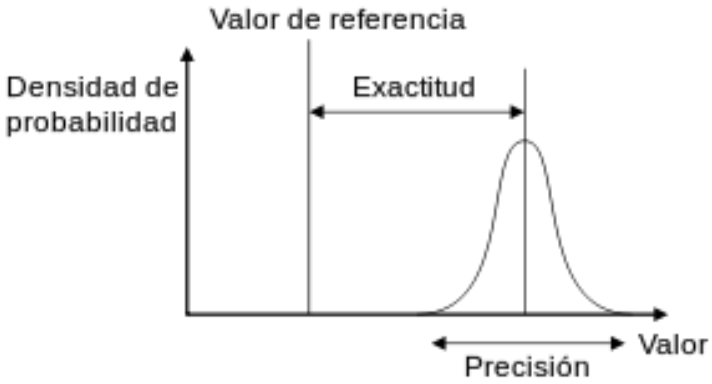
JAVA APPLET

https://www.compadre.org/osp/items/detail.cfm?ID=9707

Precisión y exactitud

Precisión: Cercanía en las mediciones repetidas en objetos iguales o similares.

Exactitud: Cercanía entre el resultado de una medición y el valor de referencia (verdadero) de la cantidad medida.



commons.wikimedia.org/wiki/File%3AExactitud_y_precisi%C3%B3n.svg

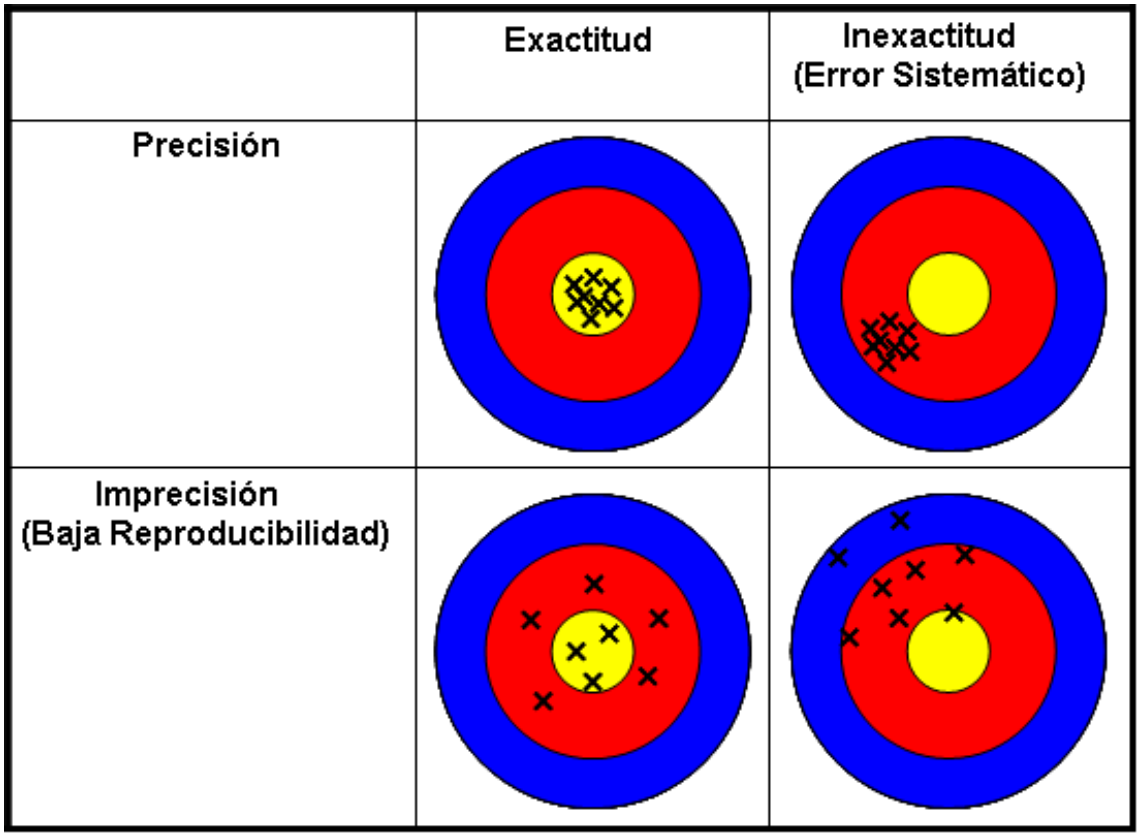


Figura tomada de : http://jhonathanmasarivera.blogspot.mx/2012/09/tema-5-tratamiento-de-errore.html

Repetibilidad y Reproducibilidad

Condición de repetibilidad: Conjunto de condiciones de medición. Se incluyen procedimiento de medición, los *mismos* operadores, sistemas de medición iguales, condiciones iguales de operación en el mismo lugar y repetición de las mediciones sobre los mismos objetos u objetos semejantes en un un periodo corto.

Condición de reproducibilidad: Conjunto de condiciones de medición. Se incluyen *diferentes* lugares, operadores, sistemas de medición y una repetición de mediciones en objetos iguales o semejantes.

Balanza granataria

Balanza granataria

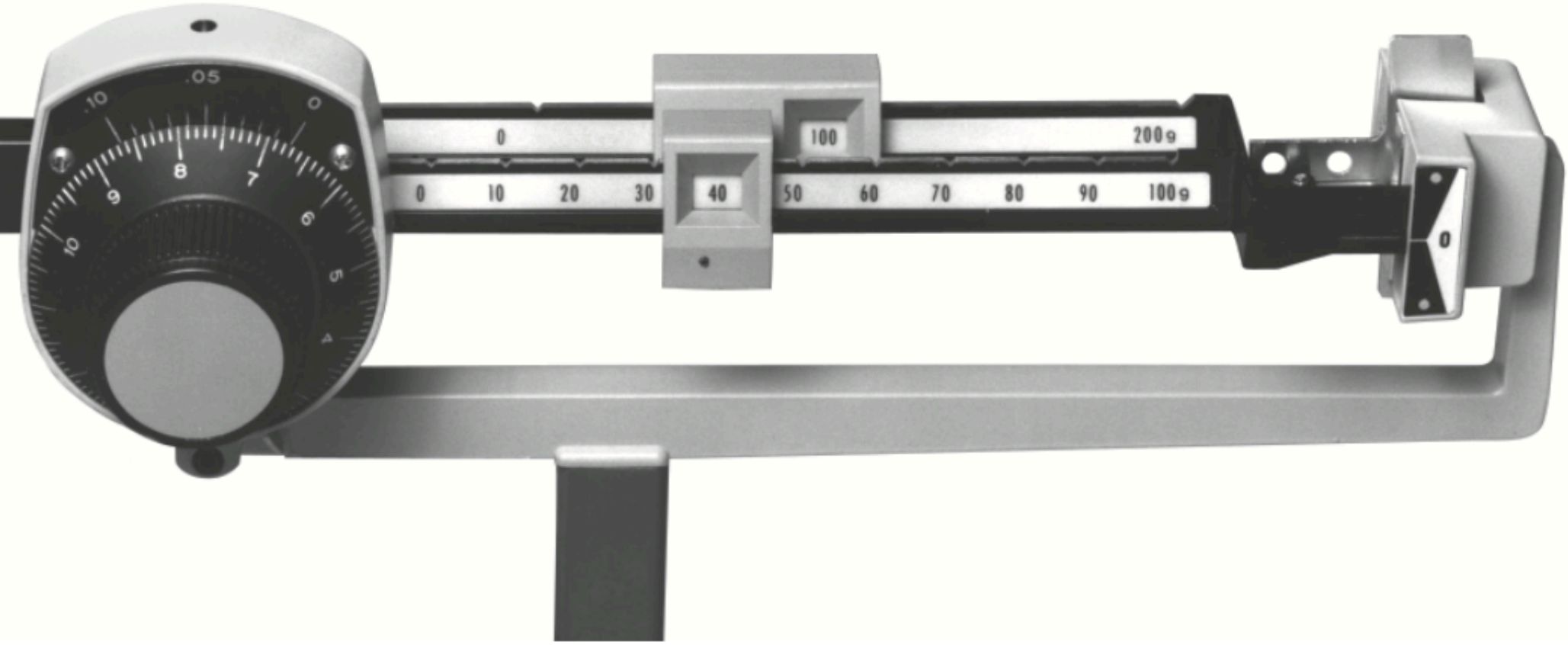


Figure 7. Example of 146.74 Gram Reading.

Lectura balanza granataria

.10
.05
0
2
1
3
0
4
10

Propagación de la incertidumbre

Look at figure 2 where the simple case with one input and one output is illustrated. Suppose that X is normally distributed with mean μ_X and standard deviation σ_X †. Now we would like

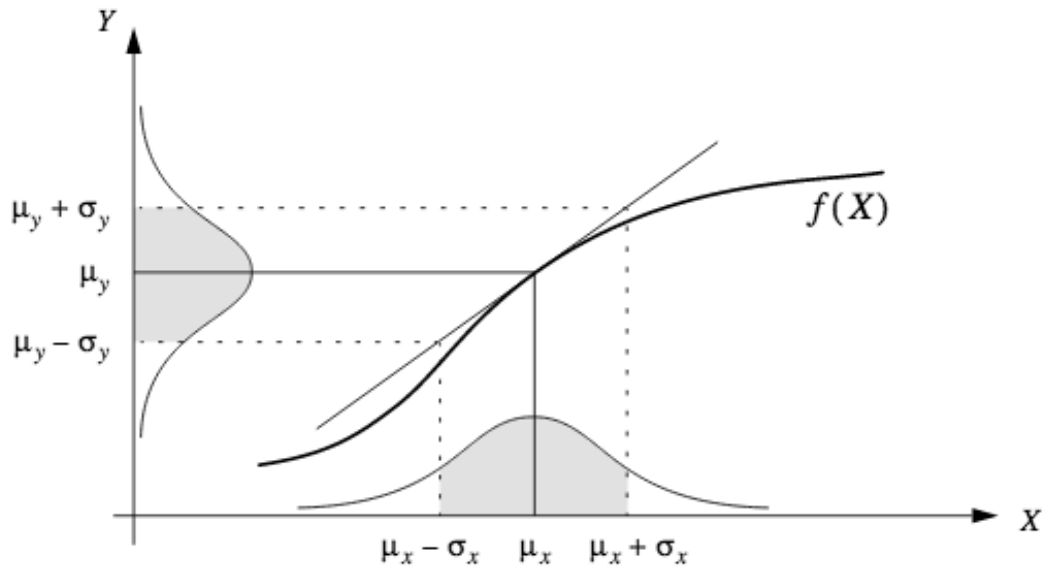


Figure 2: *One-dimensional case of a nonlinear error propagation problem*

† Remember that the standard deviation σ is by definition the distance between the most probable value, μ , and the curve's turning points.

http://www2.informatik.uni-freiburg.de/~arras/papers/arrasTR98.pdf

Para medidas indirectas

"Ley de progapación de incertidumbres"

$$f = f(z_1, z_2, ..., z_n)$$

$$u(f) = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{\partial f}{\partial z_i}\right)^2 [u_c(z_i)]^2}$$

$\left(\frac{\partial f}{\partial z_i}\right)$ "coeficientes de sensibilidad"

$u_c(z_i)$ incertidumbre combinada de la variable z_i

7.2.6 The numerical values of the estimate y and its standard uncertainty $u_c(y)$ or expanded uncertainty U should not be given with an excessive number of digits. It usually suffices to quote $u_c(y)$ and U [as well as the standard uncertainties $u(x_i)$ of the input estimates x_i] to at most two significant digits, although in some cases it may be necessary to retain additional digits to avoid round-off errors in subsequent calculations.

In reporting final results, it may sometimes be appropriate to round uncertainties up rather than to the nearest digit. For example, $u_c(y) = 10{,}47$ mΩ might be rounded up to 11 mΩ. However, common sense should prevail and a value such as $u(x_i) = 28{,}05$ kHz should be rounded down to 28 kHz. Output and input estimates should be rounded to be consistent with their uncertainties; for example, if $y = 10{,}057\ 62\ \Omega$ with $u_c(y) = 27$ mΩ, y should be rounded to 10,058 Ω. Correlation coefficients should be given with three-digit accuracy if their absolute values are near unity.

Evaluation of measurement data — Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM), JCGM 2008

https://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf

En este lab, se usará siempre una cifra significativa para reportar la incertidumbre obtenida por ley de propagación.

Actividad

Para la próxima clase, cada equipo deberá traer una bolsa con 100 dulces.

Actividad

1.1 Cada miembro del equipo medirá la longitud del lado (*L*) de un cubo 3 veces.

1.2. Calcular el valor promedio, la desviación típica, la incertidumbre tipo A y la incertidumbre combinada asociada a L_{prom}.

1.3. Calcular el volumen del cubo con el valor promedio de *L*

Ejercicio

1. Cada miembro del equipo medirá la masa del cubo 3 veces

2. Calcular la densidad del cubo y su incertidumbre asociada.

3. Determinar el material del que está hecho el cubo (aluminio, latón, cobre, hierro, plomo o zinc)