

Relaciones exponenciales

Elizabeth Hernández Marín
Laboratorio de Física

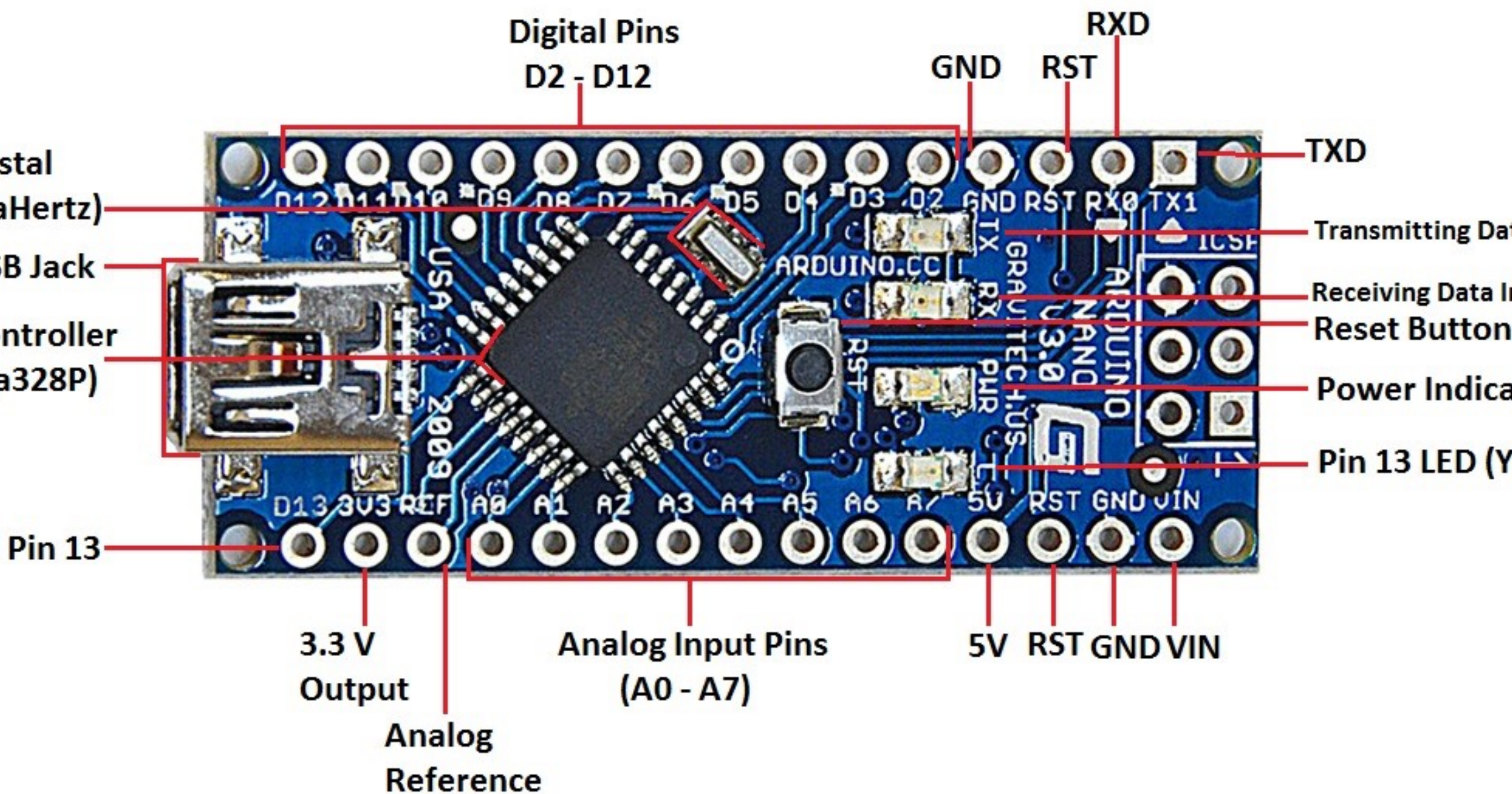
Arduino

“Un microcontrolador es un **circuito integrado** programable, capaz de ejecutar las órdenes grabadas en su memoria.”

<https://es.wikipedia.org/wiki/Microcontrolador>

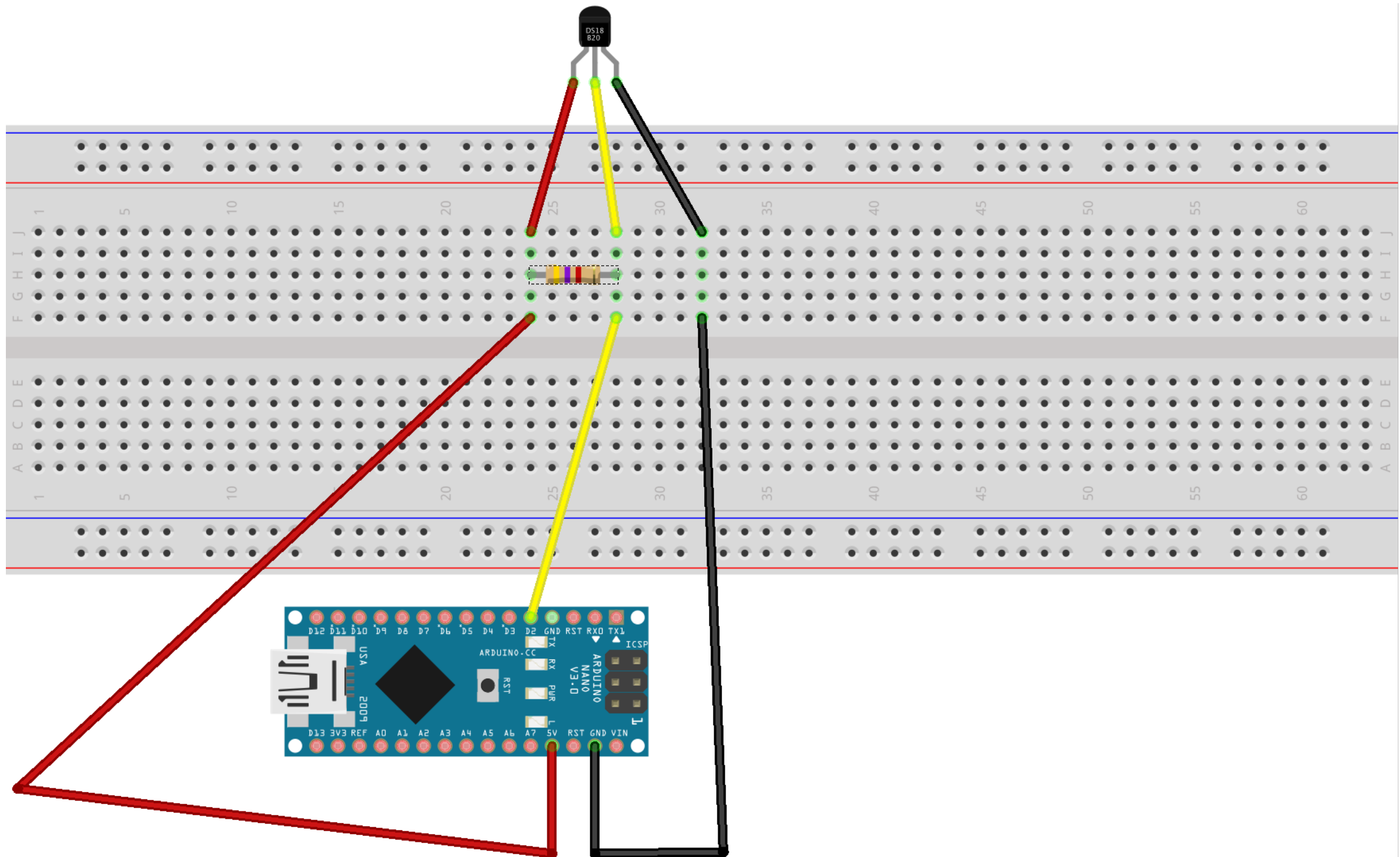
Arduino es una compañía de hardware y software de uso libre que diseña y manufactura microcontroladores que pueden ser asociados una gran variedad de sensores.

<https://en.wikipedia.org/wiki/Arduino>

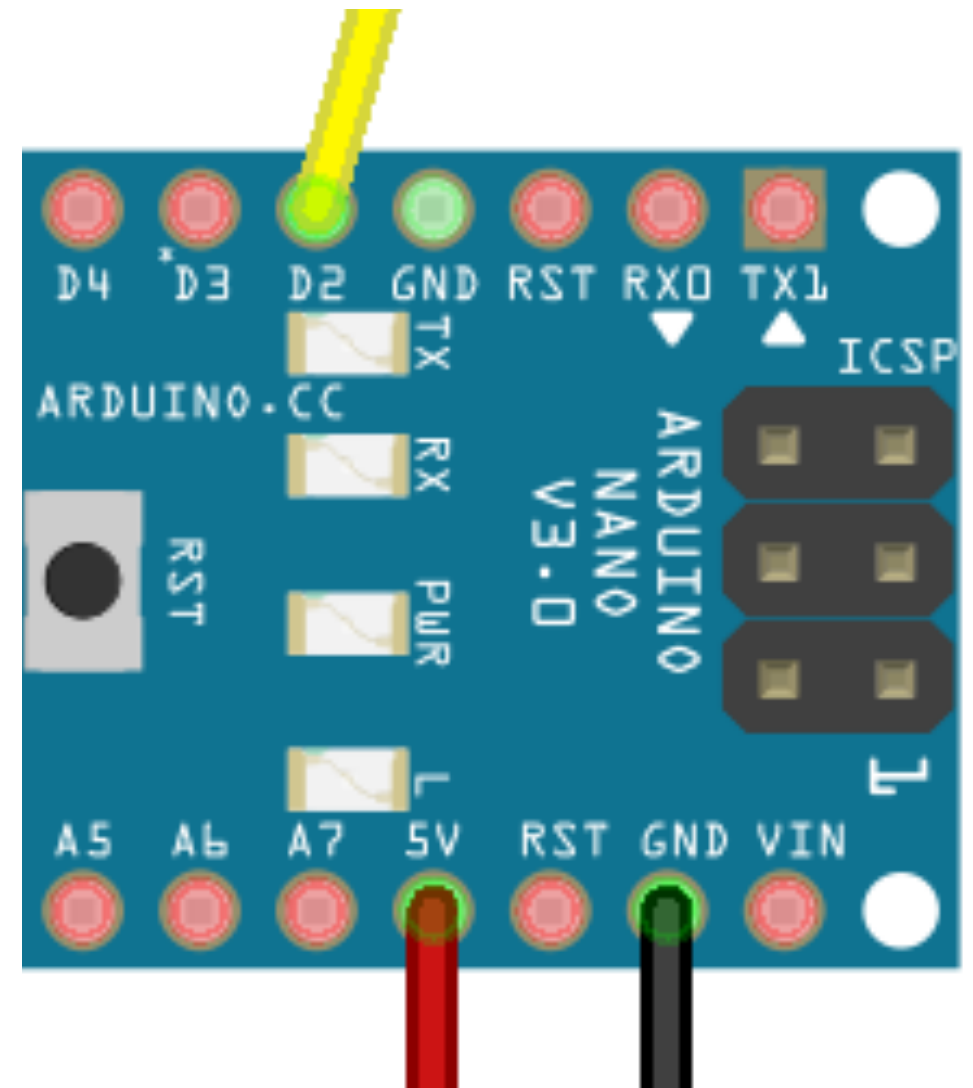
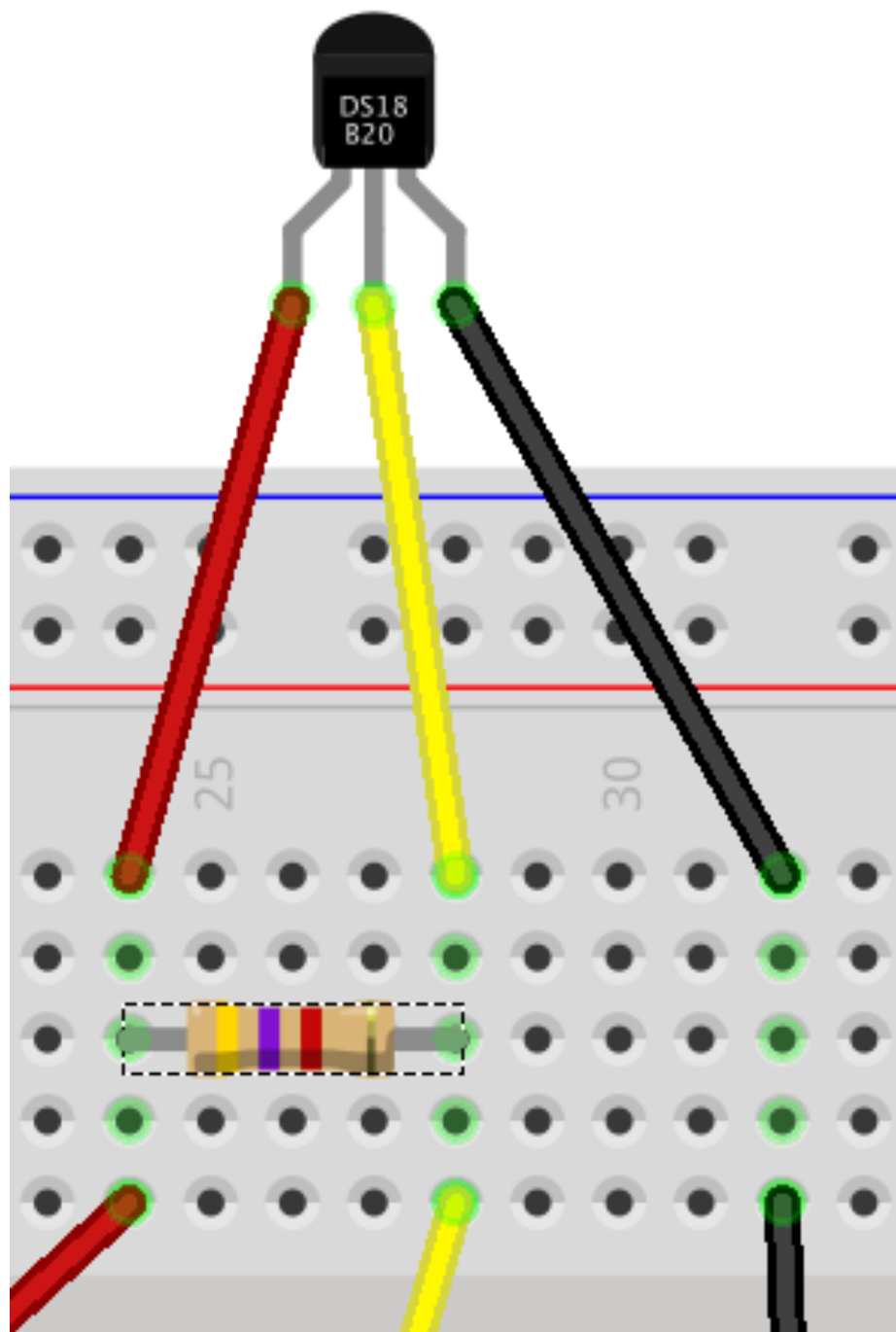


Arduino Nano V3.0 Pinout

Circuito que será armado para medir la temperatura



Circuito que será armado para medir la temperatura

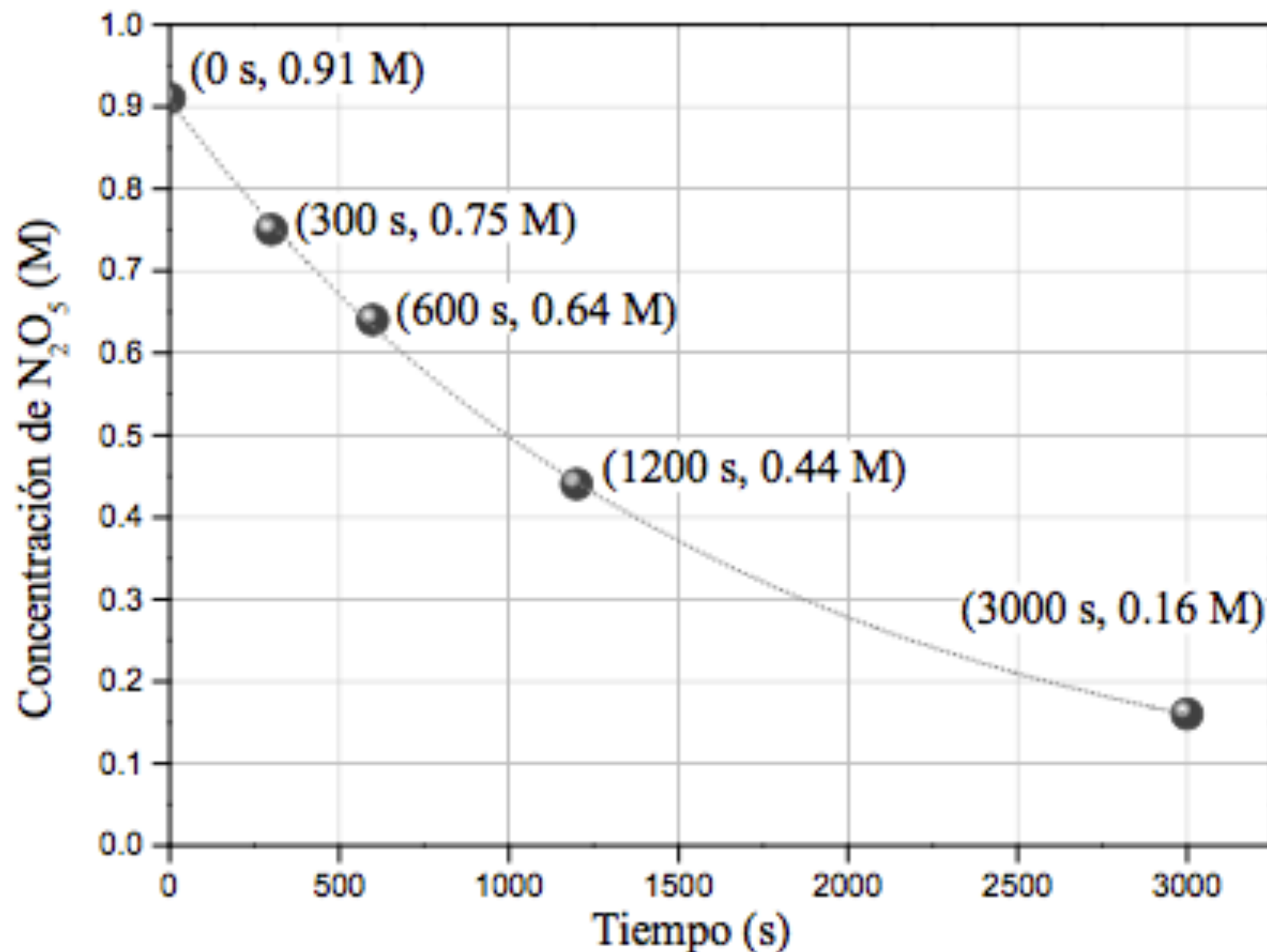


Comportamiento exponencial

Comportamiento exponencial

Ejercicio 2. El siguiente gráfico representa la concentración de N_2O_5 como función del tiempo en una reacción de descomposición que se realiza a 45°C en tetracloruro de carbono.

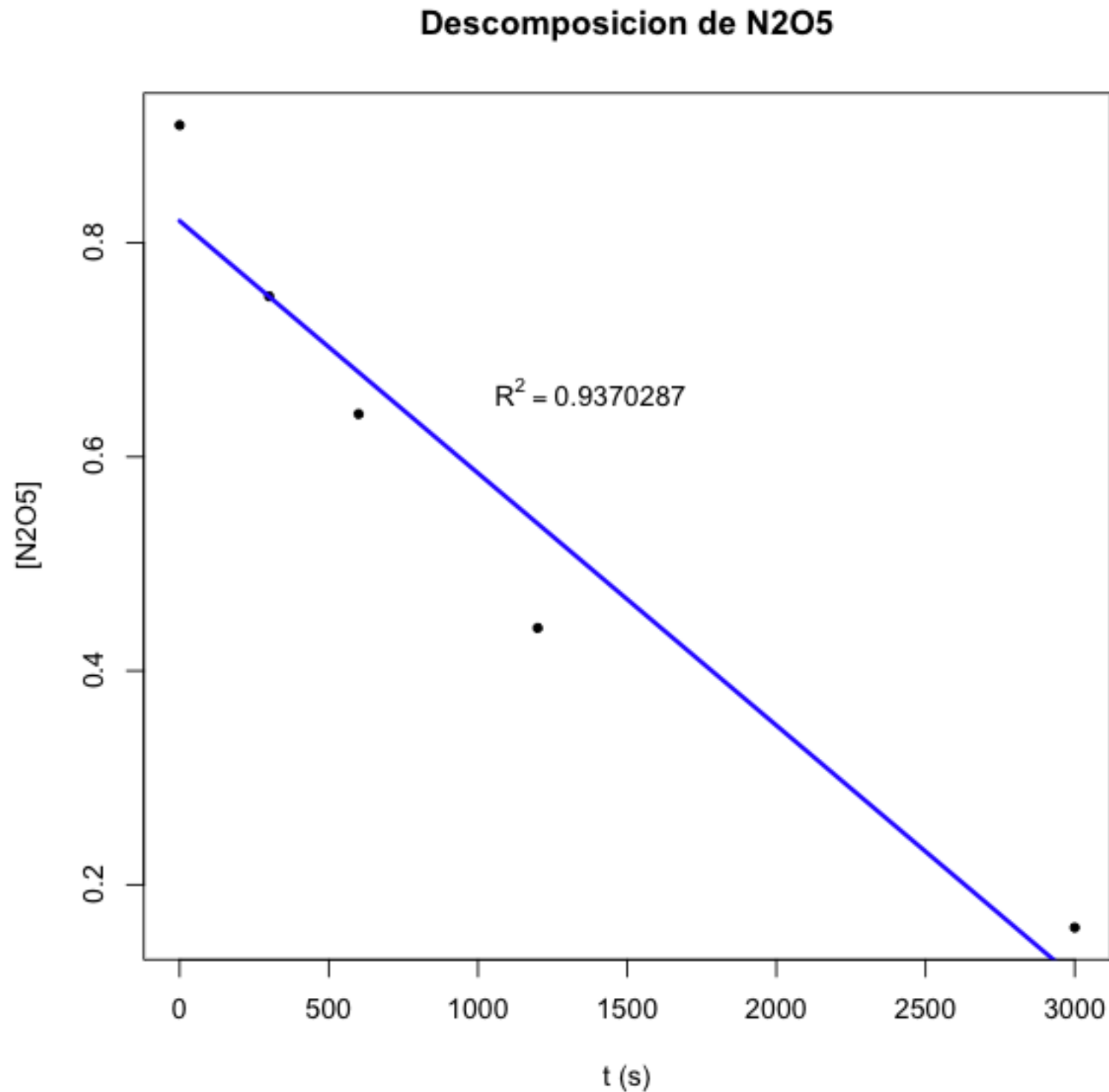
Determinar la constante de velocidad de reacción con su incertidumbre asociada a partir de la pendiente y obtener el coeficiente de correlación.



Comportamiento exponencial

Ejercicio 2. El siguiente gráfico representa la concentración de N_2O_5 como función del tiempo en una reacción de descomposición que se realiza a 45°C en tetracloruro de carbono.

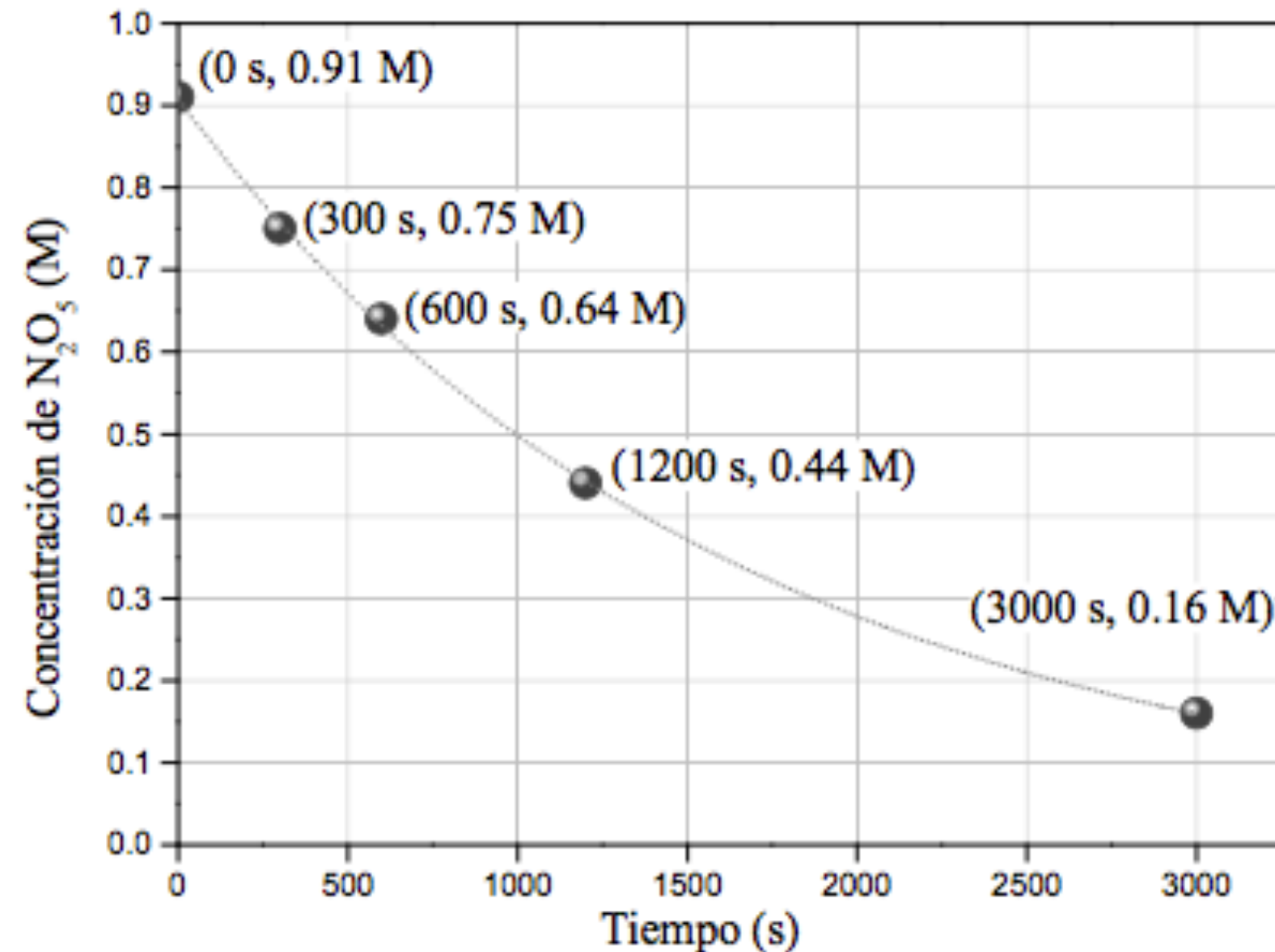
Determinar la constante de velocidad de reacción con su incertidumbre asociada a partir de la pendiente y obtener el coeficiente de correlación.



Comportamiento exponencial

Ejercicio 2. El siguiente gráfico representa la concentración de N_2O_5 como función del tiempo en una reacción de descomposición que se realiza a 45°C en tetracloruro de carbono.

Determinar la constante de velocidad de reacción con su incertidumbre asociada a partir de la pendiente y obtener el coeficiente de correlación.

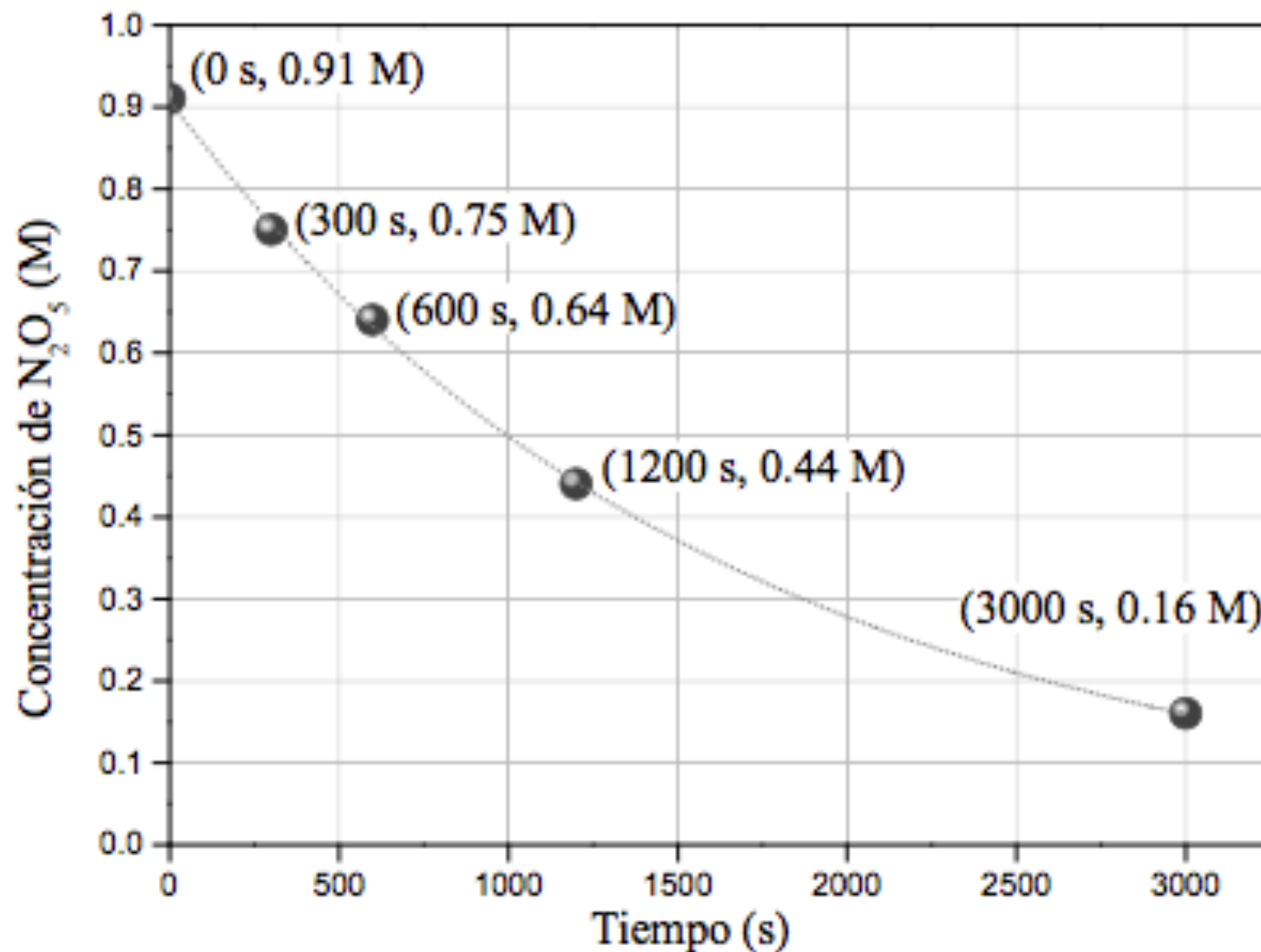


Ecuación cinética:

$$\frac{d[\text{N}_2\text{O}_5]}{dt} = k[\text{N}_2\text{O}_5]$$

k constante de
velocidad de reacción

Comportamiento exponencial



Ecuación cinética:

$$\frac{d[\text{N}_2\text{O}_5]}{dt} = -k[\text{N}_2\text{O}_5]$$

$$\frac{d[\text{N}_2\text{O}_5]}{[\text{N}_2\text{O}_5]} = -k dt$$

$$\int_{C_o}^{C_t} \frac{d[\text{N}_2\text{O}_5]}{[\text{N}_2\text{O}_5]} = \int_{C_o}^{C_t} \frac{dz}{z} = -k \int_0^t dt$$

$$\ln z \Big|_{C_o}^{C_t} = -kt \Big|_0^t$$

$$\ln C_t - \ln C_o = -kt$$

$$\ln \frac{C_t}{C_o} = -kt$$

$$\frac{C_t}{C_o} = e^{-kt}$$

$$\ln C_t = -kt + \ln C_o$$

$$y = mx + b$$

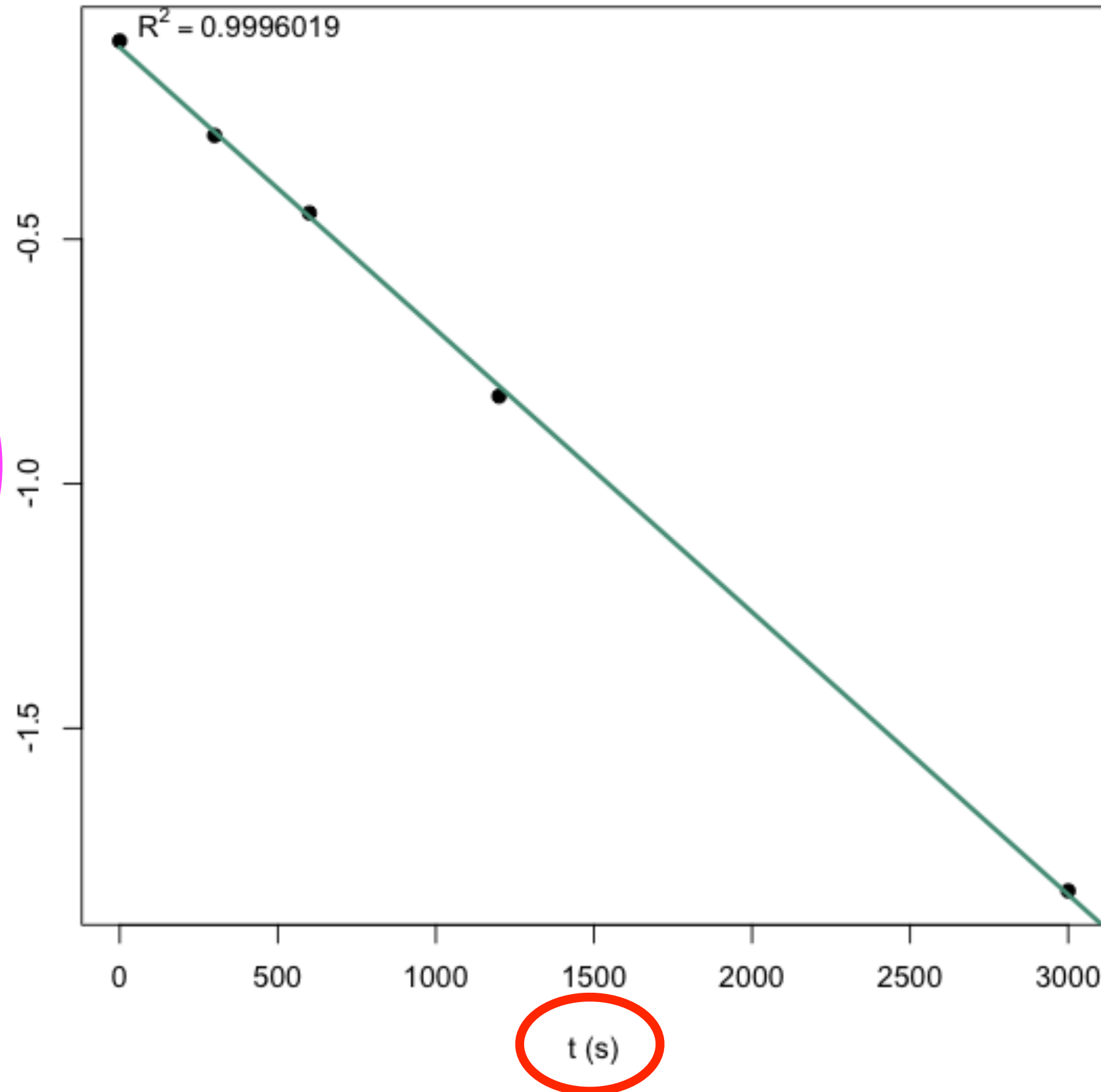
Comportamiento exponencial

Cambio de variable. Descomposicion de N2O5

$$y = mx + b$$

$$\ln C_t = -kt + \ln C_o$$

$$C_o = 0.91 \text{ M}$$



Ley de enfriamiento de Newton

“[...] la ley de enfriamiento de Newton, establece que la rapidez con que se enfría un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la del medio que le rodea, que es la temperatura ambiente”.

“ [...] el cambio de calor con respecto al tiempo es función de la temperatura del sistema de trabajo , del área de la superficie expuesta al medio ambiente y del coeficiente individual de transferencia de calor por convección”

$$\frac{dQ}{dt} = \alpha S(T - T_A)$$

el calor liberado depende de la masa, del calor específico y de la temperatura.

$$dQ = mCdT = \rho VC dT$$

$$\frac{\rho VC dT}{dt} = \alpha S(T - T_A) \quad \longrightarrow \quad \frac{dT}{dt} = \frac{\alpha S}{\rho VC} (T - T_A)$$

$$\text{enfriamiento} \quad \frac{dT}{dt} = -k (T - T_A)$$

Ley de enfriamiento de Newton

$$\frac{dT}{dt} = -k (T - T_A)$$

T es la temperatura al tiempo t , T_A es la temperatura ambiente

$$\int_{T_o}^T \frac{dT}{(T - T_A)} = -k \int_0^t dt$$

$$\ln(T - T_A) \Big|_{T_o}^T = -kt \Big|_0^t$$

$$\frac{(T - T_A)}{(T_o - T_A)} = e^{-kt}$$

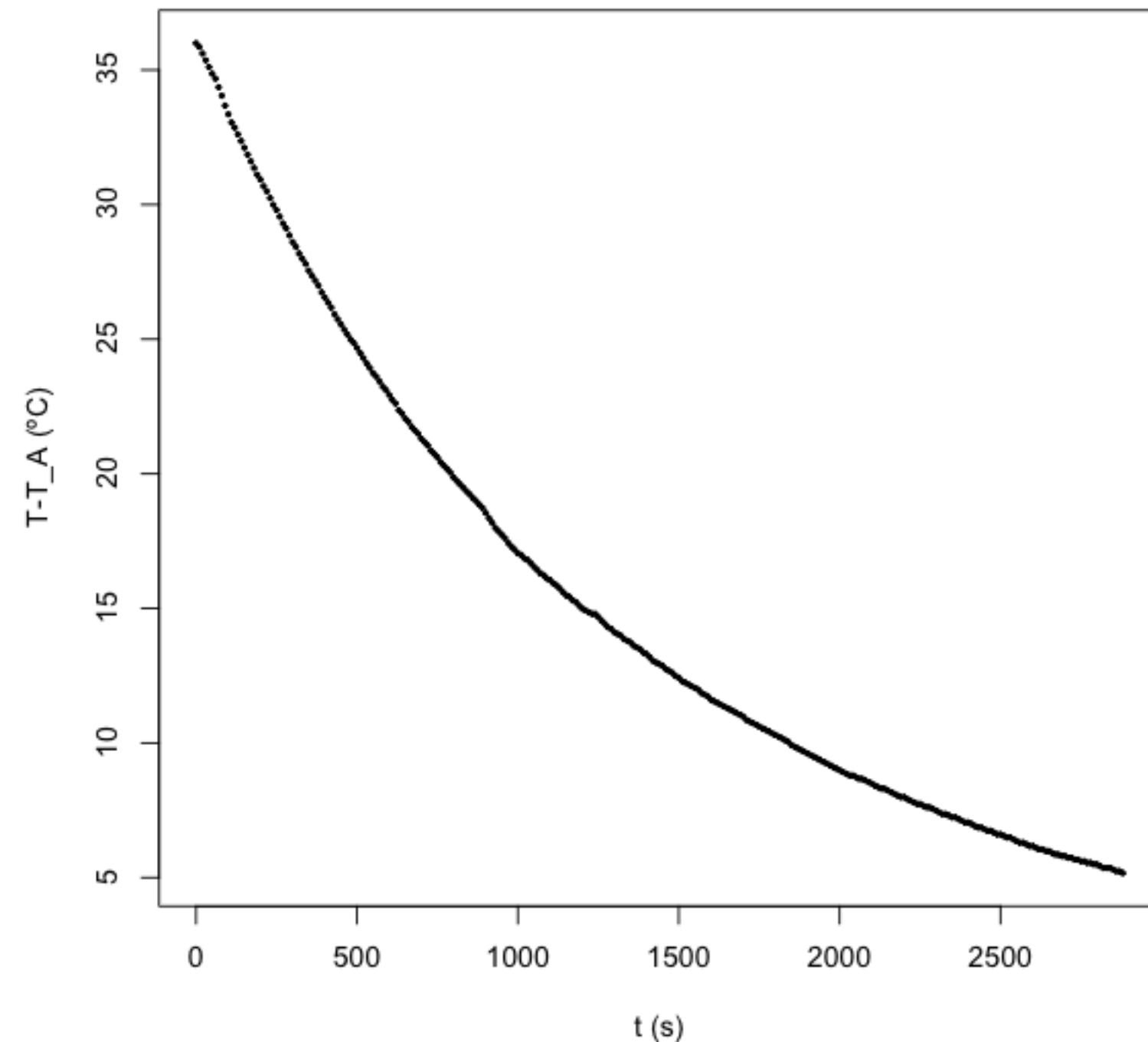
$$\ln(T - T_A) - \ln(T_o - T_A) = -kt$$

T es la temperatura al tiempo t , T_A es la temperatura ambiente

T_o es la temperatura inicial

Ley de enfriamiento de Newton

Enfriamiento de una muestra de agua



$$\frac{(T - T_A)}{(T_o - T_A)} = e^{-kt}$$

$$(T - T_A) = (T_o - T_A) e^{-kt}$$

T es la temperatura al tiempo t

T_o es la temperatura inicial

$$T_o = 59.4^{\circ}\text{C}$$

T_A es la temperatura ambiente

$$T_A = 23.2^{\circ}\text{C}$$

$\ln(T - T_A) = -k t + \ln(T_o - T_A)$ Ley de enfriamiento de Newton

$y = m x + b$

$m = -k = -0.000691154 \text{ s}^{-1}$

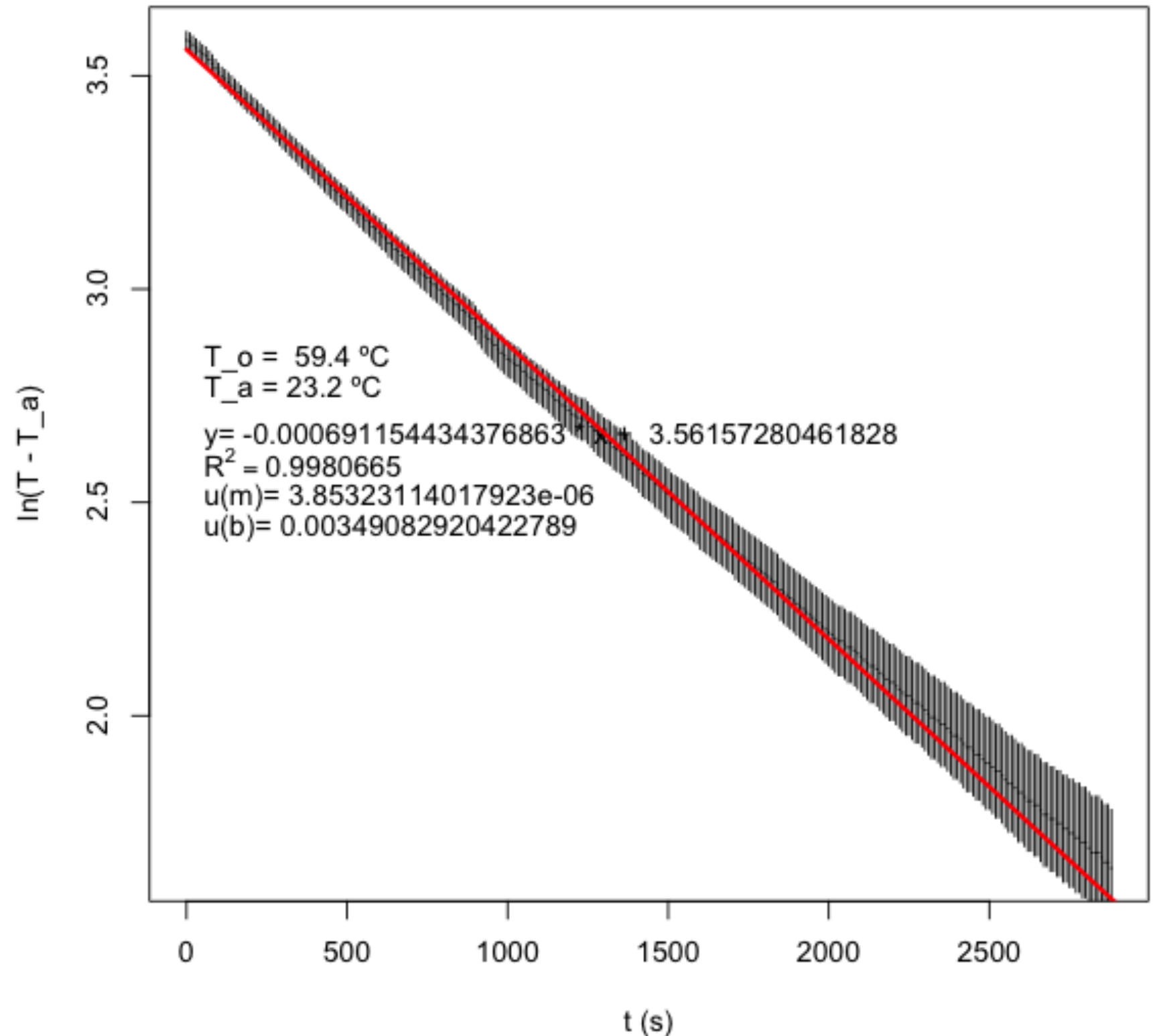
$k = 0.000691 \pm 0.000004 \text{ s}^{-1}$

$b = 3.562 \pm 0.003$

Comparar con:

$\ln(T_o - T_a) = \ln(59.4 - 23.2)$
 $= 3.5890$

Cambio de variable



Incertidumbre asociada a los datos graficados en el eje vertical

$$u[\ln(T - T_A)] = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln(T - T_A)}{\partial T}\right)^2 u_c^2(T) + \left(\frac{\partial \ln(T - T_A)}{\partial T_A}\right)^2 u_c^2(T_A)}$$

Pero en este caso, dado que las temperaturas se midieron sólo una vez con el mismo termómetro. Por lo tanto

$$u_c(T) = u_c(T_A) = u(T)$$

y las derivadas parciales son:

$$\frac{\partial \ln(T - T_A)}{\partial T} = \frac{1}{T - T_A}$$

$$\frac{\partial \ln(T - T_A)}{\partial T_A} = -\frac{1}{T - T_A}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} u[\ln(T - T_A)] &= \sqrt{\left(\frac{1}{T - T_A}\right)^2 u^2(T) + \left(-\frac{1}{T - T_A}\right)^2 u^2(T)} \\ &= \sqrt{2 \left(\frac{1}{T - T_A}\right)^2 u^2(T)} = \sqrt{2} \left(\frac{1}{T - T_A}\right) u(T) \end{aligned}$$

Por lo tanto, cada
Valor de $\ln(T - T_A)$ tiene
Una incertidumbre diferente.

Cuando la incertidumbre en los datos de eje y NO es constante

$$m = \frac{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i y_i}{u_{y_i}^2} - \sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \sum \frac{y_i}{u_{y_i}^2}}{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} - \left(\sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \right)^2}$$

$$u(m) = \sqrt{\frac{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2}}{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} - \left(\sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \right)^2}}$$

$$b = \frac{\sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} \sum \frac{y_i}{u_{y_i}^2} - \sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i y_i}{u_{y_i}^2}}{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} - \left(\sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \right)^2}$$

$$u(b) = \sqrt{\frac{\sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2}}{\sum \frac{1}{u_{y_i}^2} \sum \frac{x_i^2}{u_{y_i}^2} - \left(\sum \frac{x_i}{u_{y_i}^2} \right)^2}}$$

u_{y_i} es la incertidumbre asociada a cada valor de y_i