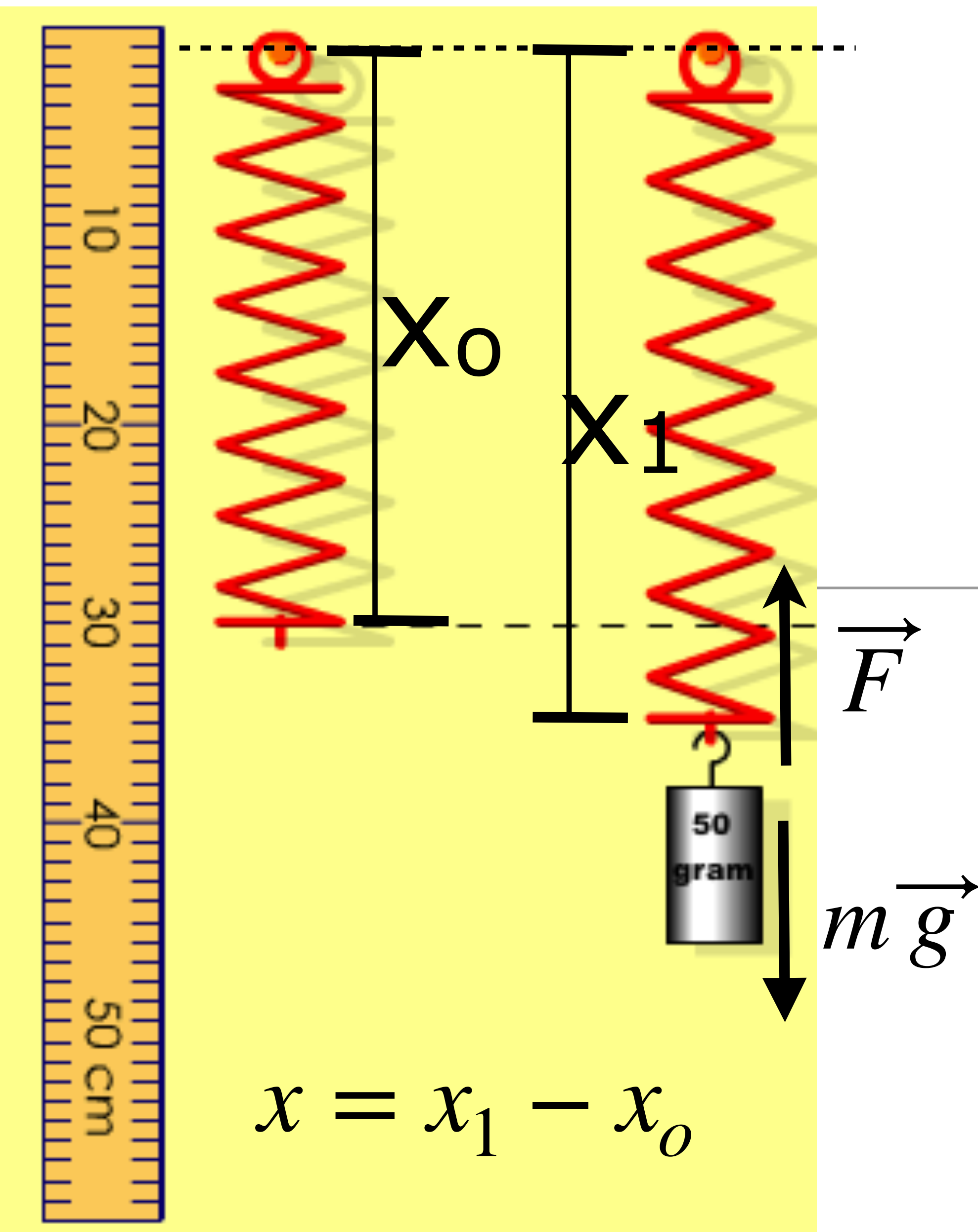
Ley de Hooke y movimiento armónico simple

Elizabeth Hernández Marín
Laboratorio de Fundamentos de Espectroscopía

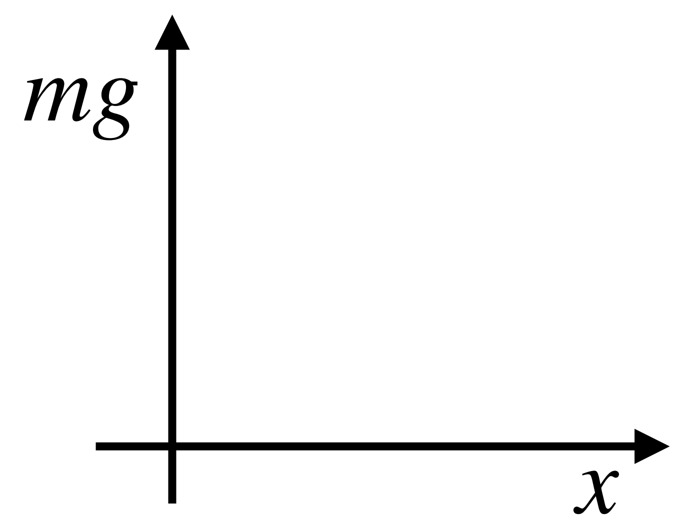
En el equilibrio la suma de fuerzas debe ser igual a cero (en este caso el sistema **no** está en movimiento). *Método estático.*



-mg =-kx

mg = kx

Por lo tanto, a partir de una gráfica de mg vs x (lo que se estira el resorte) se puede obtener el valor de la constante de restitución del resorte.



Ley de Hooke:

$$F = -kx$$

https://phet.colorado.edu/sims/mass-spring-lab/mass-spring-lab_en.html

Movimiento armónico simple

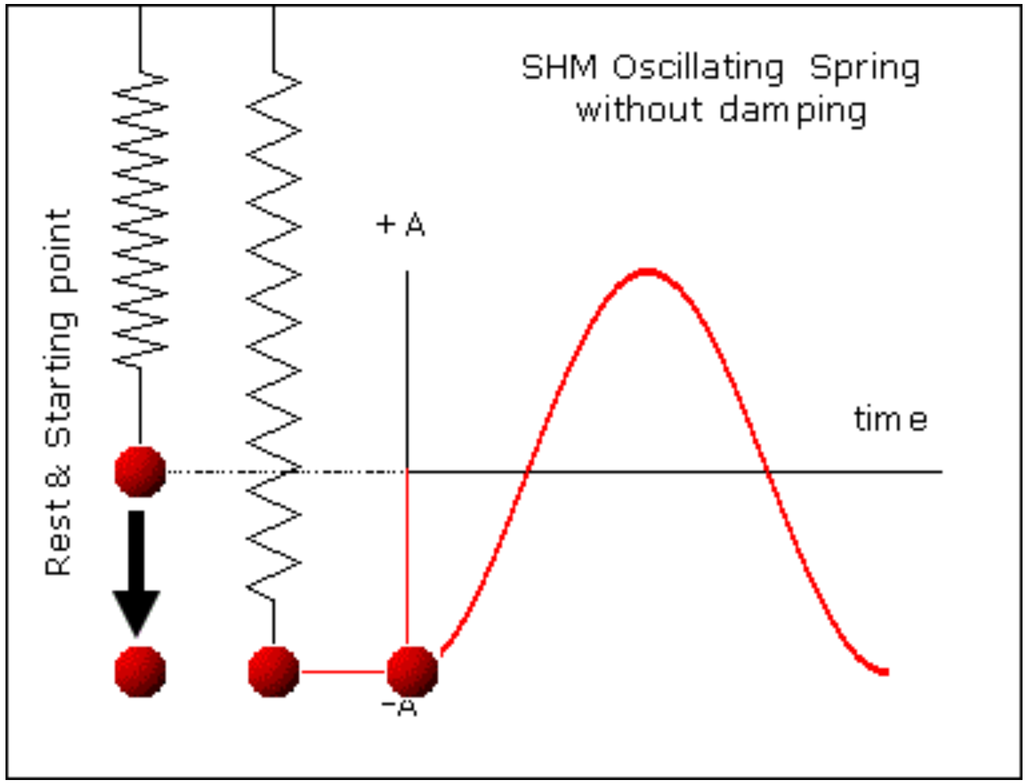
La ecuación de segundo grado homogénea con la forma $$\frac{d^2u}{dt^2} = -\,\omega_o^2 u$$

Tiene una solución general que se puede escribir como: $$u = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

Y representa a un movimento armónico simple (m.a.s.)

Por ejemplo, un sistema masa-resorte puede presentar un m.a.s. (asumiendo que no hay fuerzas de fricción)

El periodo es el tiempo que tarda la masa en completar un ciclo.



https://socratic.org/questions/what-are-some-examples-of-simple-harmonic-motion

Ley de Hooke

$$\boxed{F = -kx}$$

Para una masa m unida a un resorte con una constante de restitución k

2a Ley de Newton

$$F = -kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

Recordar

$$\frac{d^2u}{dt^2} = -\omega_o^2 u$$

$$u = A\cos(\omega_o t + \phi)$$

Por lo tanto, la frecuencia angular de la oscilación es $\omega_o^2 = \dfrac{k}{m}$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Hay movimiento, *método dinámico*

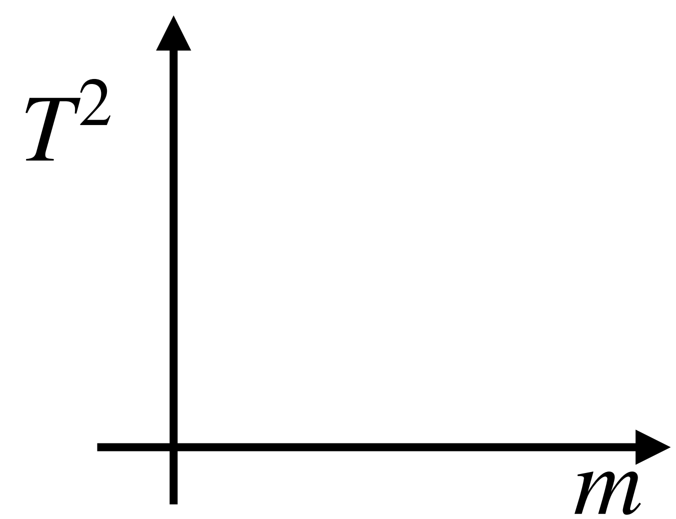
Notar que se está asumiendo un resorte ideal (i.e. ¡no tiene masa!)

Movimiento armónico simple

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Por lo tanto, a partir de una gráfica de T^2 vs m se puede obtener el valor de la constante de restitución del resorte.

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{k}\right)m$$



Hay movimiento, *método dinámico*

Conectar con espectroscopía IR

Las vibraciones moleculares son complejas y generalmente todos los átomos contribuyen a la vibración.

Sin embargo, algunos modos de vibración pueden ser tratados al considerar el movimiento relativo de algunos átomos mientras se ignora al resto.

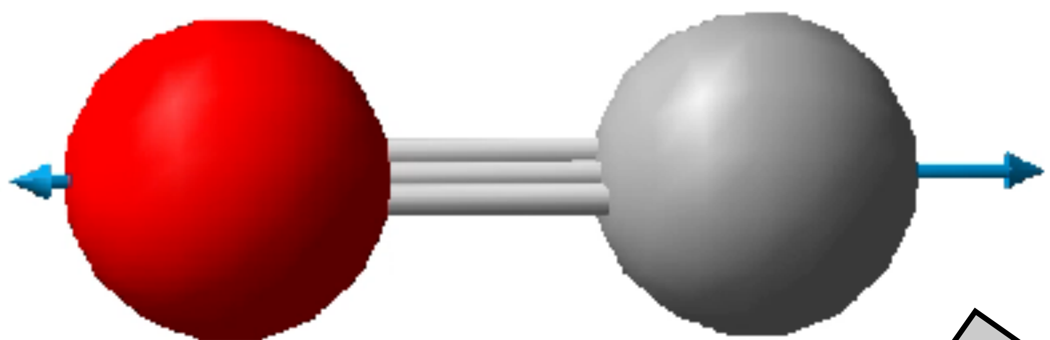
Por ejemplo, es conveniente referirse a la vibración de enlaces individuales.

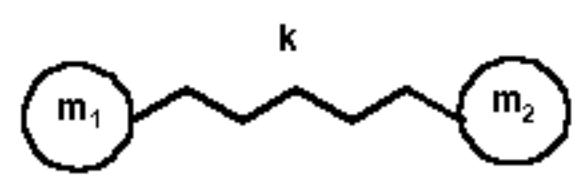
Conectar con espectroscopía IR

Modos de vibración

Moléculas lineales tienen 3N-5 modos normales de vibración

Para CO, N=2.
Por lo tanto, se tiene 1 modo normal de vibración





$$\bar{\upsilon} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{\mu}} \qquad \mu = \frac{m_1 . m_2}{m_1 + m_2}$$

$\bar{\upsilon}$= frequency μ= reduced mass

http://www.mhhe.com/physsci/chemistry/carey/student/olc/graphics/carey04oc/ref/ch13ir.html

Espectroscopía IR

Por ejemplo, es conveniente referirse a la vibración de enlaces individuales.

Aproximación útil:
oscilador armónico

$$c = \nu\lambda$$

c, velocidad de la luz.
ν, frecuencia de la radiación.
λ, longitud de onda
número de onda $\bar{\nu} = \frac{1}{\lambda}$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = c\bar{\nu}$$

Oscilador armónico $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c\bar{\nu} = \sqrt{\frac{k}{M}}$

$$\bar{\nu} = \frac{1}{2\pi c}\sqrt{\frac{k}{M}}$$

Problema de dos cuerpos

$$\bar{\nu} = \frac{1}{2\pi c}\sqrt{\frac{f\,(m_1 + m_2)}{m_1 m_2}}$$

masa reducida

f es la constante de fuerza.

La ecuación corresponde a un sistema de dos masas unidas por un resorte que sigue la ley de Hooke.

Espectroscopía IR

Las constantes de fuerza se pueden considerar como proporcionales a las energías de disociación de enlace.

Valores aproximados de Absorción IR

Enlace	Región de absorción, cm^{-1}
C-C, C-N, C-O	800 - 1300
C=C, C=N, C=O	1500 -1900
C≡C, C≡N	2000 -2300
C-H, N-H, O-H	2850 - 3650

A. Streitwiesier, C. H. Heathcock, E. M. Kosower, *Introduction to Organic Chemistry*, 4 ed. Macmillan p.463.

energías de disociación: C-C 3.60 eV O-H 4.77 eV

Trabajo experimental

* Cada equipo trabajará con dos resortes diferentes. **Determinar el valor de k de cada resorte.** *Comparar métodos para obtener* k. Comparar entre sí los valores de k del resorte suave y del resorte rígido

Por cada resorte: * 10 valores distintos de masa.

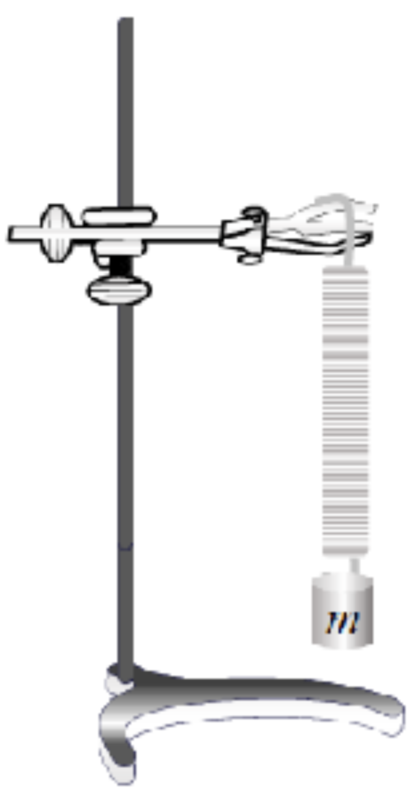


Figura 1. Sistema masa-resorte

* Método dinámico: Por cada masa (m), repetir la medición del periodo de oscilación 5 veces

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

gráfica de T^2 *vs* masa

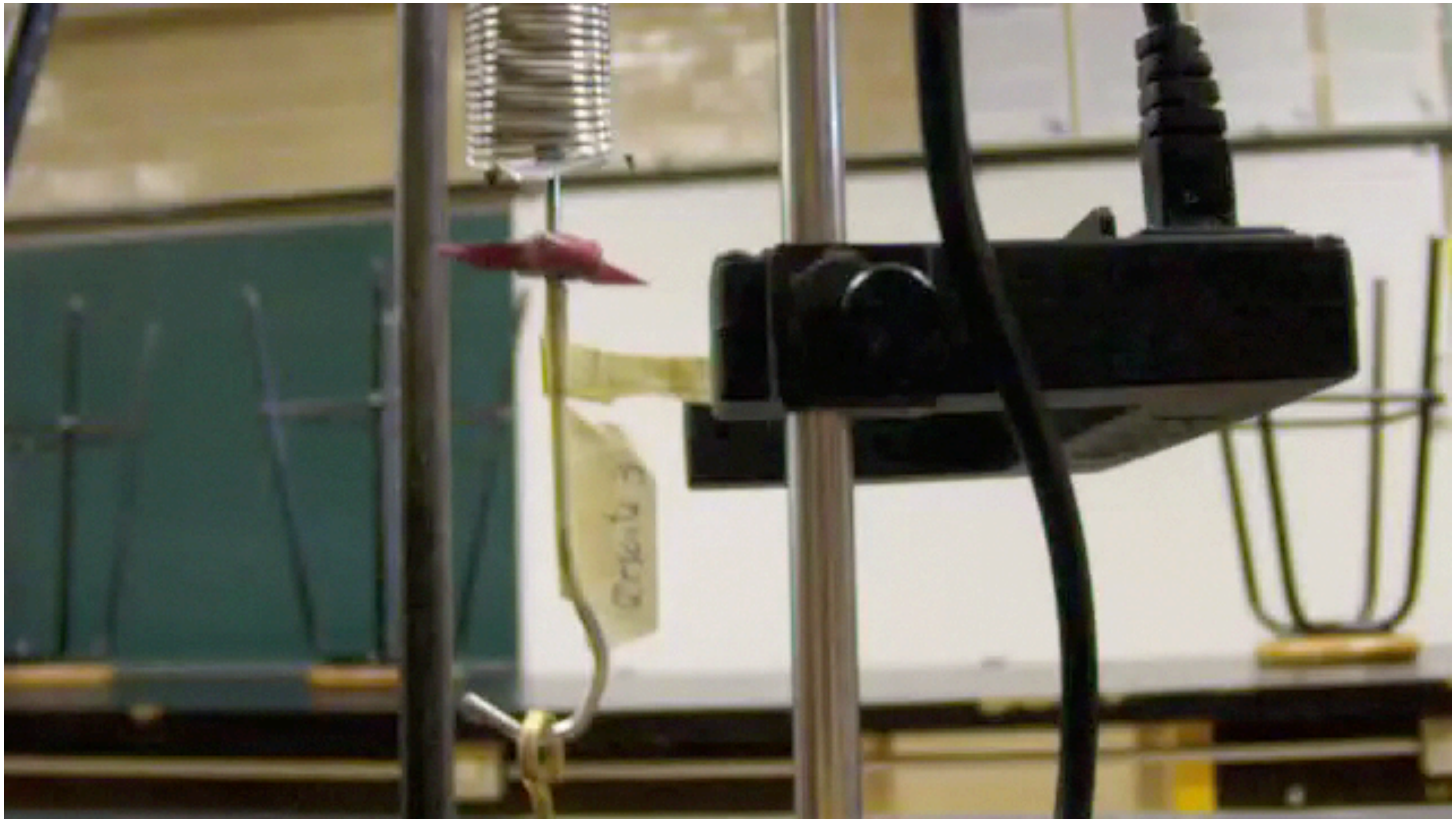
* Método estático: Por cada masa (m), medir una vez elongación (x) del resorte. Procurar que el resorte se estire al menos 1 cm con cada incremento de masa

$$x = x_1 - x_o$$

$$\boxed{mg = k\,x}$$

gráfica de mg *vs* x

Determinación del periodo de oscilación



Ver video en la página de amyd

Material

* Plastilina (para las masas)
* 1 Soporte universal
* 1 Pinzas de tres dedos
* 1 Fotocompuerta
* 1 Flexómetro